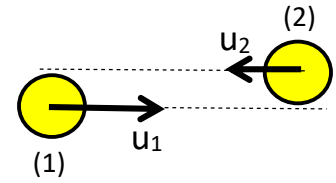


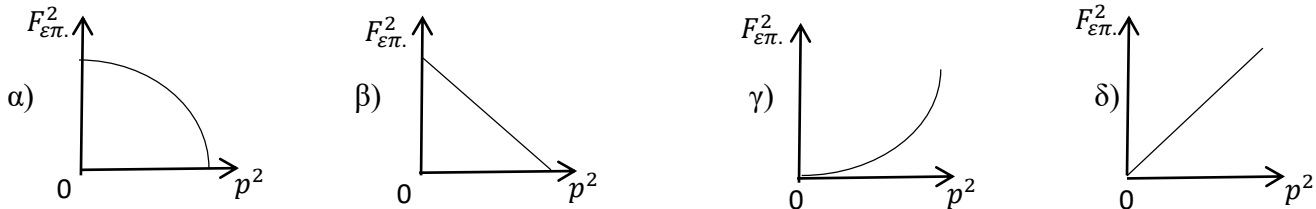
**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ( 3h) ΚΡΟΥΣΕΙΣ – ΣΤΕΡΕΟ- ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ 24-25**
**ΘΕΜΑ Α**
**A<sub>1</sub> ( 5 μ)**

Οι σφαίρες (1), (2) με μάζες  $m, 2m$  αντίστοιχα κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και οι ταχύτητες των κέντρων μάζας τους, είναι παράλληλες μεταξύ τους. Οι ορμές των σφαιρών μετά την κρούση είναι αντίθετες μεταξύ τους.



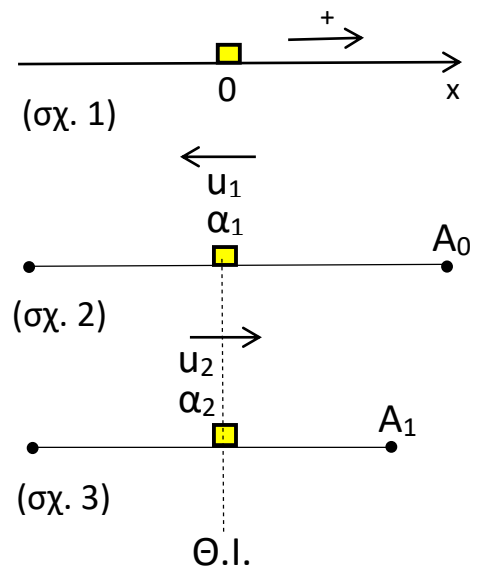
- α) Οι σφαίρες μετά την κρούση τους κινούνται στη διεύθυνση που κινούνταν πριν την κρούση.  
 β) Οι ορμές των σφαιρών πριν την κρούση δεν είναι αντίθετες μεταξύ τους .  
 γ) Πριν την κρούση των σφαιρών ,το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας (1) είναι διπλάσιο του μέτρου της ταχύτητας της σφαίρας (2).  
 δ) Οι σφαίρες μετά την κρούση τους κινούνται σε διαφορετικές διευθύνσεις μεταξύ τους.

A<sub>2</sub>. (5μ) Κινητό εκτελεί ΑΑΤ. Η γραφική παράσταση του τετραγώνου της δύναμης επαναφοράς η οποία του ασκείται  $F_{επ.}^2$ , σε συνάρτηση με το τετράγωνο της ορμής του  $p^2$ , είναι


**A<sub>3</sub> (5μ)**

Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη επαναφοράς  $F_{επ.} = -D x$ .

Το σώμα ισορροπεί στη θέση  $x=0$  ( σχ. 1) Μετατοπίζουμε το σώμα στο αρχικό πλάτος  $A_0$  και το αφήνουμε. Το σώμα εκτελεί οριζόντια φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης  $F_{απ.} = -b u$ . Κατά την κίνηση του σώματος από το πλάτος  $A_0$  μέχρι το επόμενο πλάτος  $A_1$  σε χρόνο  $T$ , το μέτρο της ταχύτητάς του και το μέτρο της επιτάχυνσής του, όταν διέρχεται από την θέση ισορροπίας του προς τα αριστερά, είναι  $u_1, \alpha_1$  ( σχ. 2) και όταν διέρχεται από τη



θέση ισορροπίας του προς τα δεξιά είναι  $u_2, \alpha_2$  (σχήμα 3).

Δίνεται ότι η απόλυτη τιμή του ρυθμού μετατροπής της ενέργειας σε θερμική είναι  $|\frac{dW_{F_{\alpha\pi}}}{dt}| = bu^2$

- α) Η φορά της επιτάχυνσης όταν διέρχεται το σώμα από τη θέση ισορροπίας  $\alpha_1$  στο σχήμα 2 είναι προς τα αριστερά και η φορά της επιτάχυνσης  $\alpha_2$ , στο σχήμα 3 είναι προς τα δεξιά.
- β) Στο σχήμα 3 η ταχύτητα του σώματος γίνεται μέγιστη σε σημείο δεξιά από τη θέση ισορροπίας.
- γ) Η απόλυτη τιμή του ρυθμού μετατροπής της ενέργειας σε θερμική στη θέση ισορροπίας στο σχήμα 2 είναι μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή του ρυθμού μετατροπής της ενέργειας σε θερμική, στη θέση ισορροπίας στο σχήμα 3.
- δ) Η σχέση μεταξύ των πλατών  $A_0, A_1$  είναι  $A_1 = A_0 e^{-2\Delta T}$

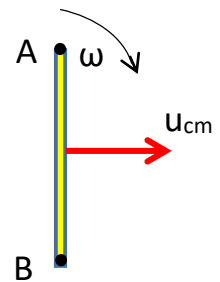
A4

Η ομογενής ράβδος AB εκτελεί ταυτόχρονα μεταφορική Ε.Ο.Κ και Ο.Σ.Κ.

Η σχέση μεταξύ των μέτρων  $u_{cm} - \omega$  είναι  $u_{cm} = \omega \cdot AB$

Ποια από τις προτάσεις είναι λάθος.

- α) Το μέτρο της ταχύτητας του άκρου A της ράβδου, μετά από περιστροφή της κατά  $\pi/2$  από την αρχική της θέση που φαίνεται στο σχήμα είναι  $u_A = \sqrt{5} u_{cm} / 2$
- β) Το μέτρο της ταχύτητας του άκρου A της ράβδου είναι  $u_A = u_{cm} / 2$ , μετά από χρόνο  $\Delta t = \pi/\omega$ , από τη στιγμή που είχε τη θέση που φαίνεται στο σχήμα.
- γ) Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σημείου A είναι  $a_{κ.(A)} = u_{cm}^2 / AB$
- δ) Σε χρόνο  $\Delta t$  το μέτρο της μετατόπισης του κέντρου μάζας ισούται με το διπλάσιο του μήκους του τόξου, που διαγράφει το σημείο A, κατά τη στροφική κίνηση της ράβδου.



A5. (5μ)

Ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

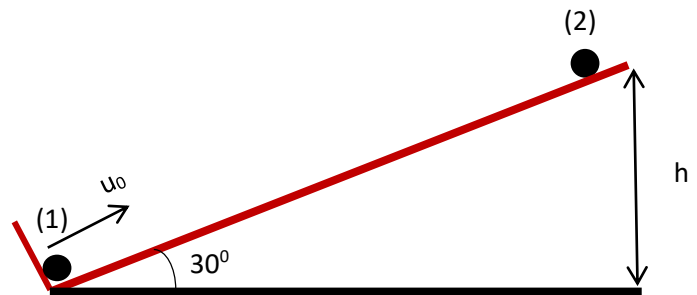
- α) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση όταν μειώνουμε τη συχνότητα του διεγέρτη από την τιμή  $f_{\delta 1}$  στην οποία αντιστοιχεί πλάτος  $A_1$  στη συχνότητα με τιμή  $f_{\delta 2}$  στην οποία αντιστοιχεί πάλι πλάτος  $A_1$ , η συχνότητα  $f_{\delta 1}$  είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.

- β) Όταν συγκρούονται δύο σώματα και οι κινητικές τους ενέργειες μετατρέπονται σε θερμική ενέργεια, η κρούση τους είναι πλαστική.
- γ) Η κίνηση του στερεού κατά την οποία εκτελεί ταυτόχρονα μεταφορική κυκλική κίνηση και στροφική κίνηση, δεν είναι σύνθετη κίνηση.
- δ) Η στροφορμή υλικού σημείου μάζας  $m$ , ταχύτητας μέτρου  $u$ , το οποίο εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας  $R$ , έχει μέτρο  $L = muR$ , διεύθυνση τη διεύθυνση της ακτίνας του κύκλου και φορά προς το κέντρο του κύκλου.
- ε) Αν σε μια ΚΕΚ μεταξύ δύο σφαιρών οι  $u_1, u_2$  είναι οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν την κρούση και οι  $u'_1, u'_2$  είναι οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων τους αμέσως μετά την κρούση, η σχέση μεταξύ τους είναι  $u_1 + u_2 = u'_1 + u'_2$

## ΘΕΜΑ Β

B<sub>1</sub> (8μ)

Στο κατώτερο σημείο του λείου πλάγιου επιπέδου κλίσης  $\theta = 30^\circ$  υπάρχει ελαστικό τοίχωμα, κάθετο στο πλάγιο επίπεδο. Τη στιγμή  $t=0$  δίνουμε αρχική ταχύτητα  $u_0$  στη μικρή σφαίρα (1) και ταυτόχρονα αφήνουμε μια ίδια σφαίρα (2) από ύψος  $h$  (σχήμα). Οι κρούσεις μεταξύ



των σωμάτων είναι κεντρικές-ελαστικές και μεταξύ του τοιχώματος και του σώματος (1) είναι ελαστικές.

Ισχύει  $u_0^2 = 2gh$  όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας. Θεωρούμε τα σώματα χωρίς διαστάσεις.

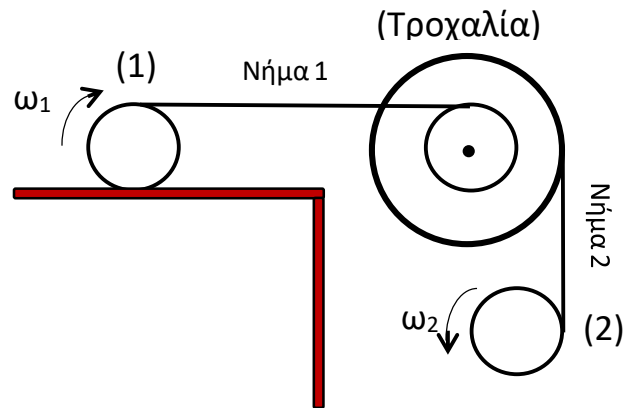
Η χρονική στιγμή της πρώτης κρούσης μεταξύ των σφαιρών είναι  $t_{\text{πρώτης}}$  και η χρονική στιγμή της δεύτερης κρούσης μεταξύ των σφαιρών είναι  $t_{\text{δεύτερης}}$ .

$$\alpha) t_{\text{δεύτερης}} - t_{\text{πρώτης}} = \frac{u_0}{g} \quad \beta) t_{\text{δεύτερης}} - t_{\text{πρώτης}} = 2 \frac{u_0}{g} \quad \gamma) t_{\text{δεύτερης}} - t_{\text{πρώτης}} = 3 \frac{u_0}{g} \quad (3\mu)$$

Αιτιολόγηση (5μ)

B<sub>2</sub> (8μ)

Ο λεπτός ομογενής κύλινδρος (1) κάνει κύλιση στο οριζόντιο επίπεδο. Ο κύλινδρος έχει ακτίνα  $R$  και το μη εκτατό νήμα 1 το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρειά του έχει οριζόντιο τμήμα το οποίο καταλήγει στο αυλάκι της τροχαλίας ακτίνας  $R$  στο οποίο είναι επίσης τυλιγμένο. Στο αυλάκι της τροχαλίας ακτίνας  $2R$  είναι τυλιγμένο μη εκτατό νήμα 2 το κατακόρυφο τμήμα του οποίου



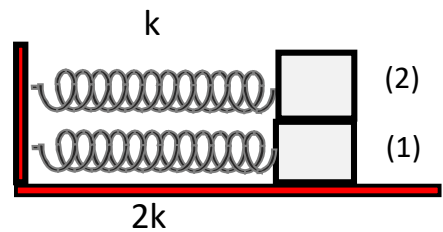
καταλήγει στη περιφέρεια του κυλίνδρου (2) ακτίνας  $R$ , στη οποία επίσης είναι τυλιγμένο. Τα νήματα είναι τεντωμένα και δεν ολισθαίνουν στις περιφέρειες των κυλίνδρων και στα αυλάκια της τροχαλίας. Η τροχαλία στρέφεται, το νήμα 1 τυλίγεται στο αυλάκι της τροχαλίας και το νήμα 2 ξετυλίγεται από το αυλάκι της τροχαλίας και από περιφέρεια του κυλίνδρου (2). Ο κύλινδρος 2 κινείται κατακόρυφα. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου 1 είναι  $\omega_1$ , του κυλίνδρου 2 είναι  $\omega_2$  και το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου 2, είναι  $u_{cm,2}$ . Η σχέση μεταξύ των  $u_{cm,2}$ ,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  είναι

$$\alpha) u_{cm2} = (2\omega_1 + \omega_2) R \quad \beta) u_{cm2} = (4\omega_1 + \omega_2) R \quad (3\mu)$$

Αιτιολόγηση (5μ)

B<sub>3</sub>

Τα σώματα (1),(2) στο σχήμα είναι ακίνητα με το σώμα (1) πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο και το σώμα (2) πάνω στο σώμα (1). Το σώμα (1) συνδέεται με το ένα άκρο του ιδανικού, οριζόντιου, ελατηρίου σταθεράς  $2k$  και το σώμα (2) με το ένα άκρο του ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Τα άλλα



άκρα των ελατηρίων συνδέονται σε σταθερά σημεία. Τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Οι μάζες των σωμάτων είναι  $m_1 = m_2 = m$ . Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων (1),(2) είναι  $\mu$ .

Μετατοπίζουμε οριζόντια μαζί τα σώματα σε τόση απόσταση ώστε αν τα αφήσουμε, να κινηθούν χωρίς να ολισθήσει το ένα ως προς το άλλο.

**ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ**

A (4μ)

Να αποδειχθεί ότι τα σώματα θα εκτελέσουν ΑΑΤ και να βρεθεί η σταθερά ταλάντωσης D

B(5m)

Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης των σωμάτων, για να μην ολισθαίνει το ένα σώμα ως προς το άλλο είναι

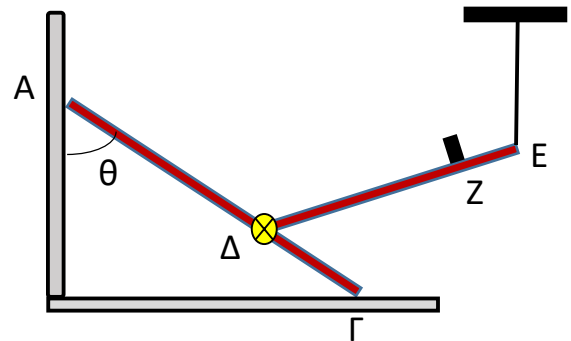
α)  $A_{\max} = \mu mg/k$    β)  $A_{\max} = 2\mu mg/k$    γ)  $A_{\max} = 3\mu mg/k$    (2μ)

Αιτιολόγηση (3μ)

ΘΕΜΑ Γ

Η ομογενής δοκός ΑΓ μάζας  $M_1 = 2\text{Kg}$  στο σχήμα ισορροπεί.

Η δοκός είναι σε επαφή με τον λείο τοίχο στο Α και το δάπεδο στο Γ. Στο σημείο της Δ υπάρχει άρθρωση με την οποία συνδέεται το ένα άκρο της ομογενούς ράβδου ΔΕ μάζας  $M_2 = 2\text{Kg}$ . Πάνω στη ράβδο στο σημείο Ζ, είναι ακίνητο το μικρό σώμα μάζας  $m = 2\text{Kg}$ . Το άκρο Ε της ράβδου συνδέεται με το κάτω άκρο μη εκτατού, κατακόρυφου, νήματος του οποίου το άλλο άκρο συνδέεται με το ταβάνι. Η δοκός σχηματίζει γωνία  $\theta$  με τον τοίχο.



Δίνονται  $\Gamma\Delta = \text{ΑΓ}/3$ ,  $\text{ΖΕ} = \text{ΔΕ}/4$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\sin\theta = 0,6$  ( $\eta\mu\theta = 0,8$ ) Θεωρούμε το μικρό σώμα χωρίς διαστάσεις.

Να βρείτε

α) Τη δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη δοκό (10μ)

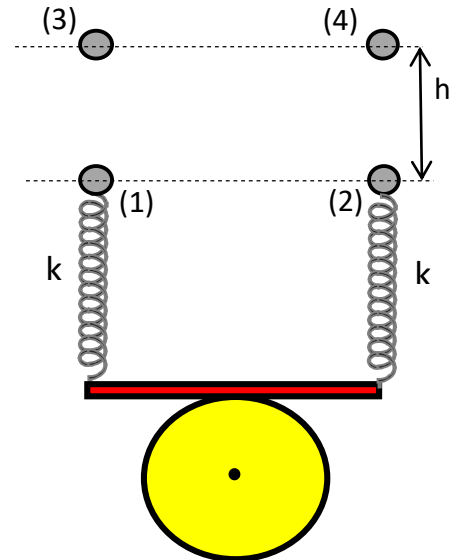
β) Τη δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη δοκό (6μ)

γ) Τη στατική τριβή που ασκεί το δάπεδο στη δοκό. (3μ)

δ) Την ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου-δοκού, για να ισορροπούν τα σώματα. (6μ)

## ΘΕΜΑ Δ

Με τα άκρα της οριζόντιας ομογενούς σανίδας μάζας  $M=2\text{Kg}$  στο σχήμα, συνδέονται τα κάτω άκρα των ίδιων κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων με σταθερά  $k=100\text{ N/m}$  το κάθε ένα. Το μέσο της είναι σε επαφή με σημείο της περιφέρειας της τροχαλίας μάζας  $M=2\text{Kg}$ . Με τα πάνω άκρα των ελατηρίων συνδέονται τα ίδια σώματα (1), (2) μάζας  $m=1\text{Kg}$  το κάθε ένα. Όλα τα σώματα είναι ακίνητα. Στις κατακόρυφες που διέρχονται από τα σώματα (1), (2) και σε ύψος  $h$ , κρατάμε δύο ίδια σώματα (3), (4) με μάζα  $m/3$  το κάθε ένα. Θεωρούμε τα σώματα (1),(2),(3),(4) χωρίς διαστάσεις.



α) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία. (5μ)

Αφήνουμε ταυτόχρονα τα σώματα (3), (4). Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά με τα σώματα (1), (2). Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης των σωμάτων (1), (2) η μέγιστη δύναμη που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία έχει μέτρο  $F_{(αξ.->τροχ.)} = 100\text{N}$

Να βρεθούν

β) Τα πλάτη ταλάντωσης των ταλαντώσεων των σωμάτων (1), (2) (6μ)

γ) Το ύψος  $h$  και τα ύψη που θα φτάσουν τα σώματα (3), (4) μετά την κρούση τους. (6μ)

Κάνουμε το ίδιο πείραμα με τα σώματα (3), (4) να έχουν μάζα  $m$  το κάθε ένα και η κρούση τους με τα σώματα (1), (2) να είναι πλαστική.

δ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη δύναμη που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία. (8μ)

**K. E.**

