ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ (3h) 2023 2^{Ο} ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΛΛΗΝΗΣ

ΘΕΜΑ Α (25μ)

$Α_1$. Η εξίσωση της επιτάχυνσης ενός κινητού το οποίο εκτελεί ΑΑΤ είναι α= - ω^{2}Α συνωt.

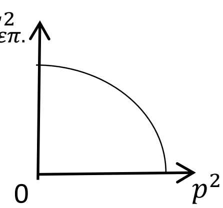
α) Τη χρονική στιγμή t=T/4 το κινητό βρίσκεται στην ακραία θέση x= + A

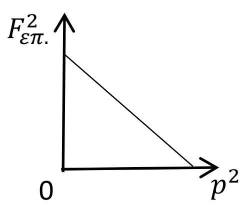
β) Στο χρονικό διάστημα από t=T/2 μέχρι t=3T/4 , το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται.

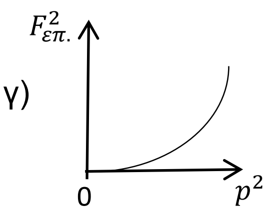
γ) Η εξίσωση της ταχύτητας του κινητού είναι u = ωA συν(ωt + π/2)

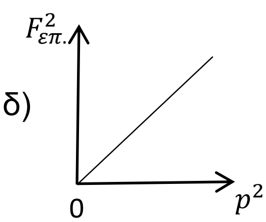
δ) Όταν το μέτρο της απομάκρυνσής του είναι A/2 , το μέτρο της ταχύτητάς του είναι u= ωA/2

$Α_2$. Κινητό εκτελεί ΑΑΤ. Η γραφική παράσταση του τετραγώνου της δύναμης επαναφοράς η οποία του ασκείται $F_{επ.}^2$,σε συνάρτηση με το τετράγωνο της ορμής του p^2 , είναι

α)


β)


γ)


δ)


$Α_3$. Όταν η σχέση μεταξύ κινητικής – δυναμικής ενέργειας ενός κινητού το οποίο εκτελεί ΑΑΤ είναι K=8U τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του κινητού είναι x_1 ,u_1,$α_1$ αντίστοιχα. Η εξίσωση της απομάκρυνσής του είναι x= Aημωt.

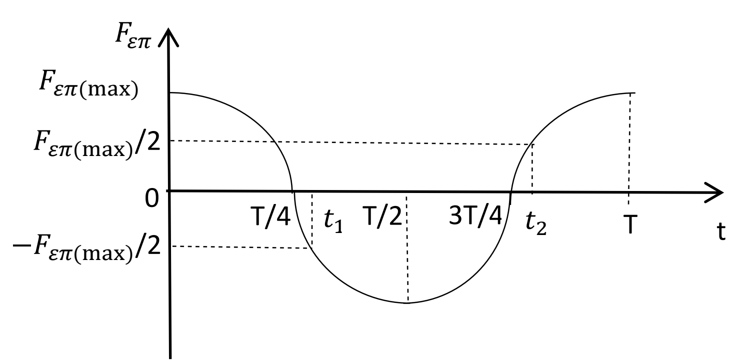
α) $x_1 = A/9$

β) $α_1 = ω^2 x_1 /3$

γ) $u_1 = \sqrt{8}\, ω\, x_1$

δ) $u_1^2 = α_1 x_1$

$Α_4$. Κινητό εκτελεί ΑΑΤ. Η γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς του σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η ενέργεια ταλάντωσής του είναι Ε.



α) Τη χρονική στιγμή T/4 η κινητική ενέργεια του κινητού είναι μηδέν.

β) Τη χρονική στιγμή t_1 η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή είναι U= E/2 γ) Στο χρονικό διάστημα από T/2 μέχρι 3T/4 η δυναμική του ενέργεια αυξάνεται.

δ) Τη χρονική στιγμή t_2 η κινητική ενέργεια του ταλαντωτή είναι K= 3E/4

A_4 Ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

α) Η αρχική φάση μιας ΑΑΤ ενός σώματος είναι π/2 ,όταν για t=0 το σώμα βρίσκεται σε οποιαδήποτε ακραία θέση.

β) Η συνισταμένη δύναμη σε ένα σώμα το οποίο εκτελεί ΑΑΤ ,είναι ημιτονοειδής ή συνημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου.

γ) Η δύναμη επαναφοράς η οποία ασκείται σε σώμα το οποίο εκτελεί ΑΑΤ , δεν είναι συντηρητική δύναμη.

δ) Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ενός σώματος το οποίο εκτελεί ΑΑΤ ,σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του , είναι καμπύλη η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

ε) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας ενός σώματος το οποίο εκτελεί ΑΑΤ , είναι αντίθετος του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής του ενέργειας.

