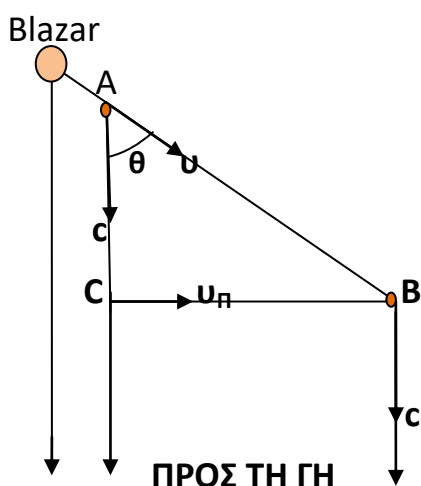


ΜΕΛΕΤΗ ΥΠΕΡΦΩΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΠΙΔΑΚΩΝ BLAZAR

Έστω Blazar που εκπέμπει πίδακα με σχετικιστική ταχύτητα u υπό γωνία θ ως προς γήινο παρατηρητή.

Οι πίδακες αποτελούνται από σχεδόν ισαπέχουσες πολύ φωτεινές **συμπυκνώσεις πλάσματος** κάτι σαν κόμποι γνωστοί ως **shock**. Οι κόμποι ταξιδεύουν με την ταχύτητα u του πλάσματος και η θέση τους καταγράφεται σε τακτά χρονικά διαστήματα μεγαλύτερα του ενός έτους πάντως ώστε η μετρούμενη μετατόπιση να είναι αισθητή. Αυτή είναι η διαδικασία με την οποία μετράμε την ταχύτητα u του πλάσματος.



Τις ακτίνες προς το μάτι του παρατηρητή θεωρούμε παράλληλες λόγω της πολύ μεγάλης απόστασης.

Τη χρονική στιγμή t_1 κόμπος A του πίδακα εκπέμπει ακτινοβολία προς τη γη. Τη χρονική στιγμή t_2 ο κόμπος έχει φτάσει στο B και εκπέμπει εκ νέου ακτινοβολία προς τη γη. Οπότε: $AB = u(t_2 - t_1) \Rightarrow$ **$AB = u\Delta t \Rightarrow$**

$AC = u\Delta t \sin\theta$ και $CB = u\Delta t \cos\theta = c\beta\Delta t \cos\theta$ όπου $\beta = \frac{u}{c}$

Ο παρατηρητής στη γη δεν βλέπει βάθος στον ουρανό, παρατηρεί επομένως τον κόμπο να κινείται κάθετα στην ευθεία παρατήρησής του από το C στο B (εγκάρσια κίνηση).

Αν d η απόσταση του C και του B από τη γη τότε παρατηρητής στη γη λαμβάνει την ακτινοβολία από τον κόμπο όταν αυτός ήταν στη θέση A

τη χρονική στιγμή $t_1' = t_1 + \frac{AC+d}{c} = t_1 + \frac{AB\cos\theta + d}{c} \Rightarrow$

$$\mathbf{t_1' = t_1 + \frac{u\Delta t \cos\theta + d}{c}}$$

Και την ακτινοβολία από τον κόμπο όταν αυτός ήταν στο B τη χρονική στιγμή

$$t_2' = t_2 + \frac{d}{c}$$

Ο παρατηρητής βλέπει τον κόμπο να διανύει διάστημα CB σε χρόνο $\Delta t'$

$$= t_2' - t_1' = (t_2 - t_1) + \frac{d}{c} - \frac{v\Delta t \cos\theta + d}{c} \Rightarrow$$

$$\Delta t' = \Delta t - \frac{v\Delta t \cos\theta}{c} = \Delta t \frac{c - v \cos\theta}{c} = \Delta t (1 - \beta \cos\theta)$$

Έτσι η ταχύτητα που μετράει ο παρατηρητής για την εγκάρσια ταχύτητα του κόμπου είναι:

$$u_{\pi} = \frac{CB}{\Delta t'} = \frac{\beta \eta \mu \theta}{1 - \beta \cos\theta} c \quad (1)$$

Οι μετρήσεις στη γη πολλές φορές έδιναν τιμές για την εγκάρσια ταχύτητα του κόμπου πολύ μεγαλύτερες από αυτές του φωτός. Μπήκε λοιπόν η αμφιβολία μήπως και η πραγματική ταχύτητα του πλάσματος ήταν μεγαλύτερη αυτής του φωτός σε ασυμφωνία με την ειδική θεωρία της σχετικότητας.

Ας δώσουμε το λόγο στα μαθηματικά.

$$\text{Θέτω } \gamma = \frac{\beta \eta \mu \theta}{1 - \beta \cos\theta} \quad (2) \quad 0 < \theta < 90^\circ$$

Στην (2) μεταβάλλονται και το β και το c . Θεωρώ μία δεδομένη τιμή του β άρα και του u οπότε:

$$\begin{aligned} \gamma' &= \frac{\beta \cos\theta (1 - \beta \cos\theta) - \beta \eta \mu \theta \sin\theta}{(1 - \beta \cos\theta)^2} = \frac{\beta \cos\theta - \beta^2 \sin^2\theta - \beta \eta \mu \theta \beta \eta \mu \theta}{(1 - \beta \cos\theta)^2} \\ &= \frac{\beta \cos\theta - \beta^2 (\sin^2\theta + \eta \mu^2\theta)}{(1 - \beta \cos\theta)^2} = \frac{\beta \cos\theta - \beta^2}{(1 - \beta \cos\theta)^2} = 0 \Rightarrow \beta \cos\theta - \beta^2 = 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\beta(\beta - \cos\theta) = 0 \Rightarrow \beta = \cos\theta \quad (2)$$

$$\text{οπότε } \gamma_{\max} = \frac{\beta \eta \mu \theta}{1 - \beta \cos\theta} = \frac{\cos\theta \eta \mu \theta}{1 - \cos^2\theta} = \frac{\cos\theta \eta \mu \theta}{\eta \mu^2\theta} \Rightarrow \gamma_{\max} = \frac{1}{\varepsilon \varphi \theta} \text{ και}$$

$$u_{\pi(\max)} = \frac{c}{\varepsilon \varphi \theta} \quad (3)$$

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Για ορισμένη τιμή του β άρα και της u όταν $\text{συν}\theta = \beta$ η εγκάρσια ταχύτητα u_{Π} που μετράει ο παρατηρητής στη γη παίρνει μέγιστη τιμή

$$u_{\Pi(\max)} = \frac{c}{\varepsilon\varphi\theta}$$

Επομένως αφού για κάθε τιμή του $\text{συν}\theta$ το β παίρνει μία μέγιστη τιμή $\beta_{\max} = \text{συν}\theta$ και αφού $0 < \theta < 90^\circ$ θα είναι $\beta < 1 \Rightarrow u_{\max}/c < 1 \Rightarrow$

$$u_{\max} < c \quad (4)$$

δηλαδή δεν υπάρχει τιμή της θ για την οποία η πραγματική τιμή της ταχύτητας του πλάσματος να είναι μεγαλύτερη ή ίση του c .

Επειδή όμως έχουν παρατηρηθεί εγκάρσιες ταχύτητες μεγαλύτερες του c ας δούμε για ποιες τιμές της u και της θ αυτό είναι εφικτό.

$$\text{Θέλουμε } u_{\Pi} > c \Rightarrow (1) \frac{\beta\eta\mu\theta}{1-\beta\text{συν}\theta} c > c \Rightarrow \beta\eta\mu\theta > 1 - \beta\text{συν}\theta \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \beta(\eta\mu\theta + \text{συν}\theta) > 1 \quad (5)$$

$$\text{όμως } \eta\mu\theta + \text{συν}\theta = 2\eta\mu\frac{\theta+90-\theta}{2}\text{συν}\frac{\theta-90+\theta}{2} \Rightarrow$$

$$\eta\mu\theta + \text{συν}\theta = \sqrt{2}\text{συν}(\theta-45) \quad (5) \Rightarrow$$

$$(5) \Rightarrow \beta\sqrt{2}\text{συν}(\theta-45) > 1 \quad (6) \Rightarrow \beta > \frac{1}{\sqrt{2}\text{συν}(\theta-45)} \quad (7)$$

