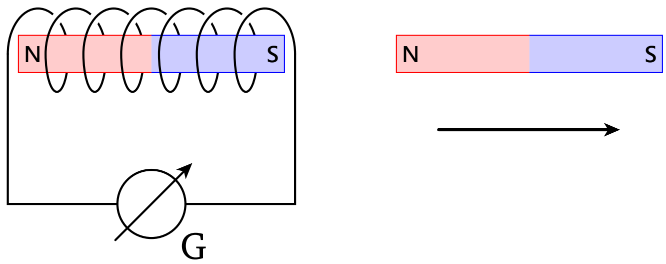
Διαγώνισμα φυσικής: Ηλεκτρομαγνητισμός

(μέχρι τη θεωρία του εναλλασσομένου ρεύματος)

Θέμα Α

*Στις προτάσεις **Α1-Α4** να γράψετε στην κόλλα σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. **α.** Στο παρακάτω σχήμα, ο μαγνήτης βρίσκεται ακίνητος αρχικά μέσα στο σωληνοειδές. Ασκώντας δύναμη στο μαγνήτη, τον απομακρύνουμε σε μεγάλη απόσταση από αυτό. Το βαλλιστικό γαλβανόμετρο G, που μετρά το επαγωγικό φορτίο που διέρχεται από αυτό, θα δείξει ένδειξη



α. μεγαλύτερη, αν η απομάκρυνση γίνει αργά.
β. μεγαλύτερη αν η απομάκρυνση γίνει γρήγορα.
γ. μικρότερη αν η απομάκρυνση αρχικά γίνει αργά και μετά γρήγορα.
δ. ίδια, ανεξάρτητα από το είδος της απομάκρυνσης του μαγνήτη.

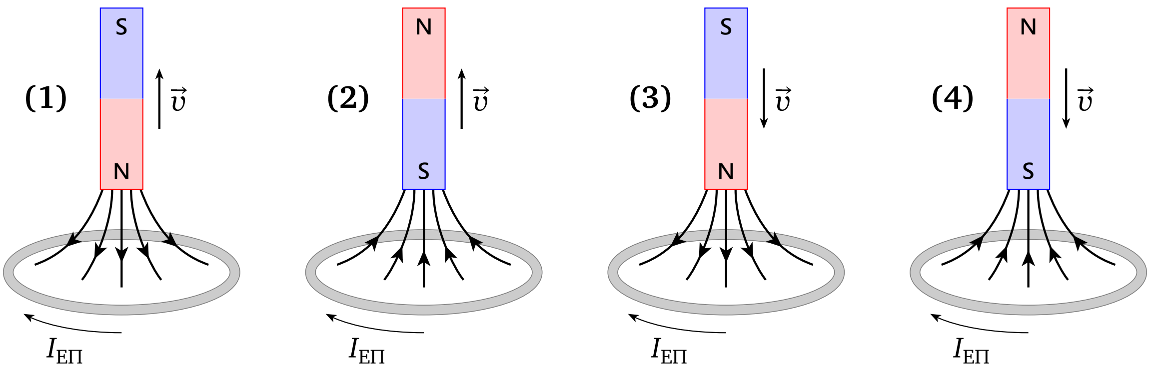
β. Το Weber (Wb) είναι μονάδα μέτρησης της:
α. ισχύος ηλεκτρικού ρεύματος.
β. της Η.Ε.Δ. επαγωγής.
γ. έντασης μαγνητικού πεδίου.
δ. μαγνητικής ροής.

Α2. **α.** Με το πείραμά του ο Thomson διαπίστωσε ότι το πηλίκο του φορτίου προς τη μάζα του ηλεκτρονίου (e/m):
α. εξαρτάται από την τάση V ανόδου-καθόδου που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια.
β. εξαρτάται από τις συνθήκες του πειράματος.
γ. έχει πάντα την ίδια τιμή ανεξάρτητα από το υλικό της ανόδου και τις συνθήκες του πειράματος.
δ. εξαρτάται από το υλικό της ανόδου.

β. Το μαγνητικό πεδίο $\mathrm{d}\vec{B}$, που δημιουργεί στοιχειώδες τμήμα $\mathrm{d}\ell$ ενός ρευματοφόρου αγωγού σε σημείο Α, δεν εξαρτάται:
α. από την απόσταση r του σημείου Α από το στοιχειώδες τμήμα $\mathrm{d}\ell$.
β. από τη φορά της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.
γ. από τη γεωμετρία (σχήμα) του αγωγού.
δ. από την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.

Α3. **α.** Όταν εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampere κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής (βρόχος), τότε για τον υπολογισμό του αθροίσματος $\sum B\cdot\Delta\ell\cdot\text{συν}\theta$ κατά μήκος της κλειστής διαδρομής, το μαγνητικό πεδίο οφείλεται:
α. μόνο στα ρεύματα που περικλείει ο βρόχος.
β. μόνο στα ρεύματα που βρίσκονται έξω από το βρόχο.
γ. στα ρεύματα που περικλείει ο βρόχος καθώς και στα ρεύματα που βρίσκονται έξω απ' αυτόν.
δ. σε όσα ρεύματα έχουν θετική φορά, με βάση τη φορά διαγραφής που έχουμε ορίσει για το βρόχο.