ΘΕΜΑ Β

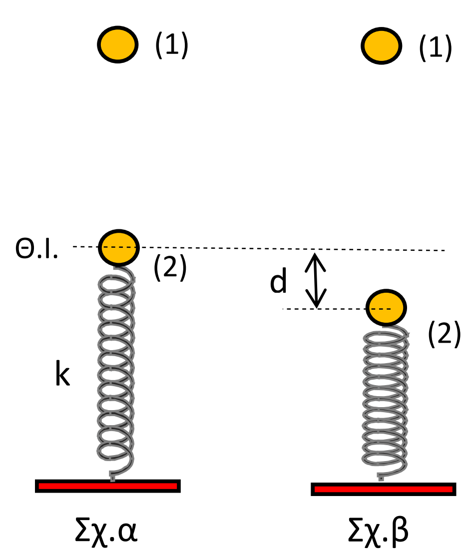
B_1.

Κινητό εκτελεί ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης x=Αημωt . Σε μια περίοδο T το χρονικό διάστημα Δt για το οποίο το μέτρο της ταχύτητας του κινητού $u \leq ωA/2$, είναι

α) Δt = T/3 β) Δt = 2T/3 γ) Δt =T/6 (2μ) + αιτιολόγηση (6μ) Δίνεται $συν\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

B_2

Το σώμα (2) συνδέεται με το πάνω άκρο του ελατηρίου και ισορροπεί . Το κάτω άκρο του ελατηρίου συνδέεται με το δάπεδο. Σε σημείο της κατακόρυφης που διέρχεται από το σώμα (2) κρατάμε σώμα (1) (Σχ. α) Κατεβάζουμε το σώμα (2) κατά d και το κρατάμε. (Σχ. β) Τις κατάλληλες χρονικές στιγμές αφήνουμε τα σώματα τα οποία συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά στη θέση ισορροπίας του σώματος (2) , όταν το σώμα (2) διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του. Οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση μηδενίζονται στις θέσεις από τις οποίες τα αφήσαμε. Αν m_1 = 4m και

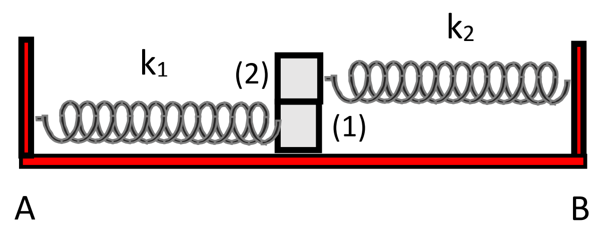


$m_2 = m$, η σχέση μεταξύ των μέτρων των ταχυτήτων των σωμάτων λίγο πριν την κρούση τους είναι

α) $u_2 = 2u_1$ β) $u_2 = 4u_1$ γ) $u_1 = 4u_2$ (2μ) + αιτιολόγηση (6μ)

B_3

Τα σώματα (1),(2) στο σχήμα είναι ακίνητα με το σώμα (1) πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΑΒ και το σώμα (2) πάνω στο σώμα (1). Το σώμα (1) συνδέεται με το ένα άκρο του ιδανικού, οριζόντιου, ελατηρίου σταθερής $k_1 = 2k$ και το σώμα (2) με το ένα άκρο του ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθερής $k_2 = k$. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων συνδέονται σε σταθερά σημεία. Τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Οι μάζες των σωμάτων είναι $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων (1),(2) είναι μ.

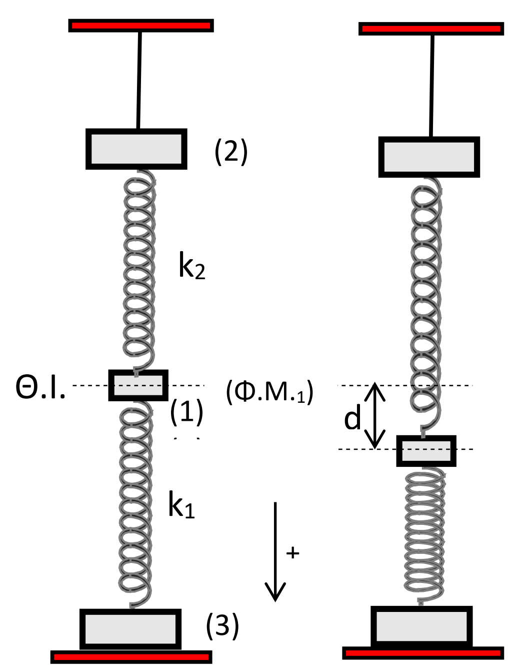


Η μέγιστη τιμή του πλάτους της οριζόντιας ταλάντωσης των σωμάτων , για να κινούνται χωρίς το ένα να ολισθαίνει ως προς το άλλο είναι

α) $A_{max} = μmg/k$ β) $A_{max} = 2\ μmg/k$ (2μ) + αιτιολόγηση (7μ)

