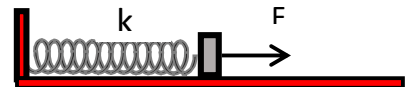


ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ ΦΑΙΝΟΜΕΝΩΝ –ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΑΑΤ (Γ)

Γ. ΘΕΜΑΤΑ ΑΑΤ ΜΕ ΣΤΑΘΕΡΗ ΔΥΝΑΜΗ (ΠΛΗΝ ΤΟΥ ΒΑΡΟΥΣ)

Παράδειγμα 1

Το ακίνητο σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ συνδέεται με το δεξιό άκρο του αβαρούς, οριζώντιου, ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ και είναι πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου συνδέεται σε σταθερό σημείο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο σώμα οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$ προς τα δεξιά.



- α) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να βρεθεί η σταθερή ταλάντωσής του D .
- β) Αν η θετική φορά για τις αλγεβρικές τιμές είναι προς τα αριστερά, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.
- γ) Να βρεθεί η εξίσωση της αλγεβρικής τιμής της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και σε συνάρτηση με το χρόνο. Να γίνουν οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.
- δ) Να βρεθούν τα έργα της δύναμης F , της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης επαφής από τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{30}\text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{15}\text{ s}$.
- ε) Να βρεθούν η ισχύς της δύναμης, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{15}\text{ s}$.

Απάντηση.

α)

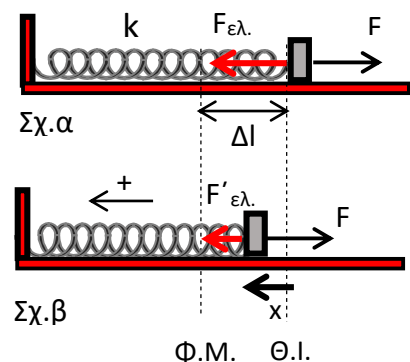
$$\begin{aligned} \text{Στη } \Theta.Ι. (\Sigma\chi.α) \quad \Sigma F=0 &\Rightarrow F_{ελ.}=F \Rightarrow k \Delta l = F \Rightarrow \\ \Rightarrow 100 \Delta l=10 &\Rightarrow \Delta l=0,1\text{m} \end{aligned}$$

Στην τυχαία απομάκρυνση x με θετικά προς τα αριστερά

($\Sigma\chi. \beta$)

$$\Sigma F = F'_{ελ} - F = k(\Delta l - x) - F = 100(0,1 - x) - 10 \Rightarrow$$

$$\Sigma F = 10 - 100x - 10 \Rightarrow \Sigma F = -100x$$



Άρα $D=k = 100\text{N/m}$

β) Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi)$.

Το πλάτος $A = \Delta l = 0,1\text{m}$, η γωνιακή συχνότητα $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10\text{ rad/s}$ και η αρχική φάση

βρίσκεται με αντικατάσταση των τιμών $t=0$, $x=0,1\text{m}$ στην εξίσωση της απομάκρυνσης $x = 0,1\eta\mu(10t + \varphi) \Rightarrow \eta\mu\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$.

Άρα $x = 0,1\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$

γ)

1^{ος} τρόπος $F'_{ελ} = k\Delta l' = k(\Delta l - x) = 100(0,1 - x) = 10 - 100x$

2^{ος} τρόπος

Από τη σχέση $F_{επ.} = -kx$ με αντικατάσταση της συνισταμένης $F_{επ.}$ με τις συνιστώσες της.

Δεν βάζουμε πρόσημο στη ζητούμενη $F_{ελ}$ αλλά μόνο στη δύναμη F . Είναι δουλειά της εξίσωσης να μας υπολογίσει και το πρόσημο και το μέτρο της $F_{ελ}$, δηλαδή την αλγεβρική της τιμή.