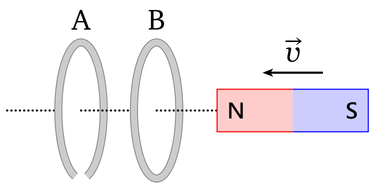
β. Στα παρακάτω σχήματα φαίνεται η φορά του επαγωγικού ρεύματος καθώς ο ραβδόμορφος μαγνήτης κινείται κατά μήκος του άξονα του κυκλικού αγωγού.



Η φορά του επαγωγικού ρεύματος είναι σωστά σχεδιασμένη:

α. μόνο στο σχήμα (1).
β. στα σχήματα (2) και (4).
γ. στα σχήματα (1) και (4).
δ. μόνο στο σχήμα (3).

A4. α. Οι κυκλικοί μεταλλικοί δακτύλιοι Α και Β του διπλανού σχήματος θεωρούνται ακλόνητοι στο χώρο και τα επίπεδά τους είναι παράλληλα. Ο δακτύλιος Α είναι ανοικτός, ενώ ο δακτύλιος Β είναι κλειστός. Ένας ραβδόμορφος μαγνήτης πλησιάζει τους δύο δακτυλίους, ώστε ο άξονάς του να παραμένει συνεχώς κάθετος στα επίπεδά τους.



1. Επαγωγική τάση αναπτύσσεται:

i. στον δακτύλιο Α. **ii.** στον δακτύλιο Β. **iii.** και στους δύο.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

2. Επαγωγικό ρεύμα διαρρέει:

i. τον δακτύλιο Α. **ii.** τον δακτύλιο Β. **iii.** και τους δύο.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

β. Στα άκρα ενός αγώγιμου ανοικτού πλαισίου που περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο εμφανίζεται εναλλασσόμενη τάση, η οποία μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο. Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης:

1. μεταβάλλεται ημιτονοειδώς σε σχέση με το χρόνο.
2. έχει σταθερή τιμή η οποία εξαρτάται από την περίοδο περιστροφής του πλαισίου.
3. έχει σταθερή τιμή που είναι ανεξάρτητη από τον αριθμό των σπειρών του πλαισίου.
4. έχει σταθερή τιμή που είναι ανεξάρτητη από τη συχνότητα περιστροφής του πλαισίου.

A5. *Στις παρακάτω προτάσεις σημειώστε με **Σ** τις σωστές και με **Λ** τις λανθασμένες.*

α. Με το φίλτρο ταχυτήτων μπορούμε να απομονώσουμε φορτισμένα σωματίδια ορισμένης ταχύτητας.
β. Με το πείραμα του Thomson μπόρεσε να μετρηθεί το πηλίκο q/m για τα πρωτόνια.
γ. Σε ένα φασματογράφο μάζας, δύο σωματίδια με ίδιο φορτίο αλλά με διαφορετική μάζα θα αφήσουν στη φωτογραφική πλάκα το ίδιο ίχνος.
δ. Μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της εναλλασσόμενης τάσης στους ακροδέκτες μιας πρίζας του σπιτιού μας μεσολαβεί χρόνος 10 ms.
ε. Δύο απείρου μήκους ευθύγραμμοι παράλληλοι αγωγοί που διαρρέονται από ομόρροπα ηλεκτρικά ρεύματα και βρίσκονται σε μικρή απόσταση μεταξύ τους απωθούνται.

((3+2)×4+5×1=25 μονάδες)

Θέμα Β

Β1. Δύο ευθύγραμμοι παράλληλοι ρευματοφόροι αγωγοί Α και Γ απείρου μήκους απέχουν απόσταση d και διαρρέονται από αντίρροπα συνεχή και σταθερά ηλεκτρικά ρεύματα, εντάσεων $I_{\mathrm{A}} = I$ και $I_{\Gamma} = 3I$ αντίστοιχα. Ένας τρίτος ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός Δ απείρου μήκους, παράλληλος με τους αγωγούς Α και Γ, που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με αυτούς και ισορροπεί, απέχει αποστάσεις r_{A} και r_{Γ} από τους αγωγούς Α και Γ αντίστοιχα. Ο αγωγός Δ διαρρέεται από συνεχές και σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα έντασης $I_{\Delta} = I$ που είναι ομόρροπο με το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό Α.