ΘΕΜΑ Γ

Το σώμα (1) μάζας $m_1 = 1Kg$ συνδέεται με το πάνω άκρο του ιδανικού, κατακόρυφου ,ελατηρίου (1) σταθερής $k_1 = 100N/m$, το κάτω άκρο του ιδανικού κατακόρυφου ελατηρίου (2) με $k_2 = 100N/m$ και είναι ακίνητο. Το πάνω άκρο του ελατηρίου (2) συνδέεται με το ακίνητο σώμα (2) μάζας $m_2 = 2Kg$, το οποίο συνδέεται με το κάτω άκρο του αβαρούς, μη ελαστικού, κατακόρυφου νήματος. Το πάνω άκρο του νήματος συνδέεται με το ταβάνι. Το ελατήριο (1) έχει το φυσικό του μήκος και συνδέεται με σώμα (3) μάζας $m_3 = 2Kg$ το οποίο είναι ακίνητο στο δάπεδο. (Σχ.α) . Κατεβάζουμε το σώμα (1) κατά d και τα κρατάμε .(Σχ.β). Τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε. Θεωρούμε θετική φορά για τις αλγεβρικές τιμές προς τα κάτω και τα σώματα



Σχ.α Σχ.β

χωρίς διαστάσεις.

.

Α. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή της απόστασης d για να εκτελεί το σώμα (1) ΑΑΤ και τα σώματα (2), (3) να παραμένουν ακίνητα (5μ)

Β. Αν η απόσταση d είναι η μέγιστη του ερωτήματος Α, να βρεθούν

B_1) Οι εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας των σώματος (1) σε συνάρτηση με το χρόνο. (4μ)

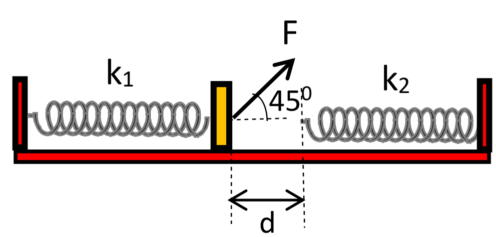
B_2) Η αλγεβρική τιμή της δύναμης η οποία ασκείται από το νήμα στο σώμα (2) και της κάθετης αντίδρασης στο σώμα (3) σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και σε συνάρτηση με το χρόνο. Να γίνουν οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις. (6μ)

B_3 Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος (1) όταν διέρχεται από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου (2) , με φορά προς τα πάνω. (4μ)

B_4) Η απομάκρυνση του σώματος (1) για την οποία η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου (1) ισούται με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου (2). Στη συνέχεια σε κοινούς άξονες U-x να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των ελατηρίων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση. (6μ)

ΘΕΜΑ Δ

Το ακίνητο σώμα μάζας m=1Kg συνδέεται με το δεξιό άκρο του αβαρούς, οριζόντιου, ελατηρίου (1) σταθεράς k_1 =100N/m και είναι πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Στη διεύθυνση του ελατηρίου (1) το ελατήριο (2), σταθεράς k_2 =300N/m , συνδέεται δεξιά σε σταθερό σημείο και το αριστερό του άκρο είναι ελεύθερο. Η απόσταση από το σώμα μέχρι το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου είναι d=0,1m. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο σώμα σταθερή δύναμη μέτρου $F=10\sqrt{2}$ N η οποία σχηματίζει γωνία 45^0 με την οριζόντια διεύθυνση με φορά προς τα πάνω- δεξιά. Θεωρούμε το σώμα χωρίς διαστάσεις.



Να βρείτε .

α) Τη χρονική στιγμή t_1.που το σώμα ακουμπάει το αριστερό άκρο του ελατηρίου (2) , για πρώτη φορά. (6μ)

β) Την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που το σώμα ακουμπάει το αριστερό άκρο του ελατηρίου (2) (2μ) γ) Τη μετατόπιση του σώματος από τη στιγμή ακουμπάει το αριστερό άκρο του ελατηρίου (2) , για πρώτη φορά μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του για πρώτη φορά. (7μ)

δ) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος όταν κατά τη διάρκεια της κίνησής του συνδέεται με το ελατήριο (1) και είναι σε επαφή με το ελατήριο (2). (8μ)

ε) Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ασκήθηκε η δύναμη στο σώμα , μέχρι να βρεθεί το σώμα την επόμενη φορά στην ίδια θέση. (2μ)

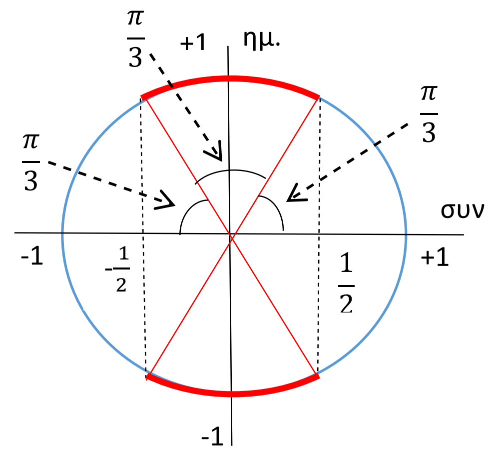
Κ. Ε.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A_1 γ , A_2 β , A_3 γ , A_4 δ , A_5 Λ, Σ, Λ, Λ, Σ