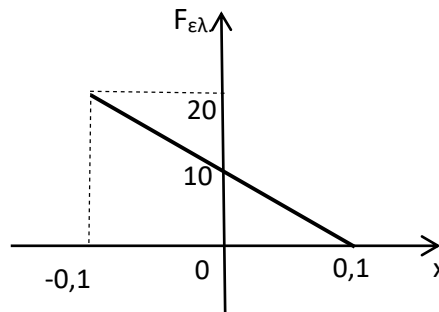
$F_{επ.} = -kx \Rightarrow F'_{ελ} - F = -kx \Rightarrow F'_{ελ} = F - kx \Rightarrow F'_{ελ} = 10 - 100x$

Γραφική παράσταση $F'_{ελ}(x) = 10 - 100x$

Για $x = -0,1\text{m}$, $F'_{ελ} = 20\text{N}$

$x = 0$, $F'_{ελ} = 10\text{N}$

$x = 0,1$, $F'_{ελ} = 0$



Γραφική παράσταση $F'_{ελ}(t) = 10 - 100 \cdot 0,1\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) = 10 - 10\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$

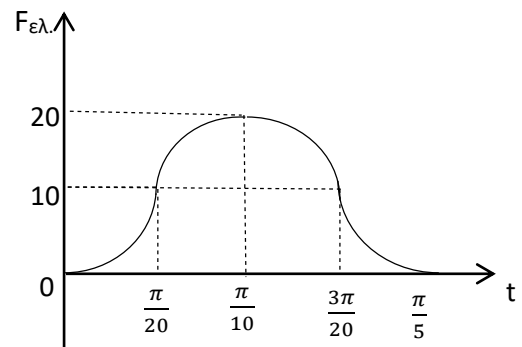
Για $t = 0$, $F'_{ελ} = 0$

$t = \frac{\pi}{20}$, $F'_{ελ} = 10 - 10\eta\mu(10 \cdot \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{2}) = 10 - 20\eta\mu\pi = 10\text{N}$

$t = \frac{\pi}{10}$, $F'_{ελ} = 10 - 10\eta\mu 3\pi/2 = 20\text{N}$

$t = \frac{3\pi}{20}$, $F'_{ελ} = 10 - 10\eta\mu 2\pi = 10\text{N}$

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ ΦΥΣΙΚΟΣ



δ)

Οι απομακρύνσεις x_1, x_2 τις χρονικές στιγμές $t_1 = \frac{\pi}{30} \text{ s}$, $t_2 = \frac{\pi}{15} \text{ s}$ είναι

$$x_1 = 0,1\mu(10t_1 + \frac{\pi}{2}) = 0,1\mu(10 \frac{\pi}{30} + \frac{\pi}{2}) = 0,1\mu(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}) = 0,1\mu \frac{5\pi}{6} = 0,05\text{m}$$

$$x_2 = 0,1\mu(10t_2 + \frac{\pi}{2}) = 0,1\mu(10 \frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{2}) = 0,1\mu(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{2}) = 0,1\mu \frac{7\pi}{6} = -0,05\text{m}$$

Η μετατόπιση Δx από x_1 μέχρι x_2 είναι $\Delta x = x_2 - x_1 = -0,05 - 0,05 = -0,1\text{m}$ και η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι $F = -10\text{N}$.

Το έργο της δύναμης F είναι: $W_F = F \Delta x = -10 \cdot (-0,1) = 1\text{J}$

Το έργο της δύναμης του ελατηρίου είναι: $W_{F_{\epsilon\lambda.}} = \frac{1}{2} k \Delta l_{\alpha\rho\chi.}^2 - \frac{1}{2} k \Delta l_{\tau\epsilon\lambda.}^2 \Rightarrow$

$$W_{F_{\epsilon\lambda.}} = \frac{1}{2} 100 0,05^2 - \frac{1}{2} 100 0,15^2 \Rightarrow W_{F_{\epsilon\lambda.}} = -1\text{J}$$

Το έργο της δύναμης επαναφοράς είναι: $W_{F_{\epsilon\pi.}} = \frac{1}{2} k x_1^2 - \frac{1}{2} k x_2^2 \Rightarrow$

$$W_{F_{\epsilon\pi.}} = \frac{1}{2} 100 (0,05)^2 - \frac{1}{2} 100 (-0,05)^2 = 0$$