α. Η απόσταση r_{Γ} είναι ίση με:

i. $\dfrac{d}{4}$ **ii.** $\dfrac{3d}{2}$ **iii.** $\dfrac{5d}{4}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(1+2=3 μονάδες)

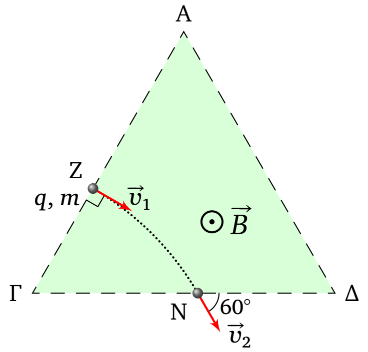
β. Η συνισταμένη δύναμη ανά μονάδα μήκους που δέχεται ο Α από τους Δ και Γ είναι:

i. $\dfrac{\Sigma F_{\mathrm{A},\ell}}{\ell} = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{5I^2}{d}$ **ii.** $\dfrac{\Sigma F_{\mathrm{A},\ell}}{\ell} = \dfrac{\mu_0}{\pi}\dfrac{I^2}{d}$ **iii.** $\dfrac{\Sigma F_{\mathrm{A},\ell}}{\ell} = 0$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(1+2=3 μονάδες)

Β2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η τομή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}$ η οποία έχει σχήμα ισόπλευρου τριγώνου ΑΓΔ. Θετικά φορτισμένο σωματίδιο (q, m) εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο από σημείο Ζ της πλευράς ΑΓ με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ που είναι κάθετη στην πλευρά ΑΓ και στις μαγνητικές γραμμές και εξέρχεται από σημείο Ν της πλευράς ΓΔ με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ σχηματίζοντας με αυτή γωνία 60° όπως φαίνεται στο σχήμα. Η χρονική διάρκεια κίνησης Δt του σωματιδίου στο ομογενές μαγνητικό πεδίο υπολογίζεται από τη σχέση:

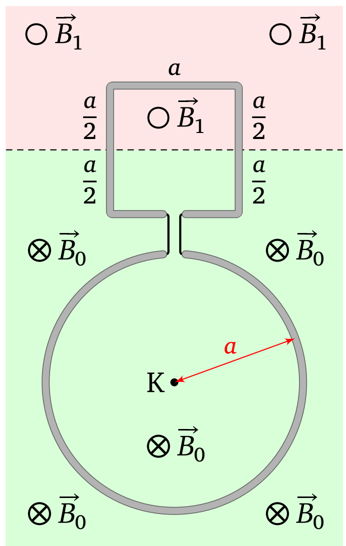


α. $\Delta t = \dfrac{\pi m}{6|q|B}$ **β.** $\Delta t = \dfrac{\pi m}{3|q|B}$ **γ.** $\Delta t = \dfrac{\pi m}{2|q|B}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(1+4=5 μονάδες)

Β3. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα τετράγωνο αγώγιμο πλαίσιο, πλευράς a, μίας σπείρας και ωμικής αντίστασης R, που το μισό του τμήμα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1$, ενώ το άλλο του μισό τμήμα βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο σταθερής έντασης $\vec{B}_0$. Τα δύο πεδία έχουν μαγνητικές γραμμές κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου και το μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_0$ έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα (η φορά του μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}_1$ δεν έχει σχεδιαστεί). Στα άκρα του πλαισίου έχουμε συνδέσει κυκλικό αγωγό ακτίνας a και ωμικής αντίστασης R, του οποίου το επίπεδο ταυτίζεται με το επίπεδο του τετράγωνου πλαισίου και βρίσκεται ολόκληρος μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_0$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το μέτρο της έντασης $\vec{B}_1$ αρχίζει να μεταβάλλεται, σύμφωνα με τη σχέση $B_1 = B_0 + \lambda t$, όπου λ θετική σταθερά και B_1, B_0 τα μέτρα των $\vec{B}_1$, $\vec{B}_0$ αντίστοιχα, οπότε αποκτά τη χρονική



στιγμή t_1 την τιμή $4B_0$, ενώ σε όλη αυτή τη χρονική διάρκεια $(0 \rightarrow t_1)$ η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού ισούται με μηδέν.

α. Η φορά της έντασης $\vec{B}_1$, του μαγνητικού πεδίου είναι:

i. από τον αναγνώστη προς τη σελίδα. **ii.** από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(1+3=4 μονάδες)

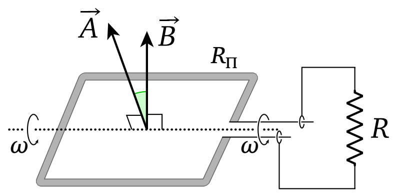
β. Η χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

i. $t_1 = \dfrac{3\mu_0 a}{4R}$ **ii.** $t_1 = \dfrac{3\mu_0 a}{8R}$ **iii.** $t_1 = \dfrac{\mu_0 a}{6R}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(1+4=5 μονάδες)