ΘΕΜΑ Β



Η εξίσωση της ταχύτητας του ταλαντωτή είναι :

u= ωΑσυνωt

Το μέτρο της ταχύτητας u ≤ ωΑ/2 =>

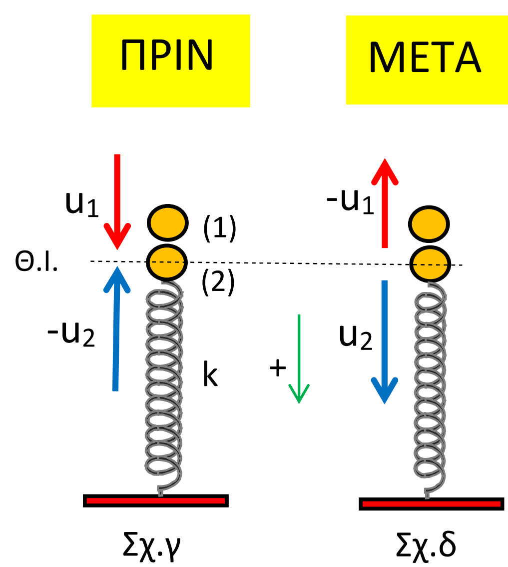
| ωΑσυνωt | ≤ ωΑ/2 => | συνωt | ≤ ½ =>

-½ ≤ συνωt ≤ ½

Από το διπλανό σχήμα η γωνία σε ένα κύκλο η οποία ικανοποιεί την παραπάνω σχέση είναι $\Delta\theta = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

Όμως $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ => $\frac{2\pi}{T} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ => $\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3\Delta t}$ => Δt = T/3 (το α)

B_2



Επειδή οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση μηδενίζονται στις θέσεις από τις οποίες ξεκίνησαν, οι ταχύτητές τους αμέσως μετά την κρούση είναι αντίθετες των ταχυτήτων που είχαν λίγο πριν την κρούση.

Με θετική φορά προς τα κάτω οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων λίγο πριν την κρούση είναι u_1, $-u_2$ (Σχ. γ) και αμέσως μετά την κρούση είναι $-u_1$, u_2 . (Σχ. δ)

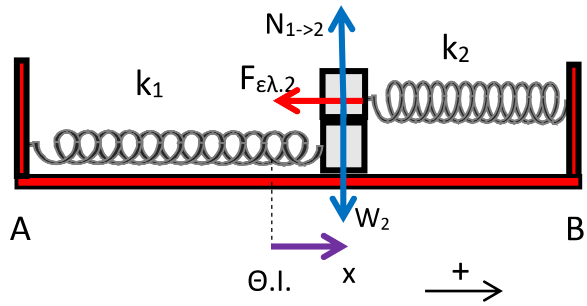
Εφαρμόζουμε την εξίσωση της u_1' από την Κ.Ε.Κ.

$-u_1 = \frac{4m-m}{m+4m}u_1 + \frac{2m}{m+4m}(-u_2)$ => $-u_1 = \frac{3}{5}u_1 + \frac{2}{5}(-u_2)$ => $-u_1 - \frac{3}{5}u_1 = -\frac{2}{5}u_2$ => $-\frac{8}{5}u_1 = -\frac{2}{5}u_2$

=> $8u_1 = 2u_2$ => $u_2 = 4u_1$ (το β)

B_3

Έστω ότι τα σώματα τα οποία εκτελούν ΑΑΤ χωρίς να ολισθαίνει το ένα ως προς το άλλο, έχουν τυχαία απομάκρυνση x Η θετική φορά είναι προς τα δεξιά.



Στο σώμα (2) , το πάνω σώμα , ασκούνται οριζόντια η δύναμη του ελατηρίου (2), $F_{ελ.2} = - k_2\, x = - kx$ και η στατική τριβή την οποία δεν σχεδιάζουμε επειδή δεν ξέρουμε τη φορά της.

Βρίσκουμε τη στατική τριβή από το Β Νόμο στο σώμα (2)

$F_{επ.(2)} = m_2\, α$ όμως $α = - ω^2 x$ και $ω^2 = \frac{k_1+k_2}{m_1+m_2} = \frac{2k+k}{m+2m} = \frac{k}{m}$ άρα $F_{επ.(2)} = - 2m \cdot \frac{k}{m}\, x$

=> $F_{επ.(2)} = - 2\, k\, x$

Αντικαθιστούμε τη συνισταμένη $F_{επ.(2)}$ με τις συνιστώσες της $F_{ελ.2}$ και $T_{στ.}$. Επειδή θέλουμε να βρούμε την $T_{στ}$ τη βάζουμε θετική και θα μας τη βγάλει η εξίσωση.

