

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΙΣ ΚΡΟΥΣΕΙΣ 2023 (2h) - 2^ο ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΛΛΗΝΗΣ

ΘΕΜΑ Α (30μ)

A₁ (10 μ)

Δύο σφαίρες (1), (2) μαζών m, 2m αντίστοιχα, συγκρούονται μεταξύ τους κεντρικά και ελαστικά με ταχύτητες ίσου μέτρου u_0 . Ποιες από τις σχέσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

α) $u_1' = -5 u_2'$

β) $p_2' = \frac{2}{3} p_1$

γ) $\Delta p_1 = 4 p_2'$

δ) $K_1' = 12,5 K_2'$

ε) $\Delta K_1 = - 8 K_2'$

A₂ (5 μ)

Είσαι ακίνητος-τη σε ξέφωτο μέσα στη ζούγκλα και πέφτει πάνω σου ελέφαντας με πολύ μεγαλύτερη μάζα από τη δική σου. Είσαι σε ύψος που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του ελέφαντα $u_{ελ}$ διέρχεται από το κέντρο μάζας σου. Η κρούση σας είναι ελαστική. Μετά την κρούση

α) Η ταχύτητα σου έχει μέτρο περίπου $u_{ελ}$ και η ταχύτητα του ελέφαντα έχει μέτρο περίπου $u_{ελ}/2$.

β) Η ταχύτητα σου έχει μέτρο περίπου $2u_{ελ}$ και η ταχύτητα του ελέφαντα έχει μέτρο περίπου $u_{ελ}/2$.

γ) Η ταχύτητα σου έχει μέτρο περίπου $2u_{ελ}$ και η ταχύτητα του ελέφαντα έχει μέτρο περίπου $u_{ελ}$.

δ) Η ταχύτητα σου και η ταχύτητα του ελέφαντα έχουν μέτρο περίπου $u_{ελ}$.

A₃ (5 μ)

Τερματοφύλακας ο οποίος βρίσκεται ακριβώς κάτω από τα δοκάρια εκτινάσσεται και πιάνει τη μπάλα.

Το σώμα του λίγο πριν πιάσει τη μπάλα είναι παράλληλο στα δοκάρια με τα χέρια του τεντωμένα παράλληλα στα δοκάρια . Αμέσως μετά τη στιγμή που ο τερματοφύλακας πιάνει τη μπάλα

α) η ορμή τους είναι παράλληλη στα δοκάρια και δεν μπαίνει γκολ.

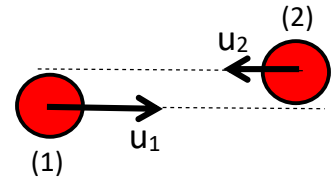
β) η ορμή τους κατευθύνεται προς το τέρμα και μπαίνει γκολ.

γ) η ορμή τους μηδενίζεται και δεν μπαίνει γκολ.

δ) το μέτρο της ορμή τους είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της συνισταμένης των ορμών τους πριν πιάσει τη μπάλα και μπαίνει γκολ.

A₄ (5 μ)

Οι σφαίρες (1), (2) με μάζες $m, 2m$ αντίστοιχα έχουν τις ταχύτητες των κέντρων μάζας τους, παράλληλες μεταξύ τους. Τα μέτρα των ταχυτήτων τους είναι $u_1 = 2u_0$ και $u_2 = u_0$.



- α) Οι σφαίρες μετά την κρούση τους κινούνται στη διεύθυνση που κινούνταν πριν την κρούση.
- β) Οι σφαίρες μετά την κρούση τους κινούνται σε διαφορετικές διευθύνσεις μεταξύ τους.
- γ) Μετά την κρούση των σφαιρών το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας (1) είναι διπλάσιο του μέτρου της ταχύτητας της σφαίρας (2).
- δ) Οι ορμές των σφαιρών μετά την κρούση δεν είναι αντίθετες.

A₅ (5 μ)

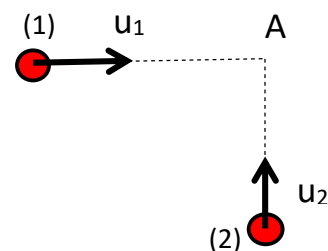
Ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές και ποιες είναι λάθος.

- α) Όταν λεία μικρή σφαίρα συγκρούεται ελαστικά με σφαιρική επιφάνεια, δεν ισχύει ότι η γωνία προσπτώσεως είναι ίση με τη γωνία ανακλάσεως.
- β) Όταν ένα σύστημα τριών σωμάτων είναι μονωμένο και τα σώματά του ανά δύο είναι μονωμένα συστήματα.
- γ) Δύο σώματα με ορμές ίσου μέτρου p και γωνίας 120° μεταξύ τους, έχουν συνισταμένη ορμή ίδιου μέτρου p .
- δ) Όταν ένα σώμα πολύ μικρής μάζας συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα πολύ μεγάλης μάζας, η ορμή του μετά την κρούση είναι περίπου αντίθετη με την ορμή του πριν την κρούση.
- ε) Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κρούσης μεταξύ δύο σωμάτων το άθροισμα της κινητικής τους ενέργειας μεταβάλλεται

ΘΕΜΑ Β (35μ)

B₁ (10μ)

Τα σώματα (1), (2) ίδιας μάζας με ταχύτητες μέτρων $u_0\sqrt{3}$, u_0 κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα σώματα συγκρούονται ελαστικά στο σημείο Α με ταχύτητες κάθετες μεταξύ τους. Αμέσως μετά την



κρούση η ταχύτητα του σώματος (2) μηδενίζεται. Δίνεται $\varepsilon\phi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

A. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μετά την κρούση (1) είναι

- α) $u_0\sqrt{3}$ β) u_0 γ) $2u_0$ (2μ) + αιτιολόγηση (4μ)

B. Η γωνία της ταχύτητας του σώματος (1) πριν την κρούση και της ταχύτητάς του μετά την κρούση είναι .

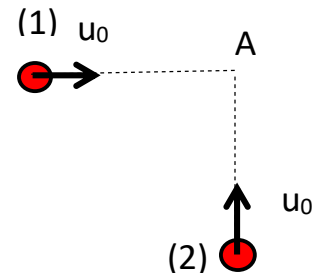
- α) 30° β) 60° γ) 90° (2μ) + αιτιολόγηση (2μ)

B₂(10μ)

Τα σώματα (1) ,(2) ίδιας μάζας m με ταχύτητες μέτρων u_0 , u_0 κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.

Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά στο σημείο A με ταχύτητες κάθετες μεταξύ τους. Δίνονται $\eta\mu 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\sigma\upsilon\nu 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} ,$$



A. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος V_k είναι

- α) $V_k = u_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$ β) $V_k = u_0 \sqrt{2}$ (1μ) + αιτιολόγηση (2μ)

B. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος (1) κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι

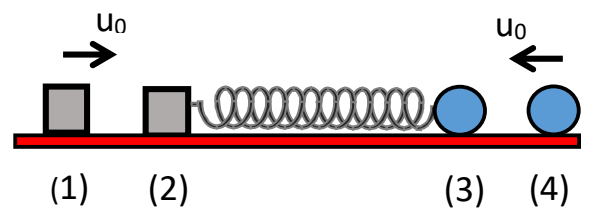
- α) $\Delta p_1 = m u_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$ β) $\Delta p_1 = m u_0 \sqrt{2}$ (1μ) + αιτιολόγηση (2μ)

Γ. Η γωνία μεταξύ της αρχικής ορμής του σώματος (1) και της μεταβολής της ορμής του είναι

- α) 45° β) 90° γ) 135° (1μ) + αιτιολόγηση (3μ)

B₃.(15μ)

Τα σώματα (2),(3) συνδέονται με τα άκρα του ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου και είναι ακίνητα πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα σώματα(1) , (4) κινούνται πάνω στο επίπεδο με αντίθετες ταχύτητες μέτρου u_0 και συγκρούονται ταυτόχρονα το (1) με το (2) πλαστικά και το (4) με το (3) κεντρικά και ελαστικά. Ο άξονας του



ελατηρίου και τα κέντρα μάζας όλων των σωμάτων είναι πάνω στην ίδια οριζόντια ευθεία. Οι μάζες των σωμάτων (1),(2) (3),(4) είναι αντίστοιχα m , $2m$, m , m .

A. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι

α) $U_{ελ.(max)} = \frac{1}{4} m u_0^2$ β) $U_{ελ.(max)} = \frac{2}{3} m u_0^2$ γ) $U_{ελ.(max)} = \frac{1}{3} m u_0^2$ (2μ) + αιτιολόγηση (6μ)

A. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου για πρώτη φορά μετά τη δεύτερη κρούση μεταξύ των σωμάτων (3) , (4) είναι

α) $U_{ελ.(max)} = \frac{1}{24} m u_0^2$ β) $U_{ελ.(max)} = \frac{1}{12} m u_0^2$ γ) $U_{ελ.(max)} = \frac{1}{3} m u_0^2$ (2μ) + αιτιολόγηση (5μ)

ΘΕΜΑ Γ (35μ)

Το οριζόντιο επίπεδο ΑΓ αποτελείται από το τραχύ τμήμα ΑΒ με συντελεστή τριβής $\mu = \frac{1}{8}$ και το λείο τμήμα ΒΓ.

Πάνω στο σημείο Β είναι ακίνητη η σφαίρα (1) η οποία συνδέεται με το άκρο του ιδανικού, οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=25 \text{ N/m}$. Το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και το άλλο του άκρο συνδέεται σε σταθερό σημείο.

Στο σημείο Γ είναι ακίνητη σφαίρα (3) η οποία συνδέεται

με το κάτω άκρο κατακόρυφου, μη ελαστικού νήματος μήκους $\ell = 0,32 \text{ m}$. Το πάνω άκρο του νήματος συνδέεται σε σταθερό σημείο στο Ο. Η σφαίρα (3) είναι οριακά σε επαφή με το επίπεδο χωρίς να δέχεται δύναμη από αυτό. Από κάποιο σημείο του λείου τμήματος του επιπέδου δίνουμε οριζόντια ταχύτητα μέτρου u_2 σε σφαίρα (2) προς τα δεξιά. Η σφαίρα (2) συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα (3) και στη συνέχεια κεντρικά και πλαστικά με τη σφαίρα (1). Η σφαίρα (3) κάνει ανακύκλωση περνώντας από το ανώτερο σημείο της κυκλικής της τροχιάς, με την ελάχιστη δυνατή ταχύτητα. Οι μάζες των σωμάτων είναι $m_1 = m_2 = 1 \text{ Kg}$ και $m_3 = 2 \text{ Kg}$.

Θεωρούμε τα σώματα σημειακά. Να βρείτε

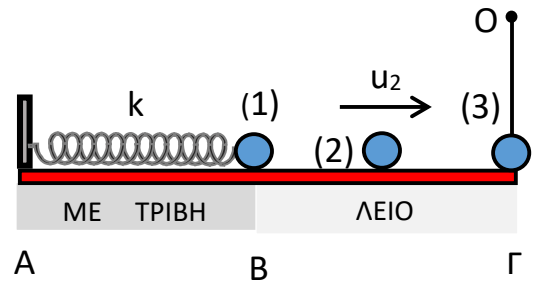
α) Την τάση του νήματος αμέσως μετά την κρούση των σφαιρών (2), (3) (10μ)

β) Το μέτρο της ταχύτητας u_2 (4μ)

γ) Το μέτρο της κοινής ταχύτητας των σφαιρών (1), (2) αμέσως μετά την πλαστική τους κρούση (6μ)

δ) Τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου. (7μ)

ε) Τη θέση στην οποία θα ακινητοποιηθεί το συσσωμάτωμα. (8μ)



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**ΘΕΜΑ Α :**A₁: Σ,Σ,Λ,Σ,ΛA₂: γ)A₃: β)A₄: γ)A₅: Λ,Λ,Σ,Σ,Σ**ΘΕΜΑ Β :****B₁**

Α.

Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ στο επίπεδο με τον κανόνα του παραλληλογράμμου.

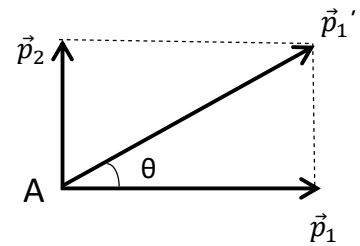
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1'$$

Τα μέτρα των $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ είναι $p_1 = mu_0\sqrt{3}$, $p_2 = mu_0$

$$p_1' = \sqrt{(mu_0\sqrt{3})^2 + (mu_0)^2} \Rightarrow mu_1' = \sqrt{4(mu_0)^2}$$

$$\Rightarrow u_1' = 2u_0 \text{ (το } \gamma \text{)}$$

$$[\text{ή από ΑΔΚΕ: } K_{\text{ολ}(πριν)} = K_{\text{ολ}(μετά)} \Rightarrow \frac{1}{2} mu_0^2 + \frac{1}{2} m3u_0^2 = \frac{1}{2} mu_1'^2 \Rightarrow u_1' = 2u_0]$$



Β.