Β4. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα ορθογώνιο πλαίσιο ωμικής αντίστασης R_Π το οποίο βρίσκεται ολόκληρο μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ και περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από τα μέσα δύο απέναντι πλευρών του και ο οποίος είναι κάθετος στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου. Στα άκρα του πλαισίου έχει συνδεθεί αντιστάτης με αντίσταση R, οπότε διαρρέεται από αρμονικά εναλλασσόμενο ρεύμα και καταναλώνει μέση ισχύ $\overline{P}$. Αν διπλασιαστεί η συχνότητα περιστροφής του πλαισίου, τότε η μέση ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης R ισούται με:



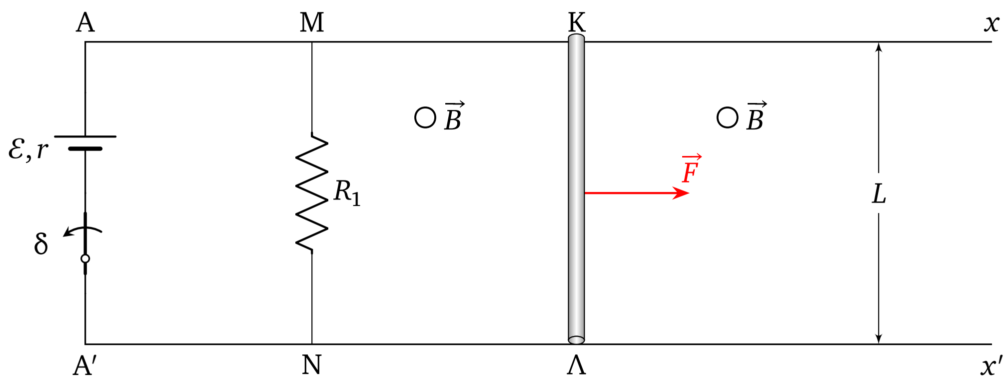
α. $\overline{P}$ **β.** $2\overline{P}$ **γ.** $4\overline{P}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(1+4=5 μονάδες)

Θέμα Γ

Δύο οριζόντιοι παράλληλοι αγωγοί, μεγάλου μήκους και αμελητέας αντίστασης, Αx και Α$'x'$ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 0{,}5\,\mathrm{m}$. Σε όλη την περιοχή υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 4\,\mathrm{T}$. Τα άκρα Α και Α$'$ συνδέονται με πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης $\mathcal{E}$ και εσωτερικής αντίστασης $r = 0{,}5\,\Omega$, και με διακόπτη δ. Στα άκρα Μ και Ν της διάταξης έχει συνδεθεί αντιστάτης αντίστασης $R_1 = 1{,}5\,\Omega$. Αγώγιμη ράβδος ΚΛ μήκους $L = 0{,}5\,\mathrm{m}$, μάζας $m = 2\,\mathrm{kg}$ και αντίστασης $R_2 = 3\,\Omega$ μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές μένοντας συνεχώς σε επαφή με τους οριζόντιους αγωγούς. Αρχικά ο διακόπτης δ είναι κλειστός και ο αγωγός ισορροπεί με τη βοήθειας σταθερής οριζόντιας δύναμης $F = 4\,\mathrm{N}$ όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα.



Γ1. Να σχεδιάσετε τη φορά της έντασης του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ και να υπολογίσετε την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής.

Κάποια χρονική στιγμή ανοίγουμε τον διακόπτη οπότε μηδενίζεται ακαριαία η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα με αποτέλεσμα ο αγωγός ΚΛ να αρχίσει με την επίδραση της σταθερής δύναμης $\vec{F}$ να κινείται.

Γ2. Να εξηγήσετε τι κίνηση κάνει ο αγωγός και να υπολογίσετε τον ρυθμό προσφοράς ενέργειας στην ράβδο τη χρονική στιγμή που σταθεροποιείται η ένταση του ρεύματος που την διαρρέει.

Αφού σταθεροποιηθεί το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό μετά από λίγο καταργούμε τη δύναμη $\vec{F}$.

Γ3. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται από το κύκλωμα κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης του αγωγού.

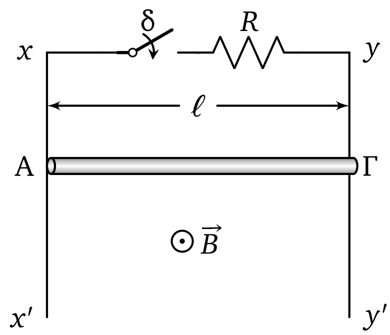
Μετά το σταμάτημα του αγωγού και κάποια χρονική στιγμή που την θεωρούμε $t = 0$ ασκούμε κατάλληλη μεταβλητή δύναμη $\vec{F'}$ στο κέντρο του αγωγού ΚΛ και κάθετα στον αγωγό με αποτέλεσμα ο αγωγός να αρχίσει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 4{,}5\,\mathrm{m/s^2}$.

Γ4. Να βρείτε το επαγωγικό φορτίο που μετακινήθηκε από μια διατομή του αγωγού ΚΛ για το χρονικό διάστημα από 0 ως $t_1 = 2\,\mathrm{s}$.