ε) Η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{\pi}{15} \text{ s}$ είναι: $u_2 = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu(10t_2 + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow u_2 = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu(10 \frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{2})$

$$\Rightarrow u_2 = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu(10 \frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow u_2 = 1 \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{6} \Rightarrow u_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$$

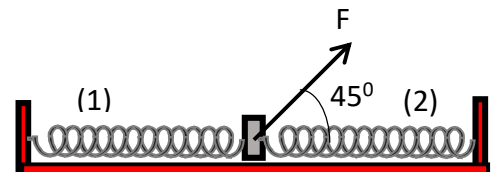
$$P_F = F u_2 = (-10) \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = 5\sqrt{3} \text{ W}$$

$$\frac{dK}{dt} = F_{\epsilon\pi.} u = -k x_2 u_2 = -100 \cdot (-0,05) \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -2,5 \sqrt{3} \text{ J/s}$$

$$\frac{dU_{\epsilon\lambda.}}{dt} = -F_{\epsilon\lambda.} u_2 = -k \Delta l u_2 = -100 \cdot 0,15 \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = 7,5 \sqrt{3} \text{ J/s}$$

Εφαρμογή 1

Το σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ συνδέεται με τα άκρα των ίδιων ελατηρίων (1), (2) με σταθερές $k_1 = k_2 = k=100\text{N/m}$ και είναι ακίνητο πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων συνδέονται σε σταθερά σημεία. Το κάθε ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta l=0,1\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο σώμα σταθερή δύναμη μέτρου $F=20\sqrt{2} \text{ N}$ η οποία σχηματίζει γωνία



45° με την οριζόντια διεύθυνση και έχει φορά προς τα πάνω – δεξιά.

α) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να βρεθεί η σταθερή ταλάντωσής του D.

$$(D = 200 \text{ N/m})$$

β) Αν η θετική φορά για τις αλγεβρικές τιμές είναι προς τα αριστερά, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.

$$(x = 0,1\mu(10t + \frac{\pi}{2}))$$

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της αλγεβρικής τιμής της δύναμης του ελατηρίου (1) και της αλγεβρικής τιμής της δύναμης του ελατηρίου (2) σε συνάρτηση με την απομάκρυνση και σε συνάρτηση με το χρόνο.

Να γίνουν οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

$$(F'_{\epsilon\lambda.1}(x) = 20 - 100x, F'_{\epsilon\lambda.2}(x) = -100x)$$

δ) Να βρεθούν τα έργα της δύναμης F, της δύναμης του ελατηρίου (1), της δύναμης του ελατηρίου (2) και της δύναμης επαναφοράς από τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{30} \text{ s}$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$.

$$(W_F = F \Delta x = 2 \text{ J}, W_{F\epsilon\lambda.1} = -2 \text{ J}, W_{F\epsilon\lambda.2} = 0, W_{F\epsilon\pi} = 0)$$

ε) Να βρεθούν η ισχύς της δύναμης, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος, ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου (1) και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου (2), τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$.

$$(P_F = 10\sqrt{3} \text{ W}, \frac{dK}{dt} = -5\sqrt{3} \text{ J/s}, \frac{dU_{\epsilon\lambda.1}}{dt} = 12,5\sqrt{3} \text{ J/s}, \frac{dU_{\epsilon\lambda.2}}{dt} = 2,5\sqrt{3} \text{ J/s})$$

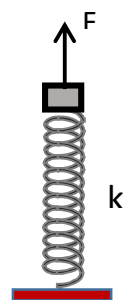
Παράδειγμα 2

Το σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ συνδέεται με το πάνω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$ και είναι ακίνητο. Το κάτω άκρο του ελατηρίου συνδέεται με το δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο σώμα κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου $F=20\text{N}$ προς τα πάνω.

α) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να βρεθεί η σταθερή ταλάντωσής του D.