Η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει το $\text{συν}(\theta-45)$ είναι 1 για $\theta - 45^\circ = 0 \Rightarrow \theta = 45^\circ$. Αφού ο παρανομαστής της (7) παίρνει τη μέγιστη τιμή ο αριθμητής παίρνει την ελάχιστη. Έτσι:

$$\beta_{\min} > 0,7 \Rightarrow \quad \mathbf{u_{\min} > 0,7c}$$

ΔΗΛΑΔΗ Η ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΠΟΥ ΜΕΤΡΑΕΙ Ο ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΗΣ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΠΑΡΕΙ ΤΙΜΕΣ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΕΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ(ΥΠΕΡΦΩΤΗ ΚΙΝΗΣΗ) ΜΟΝΟ ΓΙΑ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ u ΤΟΥ ΠΛΑΣΜΑΤΟΣ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΕΣ ΑΠΟ $0,7c$.

Επειδή έχουν παρατηρηθεί αρκετές υπέρφωτες κινήσεις με ταχύτητες πολύ πάνω από $10c$ ας δούμε πότε συμβαίνει αυτό.

$$\text{Από την (3)} \quad u_{\Pi(\max)} = \frac{c}{\varepsilon\varphi\theta} \quad \text{το } u_{\Pi(\max)} \text{ παίρνει μεγάλες τιμές όταν η } \theta \text{ είναι}$$

$$\text{πολύ μικρή και η } \varepsilon\varphi\theta \text{ πολύ μικρή. Πχ για } \theta = 2^\circ \quad u_{\Pi(\max)} = 28,6c$$

Πολύ μικρό θ όμως αντιστοιχεί σε πολύ μεγάλο $\text{συν}\theta$ που τείνει στο 1.

$$(2) \beta = \text{συν}\theta \Rightarrow \text{το } \beta \text{ τείνει στο } 1 \text{ και η } u \text{ στο } c.$$

Όταν η θ τείνει στις 45° η $\epsilon\phi\theta$ τείνει στο 1 και η u_{Π} στο c , δηλαδή έχουμε μικρές u_{Π} λίγο μεγαλύτερες από c . Για $45 < \theta < 90^\circ$ η $\epsilon\phi\theta > 1$ και $u_{\Pi} < c$.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΙΚΑ ΠΟΛΥ ΜΕΓΑΛΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ ΜΕΤΡΟΥΜΕΝΗΣ ΕΓΚΑΡΣΙΑΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΠΛΑΣΜΑΤΟΣ ΕΧΟΥΜΕ ΓΙΑ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΠΛΑΣΜΑΤΟΣ ΠΟΥ ΠΛΗΣΙΑΖΟΥΝ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ ΚΑΙ ΓΙΑ ΠΟΛΥ ΜΙΚΡΕΣ ΓΩΝΙΕΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ ΜΕ ΤΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΤΟΥ ΠΙΔΑΚΑ. Η ΤΙΜΗ ΤΩΝ ΥΠΕΡΦΩΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΜΕΙΩΝΕΤΑΙ ΜΕΧΡΙ ΤΙΣ 45° . ΜΕΤΑ ΑΠΟ $\theta > 45^\circ$ ΔΕΝ ΣΥΜΒΑΙΝΟΥΝ ΥΠΕΡΦΩΤΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ.

Στο προηγούμενο παράδειγμα για $\theta = 2^\circ \Rightarrow \beta = \text{συν}2^\circ = 0,9994$ και $u = 0,9994c$.

ΣΗΜ1. Στα πολύ μακρινά Blazar πρέπει να λάβουμε υπόψη και την μετατόπιση του γαλαξία που φιλοξενεί το Blazar λόγω διαστολής του σύμπαντος.

ΣΗΜ 2: Σε μερικές εφαρμογές βολεύει να εκφράσουμε την $u_{\Pi(\max)}$ σε συνάρτηση με τον συντελεστή Lorentz $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$u_{\Pi(\max)} = \frac{c}{\epsilon\phi\theta} = \frac{\text{συν}\theta}{\eta\mu\theta} c = \frac{\beta}{\sqrt{1-\text{συν}^2\theta}} c = \frac{\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_{\Pi(\max)} = \beta\gamma c$$