Γ5. Τη στιγμιαία ισχύ της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό τη χρονική στιγμή t_1.

Θέμα Δ

Αγωγός ΑΓ, μήκους $\ell = 1\,\mathrm{m}$, μάζας $m = 0{,}3\,\mathrm{kg}$ και αντίστασης $r = 1\,\Omega$, μπορεί να κινείται σε επαφή με δύο κατακόρυφους αγωγούς, xx' και yy' οι οποίοι δεν εμφανίζουν αντίσταση, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Μια αντίσταση $R = 3\,\Omega$ συνδέεται μεταξύ x και y, ενώ παρεμβάλλεται και ένας ανοικτός διακόπτης δ. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, αφήνουμε τον αγωγό ΑΓ να κινηθεί ελεύθερα, ενώ τη στιγμή $t_1 = 0{,}5\,\mathrm{s}$ κλείνουμε το διακόπτη δ. Στο χώρο υπάρχει ένα οριζόντιο μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 2\,\mathrm{T}$, κάθετο στο επίπεδο των αγωγών, όπως στο σχήμα.



Δ1. Για τη χρονική στιγμή t_1^-, ελάχιστα πριν το κλείσιμο του διακόπτη δ, να υπολογιστούν η τάση $V_{ΑΓ}$ καθώς και οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του αγωγού.

Δ2. Αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη να υπολογιστούν ξανά η τάση $V_{ΑΓ}$ καθώς και:

α. Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.
β. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας.
γ. Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο κύκλωμα.

Να γράψετε ποιοι ενεργειακοί μετασχηματισμοί πραγματοποιήθηκαν και μέσω του έργου ποιας δύναμης.

Δ3. Την ίδια στιγμή t_1^+, να υπολογιστεί η ισχύς κάθε δύναμης που ασκείται στον αγωγό.

Δ4. Αφού αποδείξετε ότι ο αγωγός ΑΓ αποκτήσει οριακή ταχύτητα (πριν φτάσει στο τέλος των κατακόρυφων αγωγών), να υπολογίσετε την τιμή της και να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του αγωγού σε συνάρτηση με τον χρόνο, από τη στιγμή t_0, μέχρι την απόκτηση της οριακής ταχύτητας.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

Σας ευχαριστώ πολύ για την προσπάθειά σας.

Μαλακασιώτης Γ. Νικόλαος
Φυσικός ΑΠΘ

Απαντήσεις - Λύσεις

Θέμα A

A1. **α.** δ
β. δ

A2. **α.** γ
β. γ

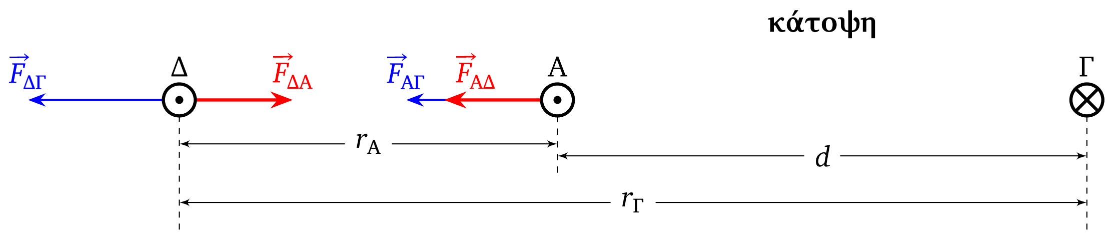
A3. **α.** γ
β. γ

A4. **α.** **1.** iii, **2.** ii
β. 2

A5. **α.** Σ
β. Λ
γ. Λ
δ. Σ
ε. Λ

Θέμα B

B1. Οι δυνάμεις ανά μονάδα μήκους που δέχονται οι αγωγοί Α και Δ φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα:



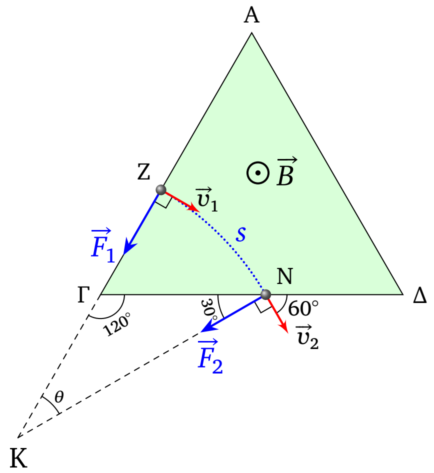
α. Η σωστή απάντηση είναι η **ii.**
Ο αγωγός Δ ισορροπεί, επομένως για τη συνισταμένη δύναμη ανά μονάδα μήκους που ασκείται πάνω του από τους αγωγούς Α και Γ ισχύει:

$$\frac{\Sigma F_{\Delta,\ell}}{\ell} = 0$$
$$F_{\Delta A} = F_{\Delta\Gamma}$$
$$\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I^2}{r_A} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{3I^2}{r_\Gamma}$$
$$r_\Gamma = 3r_A = 3(r_\Gamma - d)$$
$$r_\Gamma = \frac{3d}{2}$$