β) Αν η θετική φορά για τις αλγεβρικές τιμές είναι προς τα κάτω,

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ ΦΥΣΙΚΟΣ



να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.

γ) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας στο πεδίο βαρύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{60}$ s

Απάντηση

α)

Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω.

$$\text{Στη } \Theta.l.2 \text{ (}\Sigma\chi.\beta\text{)} : \Sigma F=0 \Rightarrow F - w - F'_{ελ} = 0$$

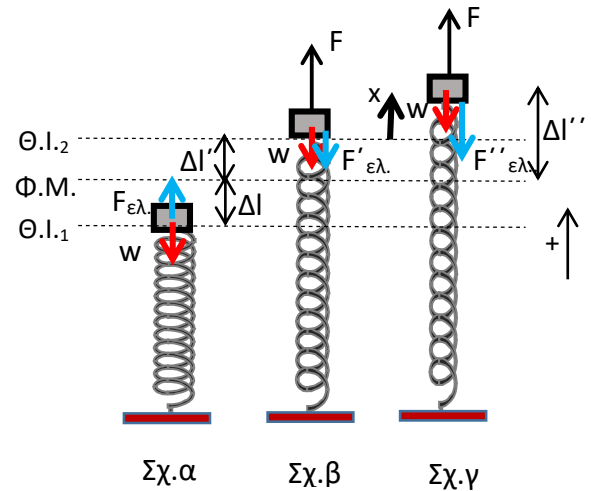
$$20 - k \Delta l' - 10 = 0 \Rightarrow 100 \Delta l' = 10 \Rightarrow \Delta l' = 0,1 \text{ m}$$

Στην τυχαία απομάκρυνση x (Σχ.γ)

$$\Sigma F = F - w - F'_{ελ} \Rightarrow \Sigma F = 20 - 10 - k \Delta l''$$

$$\Rightarrow \Sigma F = 20 - 10 - 100(0,1 + x) = -100x$$

Άρα εκτελεί ΑΑΤ με $D=100 \text{ N/m}$



β) Θεωρούμε θετική φορά προς τα κάτω.

$$\text{Στη } \Theta.l.1 \text{ που το σώμα ήταν ακίνητο (}\Sigma\chi.\alpha\text{)} : \Sigma F=0 \Rightarrow w - F_{ελ} = 0 \Rightarrow 10 - 100\Delta l = 0 \Rightarrow \Delta l = 0,1 \text{ m}$$

Η απόσταση από τη $\Theta.l.1$ μέχρι τη $\Theta.l.2$, $\Delta l + \Delta l' = 0,2 \text{ m}$ είναι το πλάτος ταλάντωσης $A = 0,2 \text{ m}$

$$\text{Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι } x = A \eta \mu(\omega t + \varphi), \quad A = 0,2 \text{ m}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \text{ rad/s}$$

$$\text{και για } t=0, x=0,2 \text{ m} \Rightarrow 0,2 = 0,2 \eta \mu(0 + \varphi) \quad \text{άρα } \eta \mu \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Επομένως } x = 0,2 \eta \mu(10t + \frac{\pi}{2})$$

$$\gamma) \frac{dU_{βαρ.}}{dt} = -w u_1 \quad (1)$$

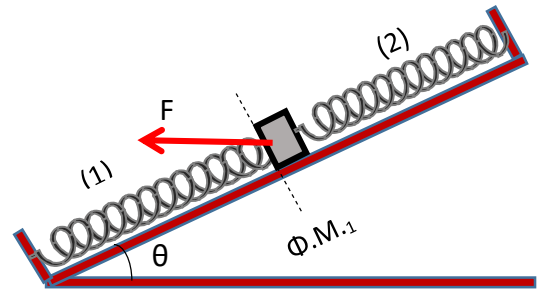
$$\text{Η εξίσωση της ταχύτητας είναι } u = 2 \sigma \upsilon \nu(10t + \frac{\pi}{2}) \text{ και για } t = t_1 = \frac{\pi}{60} \text{ s}, u_1 = 2 \sigma \upsilon \nu(10 \frac{\pi}{60} + \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow u_1 = 2 \sigma \upsilon \nu(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow u_1 = 2 \sigma \upsilon \nu(\frac{2\pi}{3}) \Rightarrow u_1 = 2(-\frac{1}{2}) \Rightarrow u_1 = -1 \text{ m/s} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{dU_{βαρ.}}{dt} = -10(-1) = 10 \text{ J/s}$$

Εφαρμογή 2

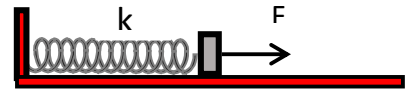
Τα ελατήρια (1), (2) με σταθερές $k_1 = k_2 = 100 \text{ N/m}$ συνδέονται με το ακίνητο σώμα μάζας $m = 2 \text{ Kg}$, το οποίο είναι πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο κλίσης θ με $\eta\mu\theta = 0,6$ ($\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$). Τα άλλα άκρα των ελατηρίων συνδέονται σε σταθερά σημεία. Το ελατήριο (1) έχει το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκείται στο σώμα οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F = 15 \text{ N}$ προς τα αριστερά.



- α) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να βρεθεί η σταθερή ταλάντωσής του D .
- β) Αν η θετική φορά για τις αλγεβρικές τιμές είναι προς τα πάνω - δεξιά, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο. $[x = 0,06\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})]$
- γ) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας στο πεδίο βαρύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{60} \text{ s}$ ($\frac{dU_{\beta\alpha\rho.}}{dt} = -4,8 \text{ J/s}$)

Παράδειγμα 3

Το ακίνητο σώμα μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ συνδέεται με το δεξιό άκρο του αβαρούς, οριζόντιου, ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$ και είναι πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου συνδέεται σε σταθερό σημείο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκείται στο σώμα οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F = 10 \text{ N}$ προς τα δεξιά. Τη χρονική στιγμή $t = t_1$ από τη στιγμή που ασκήθηκε η δύναμη, το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta l = 0,1 \text{ m}$ για δεύτερη φορά.



Να βρείτε .

- α) Τη χρονική στιγμή t_1 .
- β) Την ενέργεια που παρέχει η δύναμη F στο σώμα και την ενέργεια που αφαιρεί η δύναμη F από το

σώμα από $t=0$ μέχρι $t=t_1$

Τη χρονική στιγμή t_1 η δύναμη F καταργείται ακαριαία.

Να βρείτε .

γ) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μετά την κατάργηση της δύναμης.

δ) Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που καταργείται η δύναμη μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος για πρώτη φορά.

Απάντηση.

α)

$$\text{Στη } \Theta.Ι. : \Sigma F=0 \Rightarrow F_{ελ.} = F \Rightarrow k \Delta l = F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 \Delta l = 10 \Rightarrow \Delta l = 0,1\text{m}$$

Θεωρούμε θετική φορά προς τα δεξιά.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του κινητού

$$\text{είναι } x = 0,1\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$$

$$\text{και για } x=0, \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) = 0 \Rightarrow 10t + \frac{\pi}{2} = \kappa \pi$$

όπου $\kappa = 0, 1, 2, \dots$

$$\text{Για } \kappa=0, 10t + \frac{\pi}{2} = 0 \Rightarrow 10t = -\frac{\pi}{2} \text{ (Απορρίπτεται γιατί δεν μπορεί } t < 0)$$

$$\kappa=1, 10t + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow 10t = \pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow 10t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{20} \text{ s (πρώτη φορά που } \Delta l = 0,1\text{m)}$$

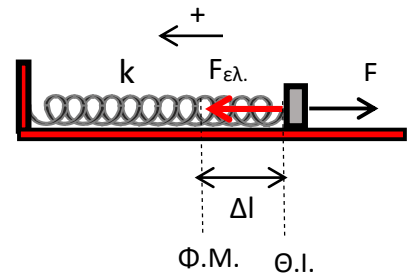
$$\kappa=2, 10t + \frac{\pi}{2} = 2\pi \Rightarrow 10t = 2\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow 10t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = t_1 = \frac{3\pi}{20} \text{ s (δεύτερη φορά που } \Delta l = 0,1\text{m)}$$

β)

Η ενέργεια που παρέχει η δύναμη F ισούται με το έργο της για τη μετατόπιση του σώματος από την απομάκρυνση $x=0,1\text{m}$ μέχρι την απομάκρυνση $x= -0,1\text{m}$, δηλαδή για μετατόπιση του σώματος $\Delta x = -0,2\text{m}$ προς τα δεξιά . $W_F = F \Delta x = (-10) (-0,2) = 2\text{J}$. Άρα $E_{\text{προσφ.}} = 2\text{J}$

Η ενέργεια που αφαιρεί η δύναμη F ισούται με την απόλυτη τιμή του έργου της για τη μετατόπιση του σώματος από την απομάκρυνση $x= -0,1\text{m}$ μέχρι την απομάκρυνση $x=0$, δηλαδή για μετατόπιση του σώματος $\Delta x = x_{\text{τελ.}} - x_{\text{αρχ.}} = 0 - (-0,1) = 0,1\text{m}$, προς τα αριστερά. $W_F = F \Delta x = (-10) (0,1) = -1\text{J}$

Άρα $E_{\text{αφαιρεί}} = 1\text{J}$



γ)

Από την εξίσωση της ταχύτητας $u = 1 \sin(10t + \frac{\pi}{2})$ για $t = \frac{3\pi}{20}$ s που καταργείται η δύναμη F, βρίσκουμε την ταχύτητα του σώματος. $u = 1 \sin(10 \cdot \frac{3\pi}{20} + \frac{\pi}{2}) = 1 \sin 2\pi = 1 \text{ m/s}$

Η Θ.Ι. της νέας ταλάντωσης είναι στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου. Εφαρμόζουμε την $\Delta E_{\text{ταλ.}}$ από τη θέση που καταργείται η δύναμη μέχρι την ακραία θέση.

$$\frac{1}{2} m u^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A_2^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} 1^2 + \frac{1}{2} 100 (0,1)^2 = \frac{1}{2} 100 A_2^2 \quad \Rightarrow \quad A_2 = 0,1\sqrt{2} \text{ m}$$

δ)

Βρίσκουμε την πιο εύκολη εξίσωση της απομάκρυνσης της νέας ταλάντωσης.

Θεωρούμε ότι για $t=0$, $x' = 0$ και $u' > 0$ (με θετική φορά προς τα δεξιά.).

$$\text{Άρα } x' = A_2 \eta \mu \omega t' \quad \text{με } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}} = 10 \text{ rad/s} \quad \text{και τελικά } x' = 0,1\sqrt{2} \eta \mu 10t$$

$$\text{Βρίσκουμε το χρόνο από τη Θ.Ι. μέχρι } x'=0,1\text{m} : 0,1 = 0,1\sqrt{2} \eta \mu 10t' \Rightarrow \eta \mu 10t = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{και η μικρότερη γωνία είναι } 10t' = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t' = \frac{\pi}{40} \text{ s}$$

Ο χρόνος από την απομάκρυνση $x'=0,1\text{m}$ μέχρι τη Θ.Ι. ισούται με το χρόνο από τη Θ.Ι. μέχρι την απομάκρυνση $x'=0,1\text{m}$: $t'_{0,1 \rightarrow \Theta.I.} = t'_{\Theta.I. \rightarrow 0,1} = \frac{\pi}{40} \text{ s}$

$$\text{Άρα } t'_{0,1 \rightarrow A.\Theta} = t'_{0,1 \rightarrow \Theta.I.} + t'_{\Theta.I. \rightarrow A.\Theta.} \Rightarrow t'_{0,1 \rightarrow A.\Theta} = \frac{\pi}{40} + \frac{T}{4} \quad \text{όμως } T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