$T_{στ} + F_{ελ.2} = - 2\, k\, x$ => $T_{στ} – kx = - 2\, k\, x$ => $T_{στ} = - \, k\, x$

Η μέγιστη στατική τριβή $T_{στ.(max)}$ αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της απομάκρυνσης x_{max} :

$T_{στ.max} = - \, k\, x_{max}$ => $|T_{στ.max}| = |- \, k\, x_{max}|$ => $|T_{στ.max}| = k\, |x_{max}|$ => $|T_{στ.max}| = k\, A_{max}$

όμως $T_{στ.max} = μ\, N_{1->2} = μ m_2 g = 2μmg$. Άρα $2μmg = k\, A_{max}$ => $A_{max} = 2μmg/k$ (το β)

ΘΕΜΑ Γ

Α.

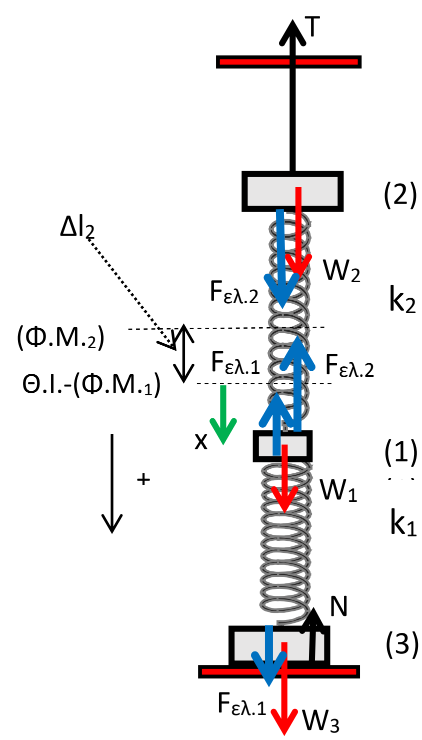
Το σώμα (1) βρίσκεται στην τυχαία απομάκρυνση x. Η δύναμη του ελατηρίου (1) στο σώμα (1) είναι $F_{ελ.1} = - k_1 x$ και στο σώμα (3) $F_{ελ.1} = k_1 x$

Από την ισορροπία του σώματος (3) => $N = -F_{ελ.1} - W_3$

=> $N = - k_1 x - W_3$ => $N = -100x – 20$ (1)

Για να μην ανασηκωθεί οριακά το σώμα (3) θα πρέπει η δύναμη N=0. Άρα $0 = -100x_{max} - 20$ => $x_{max} = - 0,2$ m

Η δύναμη του ελατηρίου (2) στο σώμα (1) είναι $F_{ελ.2} = - k_2\, (Δl + x) = -100(0,1 + x) = -10 - 100x$ και στο σώμα (2) $F_{ελ.2} = 10 + 100x$ (Δl=0,1m γιατί στη Θ.Ι. ΣF=0



=> k_2 $\Delta l = W_1$ => $100\Delta l=10$ => $\Delta l=0,1m$).

Από την ισορροπία του σώματος (2) => $T = -F_{ελ.2} - W_2$ => $T= -10-100x-20$ => $T=- 30-100x$ (2)

Για να μην καμφθεί οριακά το νήμα θα πρέπει T=0 . Άρα $0=- 30 - 100x_{max}$ => $x_{max} = - 0,3$ m .

Επομένως $A_{max.} = 0,2m$.

B_1

Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $x=Aημ(ωt + φ)$ όμως A=0,2m , $ω = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m_1}} = \sqrt{\frac{100+100}{1}} = 10\sqrt{2}$ rad/s και για t=0, x= +A άρα φ=π/2 . Επομένως $x = 0,2ημ(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2})$

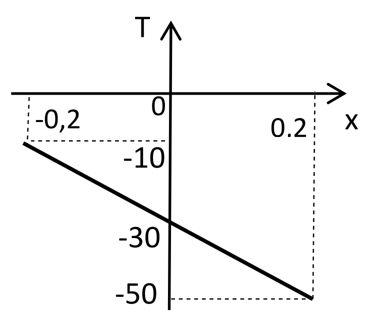
Η εξίσωση της ταχύτητας είναι $u = 0,2ω\, συν(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2})$ => $u = 2\sqrt{2}\; συν(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2})$

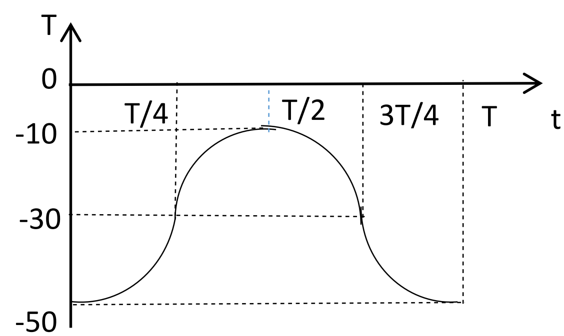
B_2

Η τάση του νήματος από τη σχέση (2) του ερωτήματος Α είναι T= - 30-100x και με το x από το προηγούμενη ερώτηση $T= - 30-100\cdot 0,2ημ(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2})$ => $T= - 30- 20ημ(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2})$

T = - 30-100x

$T = - 30 - 20ημ(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2})$

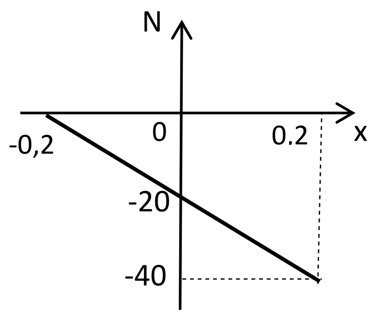


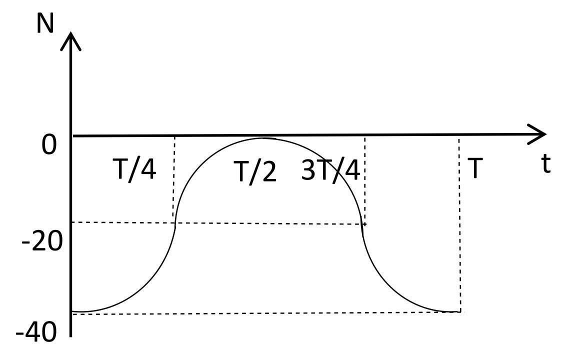


Η κάθετη αντίδραση από τη σχέση (1) του ερωτήματος Α είναι N= - 20-100x και με το x από το προηγούμενη ερώτηση $N=- 20-100\cdot 0,2ημ(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2})$ => $N=- 20- 20ημ(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2})$

N(x) = -20 – 100x

$N(t) = -20 -20ημ(10\sqrt{2}\,t + \frac{\pi}{2})$





B3

$\frac{dK}{dt} = F_{επ.}\, u$ => $\frac{dK}{dt} = -(k_1 + k_2)\, x\, u$ (3)

Η απομάκρυνση $x = -\Delta l_2 = -0{,}1m$ και η ταχύτητα υπολογίζεται από την ΑΔΕ$_{ταλ.}$ μεταξύ της ακραίας θέσης της ταλάντωσης και της θέσης φυσικού μήκους του ελατηρίου (2).

$\frac{1}{2}(k_1 + k_2) A^2 = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) x^2\ \frac{1}{2} m_1 u^2$ => $200\ 0{,}2^2 = 200(-0{,}1)^2 + u^2$ => $8 = 2 + u^2$

=> $u^2 = 6$ => $u = \sqrt{6}$ m/s (μέτρο) και επειδή η φορά της είναι προς τα πάνω η αλγεβρική της τιμή είναι $u = -\sqrt{6}$ m/s

Επομένως η (3) γίνεται $\frac{dK}{dt} = -200(-0{,}1)(-\sqrt{6})$ => $\frac{dK}{dt} = -20 \cdot \sqrt{6}$ J/s

B4

$U_{ελ.1} = U_{ελ.2}$ => $\frac{1}{2} k_1 x^2 = \frac{1}{2} k_2 (0{,}1 + x)^2$ => $x^2 = (0{,}1 + x)^2$ => $x = \pm(0{,}1 + x)$

=> $x = 0{,}1 + x$ => $0{,}1 = 0$ (αδύνατη) και $x = -(0{,}1 + x)$ => $2x = -0{,}1$ => $x = -0{,}05m$