β. Η σωστή απάντηση είναι η **i.**

$$\frac{\Sigma F_{A,\ell}}{\ell} = F_{A\Delta} + F_{A\Gamma} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I^2}{r_A} + \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{3I^2}{d} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left(\frac{1}{r_\Gamma - d} + \frac{3}{d}\right) = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\left(\frac{1}{\frac{3d}{2} - d} + \frac{3}{d}\right)$$
$$= \frac{5\mu_0 I^2}{2\pi d}$$

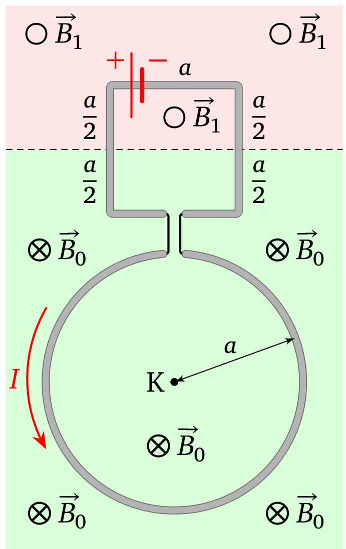
B2. Η σωστή απάντηση είναι η **α.**
Το φορτισμένο σωματίδιο κατά την κίνησή του μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας R. Το τόξο, μήκους s, που διαγράφει κατά την κίνηση του μέσα στο μαγνητικό πεδίο αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία θ η οποία από το τρίγωνο ΚΓΝ προκύπτει ότι είναι $\theta = 30°$. Για το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου (υ) ισχύει:



$$\upsilon = \frac{s}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{s}{\upsilon} = \frac{\theta R}{\upsilon} = \frac{\frac{\pi}{6}\frac{m\upsilon}{B|q|}}{\upsilon} = \frac{\pi m}{6B|q|}$$

B3. Επειδή το μέτρο του $\vec{B}_1$ μεταβάλλεται, στο τμήμα του τετραγώνου που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο του $\vec{B}_1$ έχουμε μεταβολή της μαγνητικής ροής άρα και εμφάνιση $\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}}$ που δίνεται από τη σχέση:



$$\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}} = \frac{|\mathrm{d}\Phi|}{\mathrm{d}t} = \frac{A|\mathrm{d}B_1|}{\mathrm{d}t} = \frac{a^2\lambda}{2}$$

Το κύκλωμα είναι κλειστό άρα θα έχουμε και επαγωγικό ρεύμα ($I_{\text{ΕΠ}}$) που δίνεται από τη σχέση:

$$I_{\text{ΕΠ}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{\frac{a^2\lambda}{2}}{R+R} = \frac{a^2\lambda}{4R}$$

Έστω $\vec{B}_2$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από το επαγωγικό ρεύμα στο κέντρο του κυκλικού αγωγού. Επειδή η συνολική ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κυκλικού αγωγού ισούται με μηδέν ισχύει:

$$\vec{B}_0 + \vec{B}_2 = \vec{0}$$
$$\vec{B}_2 = -\vec{B}_0$$

δηλαδή το $\vec{B}_2$ έχει φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Επομένως η φορά του επαγωγικού ρεύματος και η πολικότητα της $\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}}$ πρέπει να είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

α. Η σωστή απάντηση είναι η **i.**
Στο τετράγωνο το επαγωγικό ρεύμα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Επειδή το μέτρο του $\vec{B}_1$ αυξάνεται, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz η φορά του $\vec{B}_1$ πρέπει να είναι από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

β. Η σωστή απάντηση είναι η **ii.**
Τη χρονική στιγμή t_1 ισχύει:

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \lambda t_1 + B_0 \\ B_1 &= 4B_0 \end{aligned}\right\} \implies \lambda t_1 + B_0 = 4B_0 \implies t_1 = \frac{3B_0}{\lambda}$$

Όπως δείξαμε πιο πάνω τα $\vec{B}_0$ και $\vec{B}_0$ είναι αντίθετα άρα για τα μέτρα τους ισχύει $B_0 = B_2$ οπότε για τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε:

$$t_1 = \frac{3B_0}{\lambda} = \frac{3B_2}{\lambda} = \frac{3\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I_{\text{ΕΠ}}}{a}}{\lambda} = \frac{3\mu_0}{2a\lambda}I_{\text{ΕΠ}} = \frac{3\mu_0}{2a\lambda}\frac{a^2\lambda}{4R} = \frac{3\mu_0 a}{8R}$$