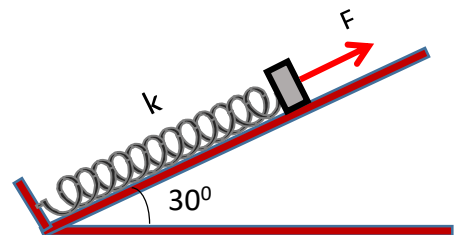
$$\text{Επομένως } t'_{0,1 \rightarrow A.\Theta} = \frac{\pi}{40} + \frac{\pi}{20} \Rightarrow t'_{0,1 \rightarrow A.\Theta} = \frac{3\pi}{40} \text{ s}$$

Εφαρμογή 3

Το ακίνητο σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ συνδέεται με το ένα άκρο του αβαρούς, ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$ και είναι πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο κλίσης 30° . Το άλλο άκρο του ελατηρίου συνδέεται σε σταθερό σημείο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο σώμα σταθερή δύναμη F στη διεύθυνση του πλάγιου επιπέδου, μέτρου $F=20\text{N}$ με φορά προς τα πάνω- δεξιά. Τη χρονική στιγμή $t=t_1$ από τη στιγμή που ασκήθηκε η δύναμη, το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta l = 0,15\text{m}$ για δεύτερη φορά.

Να βρείτε .

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ ΦΥΣΙΚΟΣ



α) Τη χρονική στιγμή t_1 . ($t_1 = \frac{3\pi}{10} \text{ s}$)

β) Την ενέργεια που παρέχει η δύναμη F στο σώμα και την ενέργεια που αφαιρεί η δύναμη F από το σώμα από $t=0$ μέχρι $t=t_1$ ($E_{\text{προσφ.}} = 4\text{J}$, $E_{\text{αφαιρεί}} = 2\text{J}$)

Τη χρονική στιγμή t_1 η δύναμη F καταργείται ακαριαία.

Να βρείτε .

γ) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μετά την κατάργηση της δύναμης. ($A_2 = 0,2\text{m}$)

δ) Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που καταργείται η δύναμη μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος για πρώτη φορά. ($\Delta t = \frac{\pi}{10}$)

Εφαρμογή 4

Η ομογενής ράβδος είναι ακίνητη, οριζόντια, έχει μάζα $m=1\text{Kg}$ και το μέσο της συνδέεται με το πάνω άκρο του ελατηρίου (1) σταθερής $k_1 = 100\text{N/m}$. Το κάτω άκρο του ελατηρίου (1) συνδέεται με το δάπεδο. Το μέσο της ράβδου απέχει κατακόρυφα $d=0,1\text{m}$ από το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου (2) σταθερής $k_2 = 300\text{N/m}$, του οποίου το άλλο άκρο συνδέεται σε σταθερό σημείο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκούνται στα άκρα της ράβδου ίδιες σταθερές δυνάμεις μέτρου $F=5\text{N}$ κατακόρυφα προς τα πάνω.

Να βρείτε .

α) Τη χρονική στιγμή t_1 που το μέσο της ράβδου ακουμπάει το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου (2), για πρώτη φορά. ($t_1 = \frac{\pi}{20} \text{ s}$)

β) Την ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που ακουμπάει το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου (2) ($u = 1\text{m/s}$)

γ) Τη μετατόπιση της ράβδου από τη στιγμή ακουμπάει το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου (2), για πρώτη φορά μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά της για πρώτη φορά. ($\psi = 0,05\text{m}$)

δ) Το πλάτος της ταλάντωσης της ράβδου όταν κατά τη διάρκεια της κίνησής της συνδέεται με το ελατήριο (1) και είναι σε επαφή με το ελατήριο (2). ($A = 0,05\text{m}$)

ε) Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ασκήθηκαν οι δυνάμεις στη ράβδο, μέχρι να βρεθεί η ράβδος την επόμενη φορά στην ίδια θέση. ($\Delta t = \frac{3\pi}{20} \text{ s}$)

