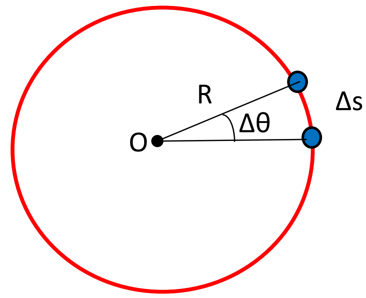
ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Κυκλική κίνηση είναι η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα στην περιφέρεια ενός κύκλου. Η ακτίνα που συνδέει το κινητό με το κέντρο του κύκλου και περιστρέφεται μαζί του, ονομάζεται επιβατική ακτίνα.



Το μικρό σώμα στο διπλανό σχήμα κινείται στην περιφέρεια του κύκλου ακτίνας R και σε απειροελάχιστο χρονικό διάστημα Δt διανύει τόξο Δs . Η επιβατική του ακτίνα διαγράφει γωνία Δθ.

Η σχέση μεταξύ του τόξου Δs και της γωνίας Δθ είναι : $\Delta s = R\,\Delta\theta$ (Η γωνία Δθ μετριέται σε rad)

ΜΕΓΕΘΗ ΤΗΣ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

ΜΕΓΕΘΗ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟ ΤΟΞΟ Δs

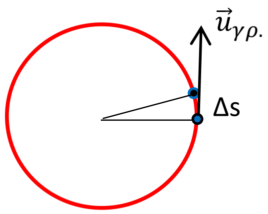
1) Γραμμική ταχύτητα $\vec{u}_{\gamma\rho.}$

Έχει μέτρο το πηλίκο του τόξου Δs που διανύει το σώμα σε χρόνο Δt προς το χρόνο Δt, διεύθυνση τη διεύθυνση της εφαπτομένης στο σημείο που βρίσκεται το σώμα και φορά τη φορά περιστροφής του. Εκφράζει το πόσο γρήγορα ή αργά κινείται το σώμα στην περιφέρεια του κύκλου.

ΜΕΓΕΘΗ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΗ ΓΩΝΙΑ Δθ

1) Γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$

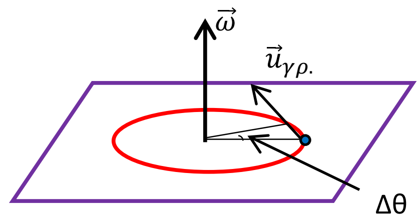
Έχει μέτρο το πηλίκο της γωνίας Δθ που που διαγράφει η επιβατική ακτίνα σε χρόνο Δt προς το χρόνο Δt , διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του κύκλου και φορά που βρίσκεται με τον κανόνα της δεξιάς παλάμης. Τυλίγουμε τα τέσσερα δάκτυλα στη φορά περιστροφής και ο αντίχειρας μας δείχνει τη φορά της γωνιακής ταχύτητας. Εκφράζει το πόσο



$u_{γρ} = \frac{Δs}{Δt}$

Μονάδες στο S.I m/s

γρήγορα ή αργά περιστρέφεται το σώμα.



$ω = \frac{Δθ}{Δt}$

Μονάδες στο S.I rad/s

ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ- ΓΩΝΙΑΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

Από τη σχέση Δs = R Δθ , διαιρώντας κατά μέλη με το χρονικό διάστημα Δt που αντιστοιχεί στις μεταβολές Δs , Δθ , προκύπτει:

$\frac{Δs}{Δt} = R \frac{Δθ}{Δt}$ => $u_{γρ.} = ω R$

2) Ρυθμός μεταβολής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας ή επιτρόχιος επιτάχυνση $\vec{α}_ε$

Έχει μέτρο το πηλίκο της μεταβολής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας σε χρόνο Δt προς το χρόνο Δt, διεύθυνση τη διεύθυνση της εφαπτομένης στο σημείο που βρίσκεται το σώμα και φορά που εξαρτάται από το πρόσημο της μεταβολής $Δu_{γρ} = u_{2γρ} - u_{1γρ.}$ Αν $u_{2γρ} > u_{1γρ}$ η επιτάχυνση έχει τη φορά των $u_{2γρ}$, $u_{1γρ}$ ενώ αν $u_{2γρ} < u_{1γρ}$

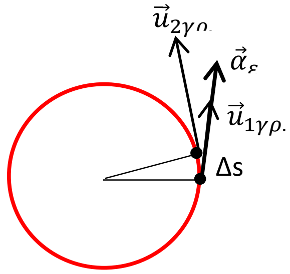
2) Γωνιακή επιτάχυνση ή ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας $\vec{α}_{γων.}$

Είναι το πηλίκο της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας σε χρόνο Δt προς το χρόνο αυτό Δt.

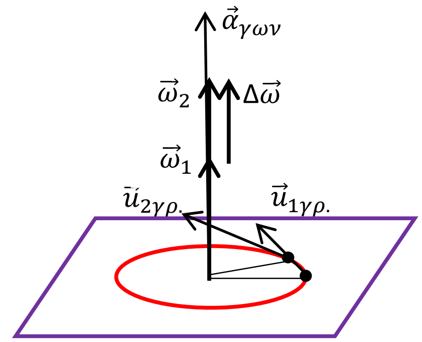
$$\vec{α}_{γων} = \frac{Δ\vec{ω}}{Δt}$$

Έχει την κατεύθυνση της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας $Δ\vec{ω}$

Εκφράζει το πόσο γρήγορα ή αργά μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα έχει αντίθετη φορά από τη φορά των $u_{2γρ}$, $u_{1γρ}$. Εκφράζει το πόσο γρήγορα η αργά μεταβάλλεται το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας .



$α_ε = \frac{Δu_{γρ}}{Δt}$



Μονάδες στο S.I m/s^2

Μονάδες στο S.I rad/s^2

ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΕΠΙΤΡΟΧΙΑΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ- ΓΩΝΙΑΚΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ

Από τη σχέση $u_{γρ.} = ω R$ => $Δu_{γρ.} = Δω R$. Διαιρώντας κατά μέλη με το χρονικό διάστημα Δt που αντιστοιχεί στις μεταβολές $Δu_{γρ.}$, Δω προκύπτει: $\frac{Δu_{γρ}}{Δt} = R \frac{Δω}{Δt}$ => $α_ε = α_{γων} R$

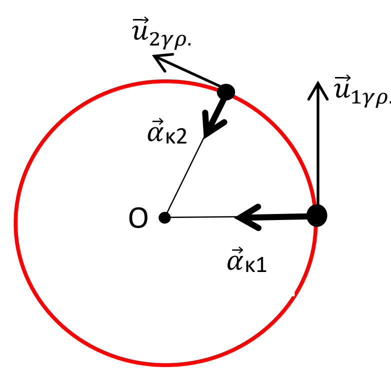
ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

Είναι η επιτάχυνση που εκφράζει τη μεταβολή της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας. Αποδεικνύεται ότι :

Έχει κατεύθυνση από το σώμα προς το κέντρο του κύκλου.

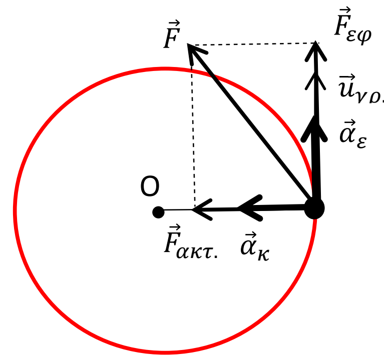
Έχει μέτρο : $α_κ = \frac{u_{γρ}^2}{R}$ ή $α_κ = ω^2 R$

Μονάδες στο S.I m/s^2



ΕΠΙΤΡΟΧΙΟΣ ΔΥΝΑΜΗ - ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΔΥΝΑΜΗ

Στο σώμα μάζας m το οποίο εκτελεί κυκλική κίνηση ασκείται συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$. Αναλύουμε τη δύναμη $\vec{F}$ στη διεύθυνση της ακτίνας (συνιστώσα $\vec{F}_{\alpha\kappa\tau.}$) και στη διεύθυνση της εφαπτομένης (συνιστώσα $\vec{F}_{\varepsilon\varphi.}$)



Από το Β νόμο στις διευθύνσεις ακτίνας-εφαπτομένης ισχύουν:

Στη διεύθυνση της ακτίνας: $\Sigma\vec{F}_{\alpha\kappa\tau.}$ = m $\vec{\alpha}_{\kappa}$ => $\vec{F}_{\alpha\kappa\tau.}$ = m $\vec{\alpha}_{\kappa}$

Στη διεύθυνση της εφαπτομένης: $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\varphi.}$= m $\vec{\alpha}_{\varepsilon}$ => $\vec{F}_{\varepsilon\varphi.}$= m $\vec{\alpha}_{\varepsilon}$

Το γινόμενο m $\vec{\alpha}_{\kappa}$ ονομάζεται κεντρομόλος δύναμη $\vec{F}_{\kappa}$ και ο γινόμενο m $\vec{\alpha}_{\varepsilon}$ ονομάζεται επιτρόχιος δύναμη $\vec{F}_{\varepsilon}$.

$\vec{F}_{\kappa}$ = m $\vec{\alpha}_{\kappa}$, $\vec{F}_{\varepsilon}$ = m $\vec{\alpha}_{\varepsilon}$

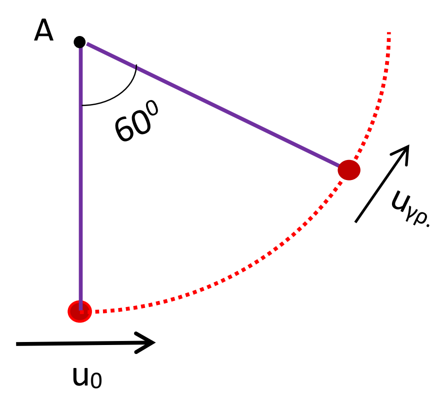
Η κεντρομόλος δύναμη και η επιτρόχιος δύναμη δεν είναι νέες δυνάμεις στη φύση . Είναι οι συνιστώσες της συνισταμένης γνωστών μας πραγματικών δυνάμεων που ασκούνται σε σώμα, στις διευθύνσεις της ακτίνας και της εφαπτομένης .

$\Sigma\vec{F}_{\alpha\kappa\tau.}$ = $\vec{F}_{\kappa}$, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\varphi.}$ = $\vec{F}_{\varepsilon}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Παράδειγμα

Το σώμα μάζας m=1Kg συνδέεται με το κάτω άκρο αβαρούς, μη ελαστικού νήματος μήκους l_v = 1,6m. Το πάνω άκρο του νήματος συνδέεται σε σταθερό σημείο Α. Το σώμα είναι ακίνητο με το νήμα στην κατακόρυφη διεύθυνση. Δίνουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_0 = 4\sqrt{2}$ m/s προς τα δεξιά. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία θ=60^0 με την κατακόρυφη διεύθυνση να βρεθούν:



α) Η γραμμική ταχύτητα του σώματος.

β) Η γωνιακή ταχύτητα του σώματος.

γ) Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο σώμα.

δ) Η τάση του νήματος

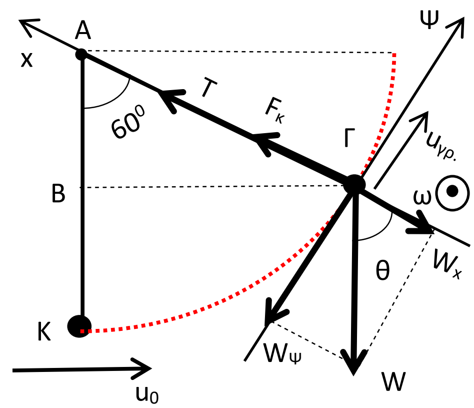
ε) Η δύναμη που ασκείται στο σώμα στη διεύθυνση της εφαπτομένης (επιτρόχιος δύναμη)

ζ) Η κεντρομόλος επιτάχυνση του σώματος.

η) Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας του σώματος (επιτρόχιος επιτάχυνση)

θ) Η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος

Απάντηση



α) Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ του σώματος στο πεδίο βαρύτητας από το σημείο Κ μέχρι το σημείο Γ.

$E_{\mu\eta\chi.K} = E_{\mu\eta\chi.\Gamma}$ => $\frac{1}{2}$ m u_0^2 = m g KB + $\frac{1}{2}$ m $u_{\gamma\rho}^2$ =>

$u_0^2 = 2$ g KB + $u_{\gamma\rho}^2$ (1)

Από το τρίγωνο ΑΒΓ : συνθ = $\frac{AB}{A\Gamma}$ => $\frac{1}{2} = \frac{AB}{1,6}$ =>

AB= 0,8m και KB = AK-AB = 0,8m (2)

(1), (2) => 32 = 16+ $u_{\gamma\rho}^2$ => $u_{\gamma\rho}$ = 4m/s (μέτρο)

Θεωρώντας θετική φορά τη φορά της κίνησης η αλγεβρική τιμή της γραμμικής ταχύτητας είναι: $u_{\gamma\rho}$ = +4m/s

β) Από τη σχέση $u_{\gamma\rho.}$ =ω R => 4 = ω 1,6 => ω = 2,5 rad/s (μέτρο)

Με βάση τον κανόνα της δεξιάς παλάμης η θετική φορά είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας προς τα έξω. Η αλγεβρική τιμή της γωνιακής ταχύτητας είναι: ω = + 2,5 rad/s

γ) Από τη σχέση F_κ = m ω^2 R => F_κ = 1 · $(2,5)^2$ · 1,6 => F_κ = 10 N (μέτρο) Η κατεύθυνση της κεντρομόλου δύναμης είναι από το σώμα προς το κέντρο του κύκλου.

δ) Αναλύουμε το βάρος στη διεύθυνση της ακτίνας με θετική φορά προς το κέντρο του κύκλου W_x και στη διεύθυνση της εφαπτομένης με θετική φορά τη φορά της κίνησης , $W_ψ$.

$W_ψ$ = Wημθ = 10 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = 5 $\sqrt{3}$ = 5 · 1,7 = 8,5 N και W_x = Wσυνθ = 10 $\frac{1}{2}$ = 5 N

Εφαρμόζουμε το δεύτερο νόμο στη διεύθυνση της ακτίνας:

$ΣF_x = F_κ$ => $T - W_x = F_κ$ => T - 5= 10 => T = 15 N

ε) Στη διεύθυνση της εφαπτομένης $ΣF_ψ = F_ε$ => $- W_ψ = F_ε$ => $F_ε = - W_ψ$ => $F_ε$ = - 8,5N

ζ) Από τη σχέση $α_κ = ω^2 R$ => $α_κ = (2,5)^2 \cdot 1,6 = 10$ m/s^2

η) Εφαρμόζουμε το δεύτερο νόμο στη διεύθυνση της εφαπτομένης:

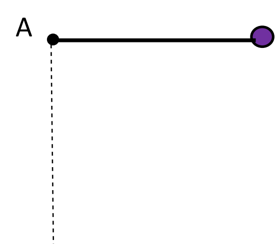
$ΣF_ψ = F_ε$ => $ΣF_ψ = m α_ε$ => $- W_ψ = m α_ε$ => $-8,5 = 1 \cdot α_ε$ => $α_ε = -8,5$ m/s^2

θ) Από τη σχέση $α_ε = α_{γων.} R$ => $-8,5 = α_{γων.} 1,6$ => $α_{γων.} = - 5,31$ rad/s^2

Η φορά της γωνιακής επιτάχυνσης είναι προς τα μέσα.

Εφαρμογή

Το σώμα μάζας m=1Kg συνδέεται με το δεξιό άκρο αβαρούς νήματος μήκους $l_ν$ = 1,6m. Το αριστερό άκρο του νήματος συνδέεται με σταθερό σημείο Α. Κρατάμε το σώμα ακίνητο με το νήμα τεντωμένο στην οριζόντια διεύθυνση. Αφήνουμε το σώμα. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία Α) $θ_1 = 30^0$ Β) $θ_2 = 90^0$ με την οριζόντια διεύθυνση για πρώτη φορά να βρεθούν:



α) Η γραμμική ταχύτητα του σώματος.(Απ. Α) $u_{γρ}$ = +4m/s Β) $u_{γρ} = + 4\sqrt{2}$ m/s)

β) Η γωνιακή ταχύτητα του σώματος. .(Απ. Α) ω = + 2,5 rad/s Β) ω = + 2,5 $\sqrt{2}$ rad/s)

γ) Η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο σώμα. .(Απ. Α) $F_κ$ = 10N Β) $F_κ$ = 20N)

δ) Η τάση του νήματος .(Απ. Α) T = 15N Β) T = 30N)

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ ΦΥΣΙΚΟΣ

ε) Η επιτρόχιος δύναμη που ασκείται στο σώμα. .(Απ. Α) $F_ε$ = 8,5N Β) $F_ε$ = 0)

ζ) Η κεντρομόλος επιτάχυνση του σώματος. .(Απ. Α) $α_κ$ = 10 m/s^2 Β) $α_κ$ = 20 m/s^2)

η) Η επιτρόχιος επιτάχυνση του σώματος. .(Απ. Α) $α_ε$ = 8,5 m/s^2 Β) $α_ε$ = 0)

θ) Η γωνιακή επιτάχυνση του σώματος .(Απ. Α) $α_{γων.}$ =5,31 rad/s^2 Β) $α_{γων.}$ = 0)