Β4. Η σωστή απάντηση είναι η **γ.**

$$\bar{P} = I_{\varepsilon\nu}^2 R = \left(\frac{I}{\sqrt{2}}\right)^2 R = \frac{1}{2} I^2 R = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathcal{E}_{\text{ΕΠ,max}}}{R_{\text{ολ}}}\right)^2 R = \frac{1}{2}\frac{(N\omega BA)^2}{(R_{\Pi}+R)^2} R = \frac{N^2(2\pi f)^2 B^2 A^2 R}{2(R_{\Pi}+R)^2}$$
$$= \frac{2\pi^2 N^2 B^2 A^2 R}{(R_{\Pi}+R)^2} f^2$$

$$\bar{P}' = \frac{2\pi^2 N^2 B^2 A^2 R}{(R_{\Pi}+R)^2} f'^2 = \frac{2\pi^2 N^2 B^2 A^2 R}{(R_{\Pi}+R)^2} (2f)^2 = 4\frac{2\pi^2 N^2 B^2 A^2 R}{(R_{\Pi}+R)^2} f^2 = 4\bar{P}$$

Θέμα Γ

Γ1. Όταν ο διακόπτης δ είναι κλειστός η αγώγιμη ράβδος διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα με φορά από το Κ προς το Λ και αφού βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο ασκείται πάνω της δύναμη Laplace. Εφόσον ισορροπεί πρέπει η δύναμη Laplace να είναι αντίθετη της $\vec{F}$ άρα σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού η φορά του $\vec{B}$ είναι από τη σελίδα προς τον αναγνώστη άρα $\odot \vec{B}$.

Από την ισορροπία του αγωγού μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= \vec{0} \\ F_{\text{L}} - F &= 0 \\ BI_2 L &= F \\ I_2 &= \frac{F}{BL} = \frac{4}{4\cdot 0{,}5} = 2\,\text{A} \end{aligned}$$

Η τάση V_2 στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι ίση με την τάση V_1 στα άκρα του αντιστάτη R_1 και επίσης ίση με την πολική τάση της πηγής (V_π) δηλαδή:

$$V_1 = V_2 = V_\pi$$

Ισχύει:

$$V_2 = I_2 \cdot R_2 = 2\cdot 3 = 6\text{V}$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την R_1 είναι:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{6}{1{,}5} = 4\,\text{A}$$

Επομένως η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή είναι:

$$I = I_1 + I_2 = 4 + 2 = 6\,\text{A}$$

Από την πολική τάση της πηγής μπορούμε να υπολογίσουμε την ηλεκτρεγερτική της δύναμη:

$$\begin{aligned} V_\pi &= \mathcal{E} - Ir \\ \mathcal{E} &= V_\pi + Ir = 6 + 6\cdot 0{,}5 = 9\text{V} \end{aligned}$$

Γ2. Καθώς αρχίζει ο αγωγός να κινείται, λόγω μεταβολής της μαγνητικής ροής στο κύκλωμα, εμφανίζεται επαγωγική τάση $\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}} = B\upsilon L$ και επειδή το κύκλωμα είναι κλειστό διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα τέτοιας φοράς ώστε σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz στον κινούμενο αγωγό να ασκείται δύναμη Laplace $\vec{F}_{\text{L}}$ αντίθετης κατεύθυνσης από την $\vec{F}$. Ισχύει:

$$\begin{aligned} \Sigma\vec{F} &= m\vec{a} \\ F - F_{\text{L}} &= ma \end{aligned}$$
$$a = \frac{F - F_{\text{L}}}{m} = \frac{F - BI_{\text{ΕΠ}}L}{m} = \frac{F - B\frac{\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}}}{R_{\text{ολ}}}L}{m} = \frac{F - B\frac{B\upsilon L}{R_{\text{ολ}}}L}{m}$$

Αφού η ταχύτητα αυξάνεται, από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η επιτάχυνση μειώνεται. Όταν $a = 0$ ο αγωγός θα αποκτήσει οριακή ταχύτητα $(\upsilon_{\text{ορ}})$.

$$a = 0$$
$$\frac{F - B\dfrac{B\upsilon_{\text{ορ}}L}{R_{\text{ολ}}}L}{m} = 0$$
$$\upsilon_{\text{ορ}} = \frac{FR_{\text{ολ}}}{B^2L^2} = \frac{F(R_1+R_2)}{B^2L^2} = \frac{4\cdot(1{,}5+3)}{4^2\cdot 0{,}5^2} = 4{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Επομένως αγωγός εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που συνεχώς μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί και να αποκτήσει σταθερή ταχύτητα $\upsilon_{\text{ορ}} = 4{,}5\,\text{m/s}$.
Ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας στον αγωγό ΚΛ είναι:

$$P_F = F\cdot\upsilon_{\text{ορ}} = 4\cdot 4{,}5 = 18\,\text{W}$$

Γ3. Μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$ ο αγωγός εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι να σταματήσει. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας από τη στιγμή που ο αγωγός έχει οριακή ταχύτητα μέχρι που σταματά να κινείται θα ισχύει:

$$E_{\text{ολ,αρχ}} + E_{\text{προσφ}} - E_{\text{απωλ}} = E_{\text{ολ,τελ}}$$
$$E_{\text{απωλ}} = E_{\text{ολ,αρχ}} + E_{\text{προσφ}} - E_{\text{ολ,τελ}}$$
$$Q = K_{\text{αρχ}} + 0 - 0 = \frac{1}{2}m\upsilon_{\text{ορ}}^2$$
$$Q = 20{,}25\,\text{J}$$