$U_{ελ.1} = \frac{1}{2} k_1 x^2 = 50 x^2$

Για $x = 0{,}2m$, $U_{ελ.1} = 2J$

$x = -0{,}2m$, $U_{ελ.1} = 2J$

$x = 0$, $U_{ελ.1} = 0$

$x = -0{,}05m$ $U_{ελ.1} = 0{,}125J$

$U_{ελ.2} = \frac{1}{2} k_2 (0{,}1 + x)^2 = 50(0{,}1 + x)^2$

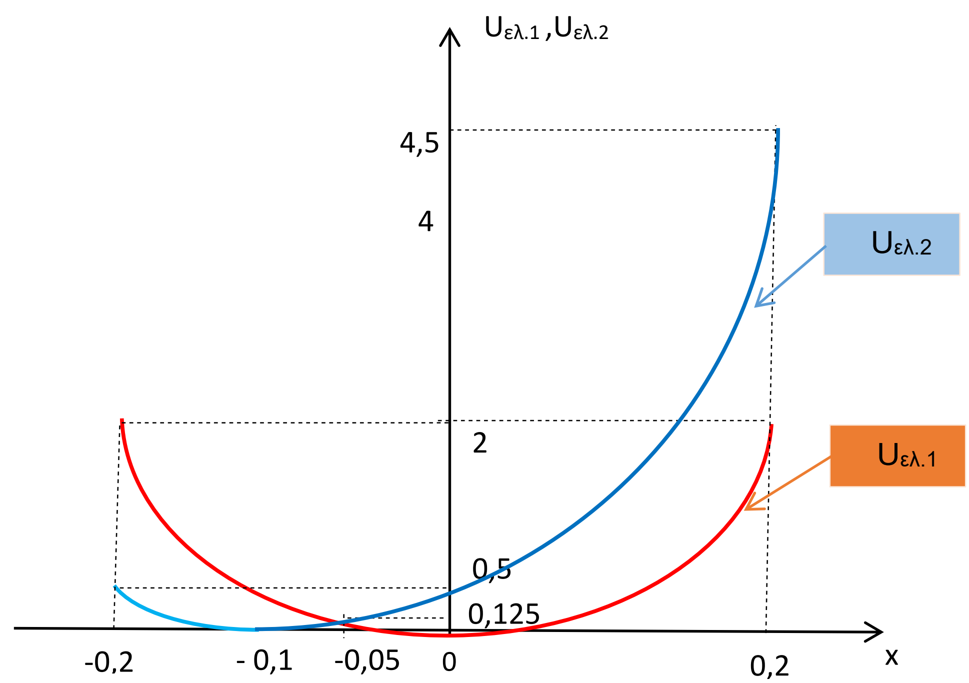
Για $x = 0{,}2m$, $U_{ελ.2} = 4{,}5J$

$x = -0{,}2m$, $U_{ελ.2} = 0{,}5\ J$

$x = 0$, $U_{ελ.2} = 0{,}5J$

$x = -0{,}05m$ $U_{ελ.2} = 0{,}125J$

$x = -0{,}1m$, $U_{ελ.2} = 0$



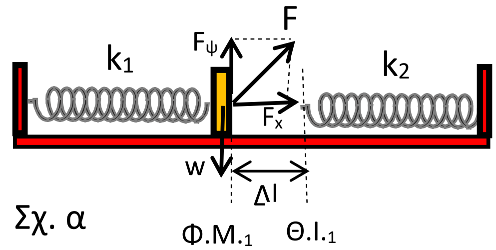
ΘΕΜΑ Δ

α) Το σώμα εκτελεί ΑΑΤ$_1$ με ακραία θέση την αρχική θέση όπου ασκήθηκε η δύναμη και Θ.Ι.$_1$ που προκύπτει από τη σχέση : $\Sigma F_x=0 \Rightarrow F_x - F_{ελ.}=0 \Rightarrow F συν45^0 - k_1\Delta l=0$

$\Rightarrow 10\sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2} - 100\Delta l = 0 \Rightarrow 10 - 100\Delta l = 0 \Rightarrow \Delta l=0{,}1m$

$\Delta l=d=0{,}1m$. Το πλάτος ταλάντωσης είναι $A= 0{,}1m$

Η Θ.Ι$_1$ συμπίπτει με τη θέση του ελεύθερου άκρου του ελατηρίου (2).



Η γωνιακή συχνότητα είναι $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10$ rad/s.

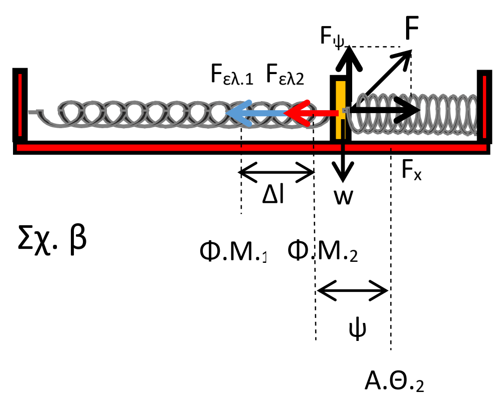
Κατακόρυφα $F_\psi = F συν45^0 = 10N = w$ (Σχ, α) Άρα δεν χρειάζεται το επίπεδο να είναι λείο γιατί $\Sigma F_\psi=0$ (Η εκφώνηση δεν γράφει λείο επίπεδο.)

Άρα $t_1 = \frac{T_1}{4}$ με $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5}$ s , $t_1 = \frac{\pi}{20}$ s

β) Στη Θ.Ι.$_1$ η ταχύτητα είναι $u_{max1} = \omega A = 10 \cdot 0{,}1 = 1m/s$

γ)

Η μετατόπιση από τη θέση του Φ.Μ.$_2$ μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος στην Α.Θ.$_2$ (Ακραία θέση της ταλάντωσης 2 με το σώμα να συνδέεται με το ελατήριο 1 και να είναι σε επαφή με το ελατήριο 2.) είναι ψ. (Σχ. β)



Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από το Φ.Μ.$_2$ μέχρι τη Α.Θ.$_2$

$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{F_{ελ1}} + W_{F_{ελ2}} + W_F \Rightarrow$

$0 - \frac{1}{2} m\, u_{max}^2 = \frac{1}{2} k_1 (\Delta l)^2 - \frac{1}{2} k_1 (\Delta l + \psi)^2 - \frac{1}{2} k_2\psi^2 + F_x\,\psi \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{1}{2} 100\,(0{,}1)^2 - \frac{1}{2} 100\,(0{,}1+\psi)^2 - \frac{1}{2} 300\psi^2 + 10\,\psi \Rightarrow -1 = 1 - 100(\,0{,}1^2 + 0{,}2\psi + \psi^2\,) - 300\psi^2 + 20\psi \Rightarrow -1 = 1 - 1 - 20\psi - 100\psi^2 - 300\psi^2 + 20\psi$

$\Rightarrow 400\psi^2 = 1 \Rightarrow \psi^2 = \frac{1}{400} \Rightarrow \psi = \frac{1}{20}$ (τη θετική τιμή) . Άρα $\psi = 0{,}05m$

δ)

Για να βρούμε τη Θ.Ι. της ταλάντωσης του σώματος με τα δύο ελατήρια και την οριζόντια δύναμη F_x βρίσκουμε πρώτα τη Θ.Ι. του σώματος με τα ελατήρια Θ.Ι.$_{(ελατήρια)}$ και μετά θεωρούμε και την οριζόντια

F_x οπότε βρίσκουμε την Θ.Ι.$_{(ελατήρια\ +\ Fx)}$

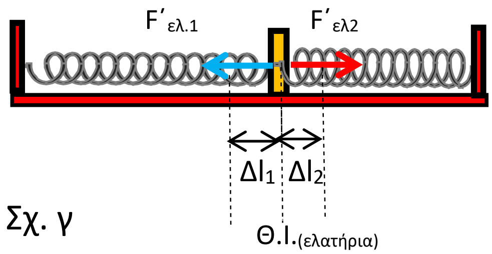
Θ.Ι.$_{(ελατήρια)}$ (Σχ. γ) :

$\Sigma F_x=0 \Rightarrow F'_{ελ.1} - F'_{ελ.2} = 0 \Rightarrow k_1\Delta l_1 - k_2\,\Delta l_2 = 0$

$\Rightarrow \quad 100\Delta l_1 - 300\,\Delta l_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta l_1 = 3\Delta l_2$

όμως $\Delta l_1 + \Delta l_2 = 0{,}1m$ Άρα $4\Delta l_2 = 0{,}1 \Rightarrow$

$\Delta l_2 = 0{,}025m$ και $\Delta l_1 = 0{,}075m$



Σχ. γ

Θ.Ι.$_{(ελατήρια\ +\ Fx)}$ (Σχ. δ) :

Έστω ότι η Θ.Ι.$_{(ελατήρια\ +\ Fx)}$ απέχει $d_μ$ από τη Θ.Ι.$_{(ελατήρια)}$

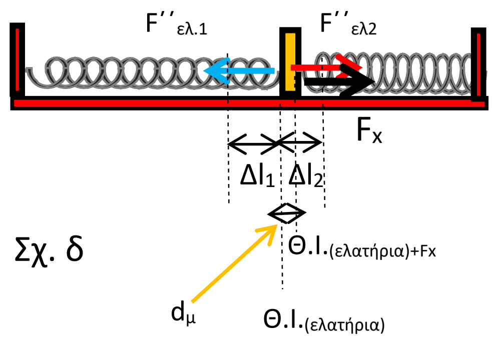
$\Sigma F_x=0 \Rightarrow F''_{ελ.1} - F''_{ελ.2} - F_x - =0 \Rightarrow$

$k_1 (\Delta l_1+d_μ) - k_2(\Delta l_2 - d_μ) - 10 = 0 \Rightarrow$

$100(0{,}075+d_μ) - 300(0{,}025 - d_μ) - 10 = 0$

$\Rightarrow \quad 7{,}5 + 100d_μ - 7{,}5 + 300d_μ - 10 = 0 \Rightarrow$

$400d_μ = 10 \Rightarrow d_μ = \frac{1}{40} \Rightarrow d_μ = 0{,}025m$



Σχ. δ

Δηλαδή $d_μ = \Delta l_2$ που σημαίνει ότι η Θ.Ι.$_{(ελατήρια\ +\ Fx)}$ είναι στη θέση του Φ.Μ.$_2$.

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης 2 είναι ψ= 0,05m.

ε) Το σώμα εκτελεί μισή ταλάντωση με περίοδο $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} = \frac{\pi}{5}\,s$ και άλλη μισή ταλάντωση με περίοδο $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}} = \frac{\pi}{10}\,s$. Άρα $\Delta t = T_1/2 + T_2/2 = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi}{20} = \frac{3\pi}{20}\,s$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ.

Το ερώτημα γ θα μπορούσε να απαντηθεί πιο εύκολα και γρήγορα αν βρίσκαμε πρώτα τη Θ.Ι.$_2$ που εδώ συμπίπτει με το Φ.Μ.$_2$. Δεν αποτελεί όμως η διαδικασία αυτή γενική μέθοδο.

pananasgiannis@yahoo.gr