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{p_2}{p_1'} = \frac{mu_0}{mu_0\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{Άρα } \theta=30^\circ \text{ (το } \alpha \text{)}$$

B₂

Α.

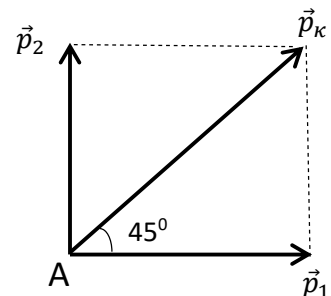
Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ στο επίπεδο με τον κανόνα του παραλληλογράμμου.

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_\kappa$$

Τα μέτρα των $\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ είναι $p_1 = mu_0$, $p_2 = mu_0$

$$p_\kappa = \sqrt{(mu_0)^2 + (mu_0)^2} \Rightarrow 2mV_\kappa = \sqrt{2(mu_0)^2}$$

$$2mV_\kappa = \sqrt{2}m u_0 \Rightarrow V_\kappa = u_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (το } \alpha \text{)}$$



B.

Η μεταβολή της ορμής του (1) κατά την κρούση είναι

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} - \vec{p}_{1(\pi\rho\iota\nu)} \Rightarrow \Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} + (-\vec{p}_{1(\pi\rho\iota\nu)})$$

Το μέτρο του διανύσματος $\vec{p}_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})}$ είναι $p_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} = m u_0 \frac{\sqrt{2}}{2}$

Το μήκος του διανύσματος $\vec{p}_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})}$ είναι το μισό του μήκους του διανύσματος $\vec{p}_k$ και το διάνυσμα $-\vec{p}_{1(\pi\rho\iota\nu)}$

είναι αντίθετο του διανύσματος $\vec{p}_1$. Κατασκευάζουμε το

παραλληλόγραμμο με τα διανύσματα $\vec{p}_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})}$, $-\vec{p}_{1(\pi\rho\iota\nu)} = -\vec{p}_1$

Το μήκος της διαγώνιας του παραλληλογράμμου είναι το μέτρο της μεταβολής $\Delta \vec{p}_1$.

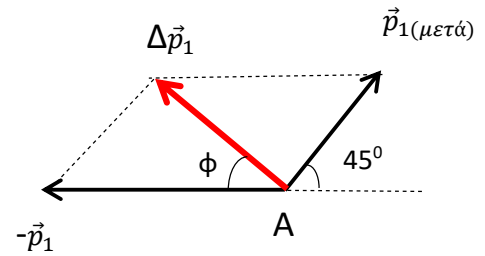
Το μέτρο της $\Delta \vec{p}_1$ είναι: $\Delta p_1 = \sqrt{p_1^2 + p_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})}^2 + 2p_1 p_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \cos 145^\circ} \Rightarrow$

$$\Delta p_1 = \sqrt{(mu_0)^2 + (mu_0 \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + 2mu_0 mu_0 \frac{\sqrt{2}}{2} (-\frac{\sqrt{2}}{2})} = \sqrt{m^2 u_0^2 + (mu_0 \frac{\sqrt{2}}{2})^2 - m^2 u_0^2} = mu_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{το } \alpha)$$

Γ. Η γωνία ϕ μεταξύ της $\Delta \vec{p}_1$ και του διανύσματος $-\vec{p}_1$ είναι.

$$\epsilon\phi\phi = \frac{p_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \eta\mu 135^\circ}{p_1 + p_{1(\mu\epsilon\tau\acute{\alpha})} \cos 135^\circ} = \frac{mu_0 \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2}}{mu_0 + mu_0 \frac{\sqrt{2}}{2} (-\frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{\frac{mu_0}{2}}{\frac{mu_0}{2}} = 1 \quad \text{Άρα } \phi = 45^\circ \text{ και η γωνία μεταξύ}$$

$\Delta \vec{p}_1$ και του διανύσματος $\vec{p}_1$ είναι $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ (το γ)

B₃

A.

Αμέσως μετά τις κρούσεις η ταχύτητα του συσσωματώματος $V_{κ(1,2)}$ και του σώματος (3)

u_3 (Σχ. α) είναι: .

Η $V_{κ(1,2)}$ από την ΑΔΟ: $mu_0 = 3mV_{κ(1,2)} \Rightarrow$

$$V_{κ(1,2)} = \frac{u_0}{3}$$

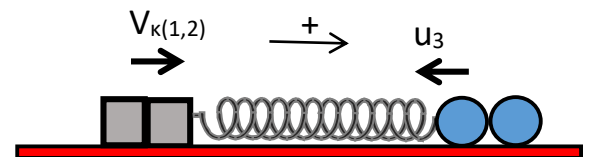
Η u_3 με ανταλλαγή ταχυτήτων: $u_3 = -u_0$

(Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά)

Η ορμή του συστήματος συσσωμάτωμα – σώμα (3) είναι $p_{ολ} = 3m \frac{u_0}{3} - mu_0 = 0$. Αυτό σημαίνει ότι

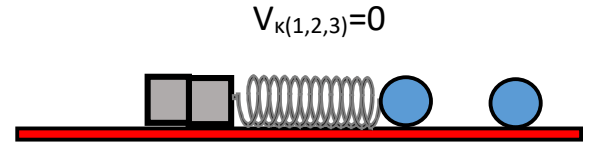
κάθε στιγμή μετά τις κρούσεις οι ορμές του συσσωματώματος και του σώματος (3) είναι αντίθετες.

Τα σώματα μετά τις κρούσεις επιβραδύνονται λόγω των δυνάμεων του ελατηρίου σε αυτά και οι ταχύτητές τους μηδενίζονται την ίδια χρονική στιγμή (Σχ. β).



(Σχ. α)

Το ελατήριο έχει τη μέγιστη δυναμική του ενέργεια όταν η $V_{κ(1,2,3)} = 0$



(Σχ. β)

Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ μεταξύ της αρχικής κατάστασης αμέσως μετά τη στιγμή των κρούσεων και της τελικής κατάστασης τη στιγμή του μηδενισμού των ταχυτήτων.

$$E_{αρχ.} = \frac{1}{2} 3m \left(\frac{u_0}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} mu_0^2 = \frac{2}{3} mu_0^2, \quad E_{τελ.} = U_{ελ(max)}$$

Μεταξύ των δύο καταστάσεων δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις να προσφέρουν ή να αφαιρούν ενέργεια από το σύστημα.

$$\text{Επομένως } U_{ελ(max)} = \frac{2}{3} mu_0^2 \quad (\text{το } \beta)$$

B.

Μετά το μηδενισμό των ταχυτήτων τους τα σώματα επιταχύνονται και με βάση την ΑΔΟ και την ΑΔΕ τη στιγμή που θα βρεθούν στις θέσεις των αρχικών τους κρούσεων θα έχουν το συσσωμάτωμα ταχύτητα $-\frac{u_0}{3}$ και το σώμα (3) ταχύτητα u_0 . Το σώμα (3) θα ανταλλάξει την ταχύτητά του με το ακίνητο σώμα (4), δηλαδή αμέσως μετά τη δεύτερη κρούση των σωμάτων (3), (4) η $u_3 = 0$.

Το ελατήριο θα αποκτήσει την μέγιστη ενέργειά του πρώτη φορά μετά τη δεύτερη κρούση των σωμάτων (3), (4), όταν τα σώματα αποκτήσουν κοινή ταχύτητα.

$$\text{Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ : } -3m \frac{u_0}{3} = 4m V_{κ(1,2,3)} \Rightarrow V_{κ(1,2,3)} = -\frac{1}{4} u_0$$

$$\text{Εφαρμόζουμε την ΑΔΕ : } \frac{1}{2} 3m \left(-\frac{u_0}{3}\right)^2 = \frac{1}{2} 4m \left(-\frac{u_0}{4}\right)^2 + U_{ελ(max)}' \Rightarrow U_{ελ(max)}' = \frac{1}{24} mu_0^2 \quad (\text{το } \alpha)$$

ΘΕΜΑ Γ (35μ)

α) Αμέσως μετά την κρούση των σωμάτων (2),(3)

το μέτρο της ταχύτητας του σώματος (3) είναι

u_3' (κάτω) (Σχ. α)

Εφαρμόζουμε τον Β Νόμο του Νεύτωνα στη διεύθυνση της ακτίνας του κύκλου .

$$\Sigma F_{(\text{ακτίνα})} = m_3 \frac{u_3'^2(\text{κάτω})}{\ell} \Rightarrow T - w_3 = m_3 \frac{u_3'^2(\text{κάτω})}{\ell} \quad (1)$$

Για να διέρχεται το σώμα (3) από το ανώτερο σημείο της τροχιάς του με την ελάχιστη ταχύτητα , θα πρέπει στο σημείο αυτό να παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης μόνο η δύναμη του βάρους του ($T_{\text{νήματος}} = 0$)

Εφαρμόζουμε τον Β Νόμο στο ανώτερο σημείο της κυκλικής τροχιάς του σώματος (3)

$$\Sigma F_{(\text{ακτίνα})} = m_3 \frac{u_3'^2(\text{πάνω})}{\ell} \Rightarrow w_3 = m_3 \frac{u_3'^2(\text{πάνω})}{\ell}$$

$$\Rightarrow m_3 g = w_3 = m_3 \frac{u_3'^2(\text{πάνω})}{\ell} \Rightarrow u_3'^2(\text{πάνω}) = g \ell \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ από το κατώτερο μέχρι το ανώτερο σημείο της τροχιάς του σώματος (3).

$$\frac{1}{2} m_3 u_3'^2(\text{κάτω}) = \frac{1}{2} m_3 u_3'^2(\text{πάνω}) + m_3 g 2\ell \Rightarrow u_3'^2(\text{κάτω}) = u_3'^2(\text{πάνω}) + 4g\ell \text{ και από τη σχέση (1)}$$

$$\Rightarrow u_3'^2(\text{κάτω}) = 5g\ell \quad (3)$$

$$\text{Η σχέση (1) λόγω της σχέσης (3)} \Rightarrow T - w_3 = m_3 \frac{5g\ell}{\ell} \Rightarrow T = w_3 + 5m_3 g = 6m_3 g = 120\text{N}$$

β)

$$\text{Από τη σχέση (3) έχουμε } u_3'^2(\text{κάτω}) = 5g\ell \Rightarrow u_3'^2(\text{κάτω}) = 50 \cdot 0,32 = 16 \Rightarrow u_3'(\text{κάτω}) = 4 \text{ m/s}$$

$$\text{και από τη σχέση της Κ.Ε.Κ. } u_3'(\text{κάτω}) = \frac{2m_2}{m_2+m_3} u_2 \Rightarrow 4 = \frac{2}{1+2} u_2 \Rightarrow u_2 = 6\text{m/s}$$

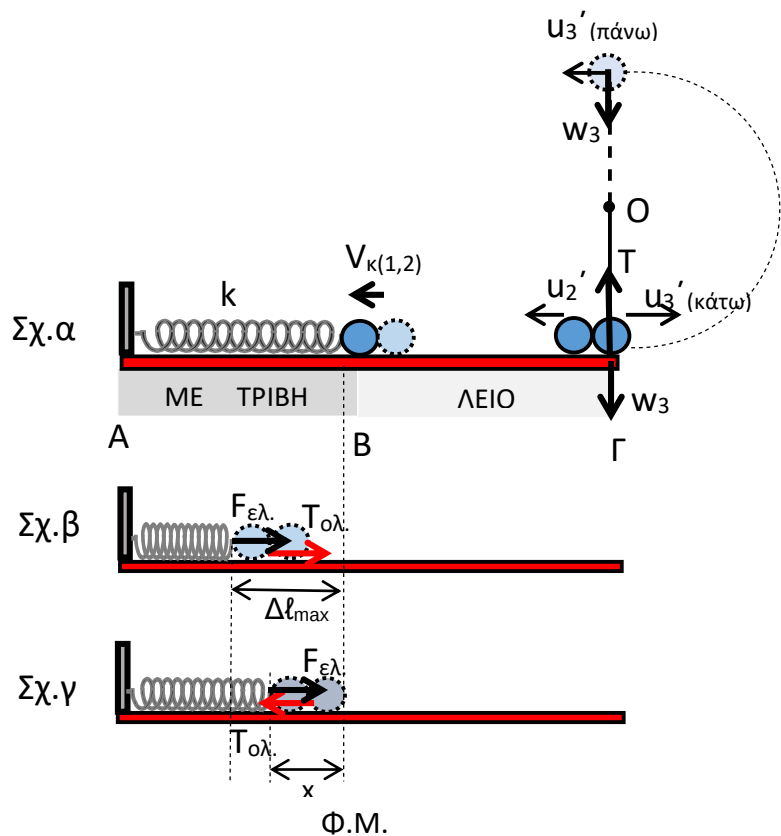
γ)

$$\text{Από τη σχέση της Κ.Ε.Κ. } u_2' = \frac{m_2-m_3}{m_2+m_3} u_2 = \frac{1-2}{1+2} \cdot 6 \Rightarrow u_2' = -2 \text{ m/s}$$

Τα σώματα (2),(1) συγκρούονται πλαστικά στο σημείο Β και αποκτούν στη θέση αυτή ταχύτητα

$$V_{κ(1,2)}. \text{ Εφαρμόζουμε την ΑΔΟ : } -m_2 u_2' = (m_2 + m_1) V_{κ(1,2)} \Rightarrow -2 = 2 \cdot V_{κ(1,2)} \Rightarrow V_{κ(1,2)} = -1\text{m/s}$$

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ ΦΥΣΙΚΟΣ



δ)

Στο Σχήμα β το συσσωμάτωμα επιβραδύνεται λόγω της τριβής ολίσθησης και της δύναμης του ελατηρίου. Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητά του το ελατήριο έχει τη μέγιστη συσπίερωσή του. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από τη στιγμή της πλαστικής κρούσης μέχρι τη μέγιστη συσπίερωση του ελατηρίου.

$$\Delta K = W_{F_{ελ.}} + W_{T_{ολ.}} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V_{κ(1,2)}^2 = U_{ελ. (αρχική)} - U_{ελ. (τελική)} - \mu (m_1 + m_2) g \Delta l_{max}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 0 - \frac{1}{2} k \Delta l_{max}^2 - \frac{1}{8} \cdot 2 \cdot 10 \Delta l_{max} \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \cdot 25 \Delta l_{max}^2 + \frac{10}{4} \Delta l_{max} \Rightarrow$$

$$50 \Delta l_{max}^2 + 10 \Delta l_{max} - 4 = 0 \quad \text{Λύνουμε τη δευτεροβάθμια εξίσωση}$$

$$\Delta = 10^2 + 4 \cdot 4 \cdot 50 = 900, \quad \Delta l_{max(1,2)} = \frac{-10 \pm \sqrt{900}}{100} = \frac{-10 \pm 30}{100} \Rightarrow \Delta l_{max(1)} = 0,2m \text{ (δεκτή)}$$

$$\Delta l_{max(2)} = -0,4m \text{ (απορ.)}$$

ε)

Στη θέση μηδενισμού της ταχύτητας του συσσωματώματος στη , $\Delta l_{max} = 0,2m$, η δύναμη του ελατηρίου είναι $F_{ελ.} = k \Delta l_{max} = 25 \cdot 0,2 = 5N$ και η οριακή στατική τριβή στο συσσωμάτωμα είναι $T_{ορ.στατική} = \mu (m_1 + m_2) g = \frac{1}{8} \cdot 2 \cdot 10 = 2,5 N$. Άρα το συσσωμάτωμα θα κινηθεί προς τα δεξιά.

Έστω ότι το συσσωμάτωμα ακινητοποιείται στο διάστημα από το Δl_{max} μέχρι το φυσικό μήκος του ελατηρίου, όπου το ελατήριο έχει συσπίερωση x (Σχ. γ)

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από τη συσπίερωση του ελατηρίου Δl_{max} μέχρι τη συσπίερωσή του x .

$$\Delta K = W_{F_{ελ.}} + W_{T_{ολ.}} \Rightarrow 0 = U_{ελ. (αρχική)} - U_{ελ. (τελική)} - \mu (m_1 + m_2) g (\Delta l_{max} - x) \Rightarrow$$

$$0 = \frac{1}{2} k \Delta l_{max}^2 - \frac{1}{2} k x^2 - \mu (m_1 + m_2) g (\Delta l_{max} - x) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 0,2^2 - \frac{1}{2} k x^2 - 2,5(0,2 - x) = 0$$

$$\Rightarrow 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 25 x^2 - 0,5 + 2,5 x = 0 \Rightarrow -12,5 x^2 + 2,5 x = 0 \Rightarrow x (-12,5 x + 2,5) = 0$$

και οι λύσεις είναι $x = 0$ (δεκτή) , $x = 0,2 m$ (απορ.)

Άρα το συσσωμάτωμα θα ακινητοποιηθεί στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

pananasgiannis@yahoo.gr