Γ4. Με την επίδραση της δύναμης $\vec{F'}$ ο αγωγός θα εκτελέσει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση $(a = \text{σταθ})$. Για τον υπολογισμό του επαγωγικού φορτίου που μετακινήθηκε από μια διατομή του αγωγού θα ισχύει σύμφωνα με το νόμο Neumann:

$$q_{\text{ΕΠ}} = \frac{|\Delta\Phi|}{R_{\text{ολ}}} = \frac{B\cdot\Delta A}{R_{\text{ολ}}} = \frac{B\cdot L\cdot\Delta x}{R_{\text{ολ}}} = \frac{B\cdot L\cdot\left(\frac{1}{2}at_1^2\right)}{R_1+R_2} = 4\,\text{C}$$

Σχόλιο: Εναλλακτικά θα μπορούσαμε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα επαγωγικού ρεύματος με τον χρόνο και να υπολογίσουμε το εμβαδόν στο χρονικό διάστημα $t \in [0, t_1]$.

Γ5. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\,\text{s}$ ο αγωγός κινείται με ταχύτητα:

$$\upsilon_1 = a\cdot t_1 = 4{,}5\cdot 2 = 9\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

και διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα:

$$I'_{\text{ΕΠ}} = \frac{\mathcal{E}'_{\text{ΕΠ}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{B\upsilon_1 L}{R_1+R_2} = 4\,\text{A}$$

Επομένως η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό έχει μέτρο:

$$F_{\text{L}} = BI'_{\text{ΕΠ}}L = 8\,\text{N}$$

Η στιγμιαία ισχύς της δύναμης Laplace τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$$P_{\vec{F}_{\text{L}}} = F_{\text{L}}\cdot\upsilon_1\cdot\text{συν}\pi = -72\,\text{J/s}$$

Θέμα Δ

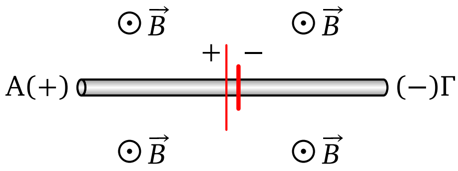
Δ1. Μόλις ο ευθύγραμμος αγωγός αφεθεί να κινηθεί, εκτελεί ελεύθερη πτώση, μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, οπότε τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}5\,\mathrm{s}$, έχει ταχύτητα:

$$\upsilon_1 = g \cdot t_1 = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Επειδή η κίνηση του αγωγού γίνεται έτσι ώστε ο αγωγός, η ταχύτητα και το μαγνητικό πεδίο να είναι κάθετα ανά δύο μεταξύ τους, στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή:

$$\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}} = B\upsilon\ell = 2 \cdot 5 \cdot 1 = 10\,\mathrm{V}$$

Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού, συμμετέχοντας στην κίνησή του, κινούνται και αυτά με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου οπότε ασκείται πάνω τους δύναμη Lorentz με κατεύθυνση προς το άκρο Γ άρα η $\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}}$ έχει την πολικότητα του διπλανού σχήματος. Επομένως η ζητούμενη διαφορά δυναμικού είναι:



$$V_{\text{ΑΓ}} = +10\,\mathrm{V}$$

Η μόνη δύναμη που ασκείται στον αγωγό ΑΓ, είναι το βάρος, οπότε για τους ρυθμούς των ενεργειών έχουμε:

$$\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}W_{\vec{w}}}{\mathrm{d}t} = \frac{m \cdot g \cdot \mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = mg\upsilon_1 = 15\,\mathrm{J/s}$$

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}W_{\vec{w}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{m \cdot g \cdot \mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -mg\upsilon_1 = -15\,\mathrm{J/s}$$

Με άλλα λόγια, ελάχιστα πριν κλείσουμε το διακόπτη, ο αγωγός πέφτει ελεύθερα, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή, οπότε όσο μειώνεται η δυναμική του ενέργεια, τόσο αυξάνεται η κινητική του ενέργεια.

Δ2. Αμέσως μόλις κλείσουμε το διακόπτη δ, έχουμε ξανά την ίδια $\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}}$, αλλά τώρα το κύκλωμα θα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}}}{R + r} = \frac{10}{3+1} = 2{,}5\,\mathrm{A}$$

Η πολική τάση της πηγής θα είναι:

$$V_{\pi} = \mathcal{E}_{\text{ΕΠ}} - Ir = 10 - 2{,}5 \cdot 1 = 7{,}5\,\mathrm{V}$$

και η διαφορά δυναμικού $V_{\text{ΑