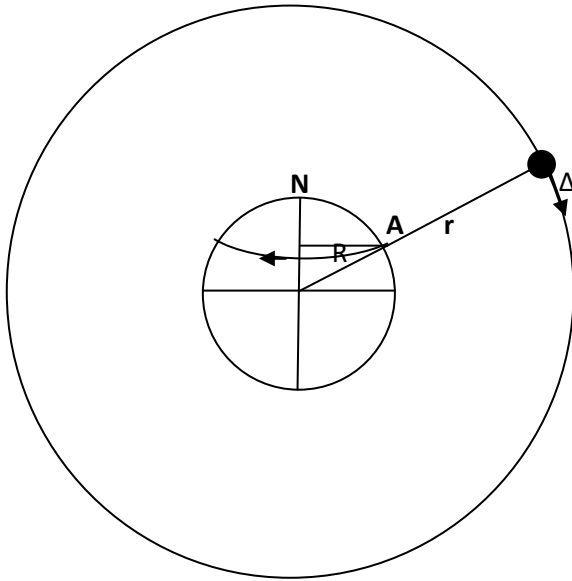


ΔΟΡΥΦΟΡΟΣ ΣΕ ΠΟΛΙΚΗ ΤΡΟΧΙΑ ΠΑΝΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΘΗΝΑ



Δορυφόρος Δ κινείται σε πολική τροχιά με κατεύθυνση από τον βόρειο προς τον νότιο πόλο της γης και σε απόσταση $r = 7.281.640 \text{ m}$ από το κέντρο της γης. Κάποια στιγμή ο δορυφόρος βρίσκεται κατακόρυφα πάνω από την Αθήνα A . Η Αθήνα περιστρέφεται με την περίοδο περιστροφής της γης $T = 24 \text{ h}$ (κατά προσέγγιση) σε κυκλική τροχιά ακτίνας R παράλληλα στον ισημερινό της γης. Η γωνία από τον ισημερινό μέχρι την Αθήνα (γεωγραφικό πλάτος της Αθήνας) είναι $\phi = 38^\circ$. Δίνονται: Μάζα γης $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$, ακτίνα γης $R_f = 6400 \text{ km}$ (κατά προσέγγιση), $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Α) Βρείτε την γραμμική ταχύτητα περιστροφής της Αθήνας.

Β) Βρείτε την περίοδο και την γραμμική ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.

Γ) Δείξτε ότι όταν η Αθήνα συμπληρώσει μία στροφή ο δορυφόρος θα είναι πάλι κατακόρυφα πάνω της. Πόσες στροφές έχει συμπληρώσει ο δορυφόρος τότε;

ΛΥΣΗ

Α) Από το σχήμα $R = R_{\Gamma\text{συν}\phi} = 5043.270 \text{ km}$. Αν u_A η γραμμική ταχύτητα περιστροφής της Αθήνας θα έχω

$$u_A = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \times 5043,270 \text{ km}}{12 \text{ h}} \Rightarrow \quad \mathbf{u_A = 1320,325 \text{ km/h}}$$

Β) Έστω T_Δ η περίοδος περιφοράς του δορυφόρου, u_Δ η γραμμική του ταχύτητα και m η μάζα του. Για τον δορυφόρο:

$$F_g = F_c \Rightarrow \frac{GmM_\Gamma}{r^2} = \frac{mv_\Delta^2}{r} \Rightarrow v_\Delta = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{7281640}} = 7413,5$$

$$\text{m/s} \Rightarrow \quad \mathbf{u_\Delta = 26688,6 \text{ km/h}}$$

$$T_\Delta = \frac{2\pi r}{v_\Delta} = \frac{2\pi \times 7281640}{7413,5} = 6171,43 \text{ s} \Rightarrow \quad \mathbf{T_\Delta = 102,857 \text{ min} = 1\text{h } 42\text{m } 51\text{s}}$$

Γ) Η Αθήνα συμπληρώνει μία στροφή σε $24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$. Έστω κ οι περιφορές του δορυφόρου στον ίδιο χρόνο. Τότε:

$6171,43 = 86400 \Rightarrow \quad \mathbf{\kappa = 14}$ και επειδή ο δορυφόρος έχει συμπληρώσει ακέραιο αριθμό περιφορών θα βρίσκεται πάλι κατακόρυφα πάνω από την Αθήνα.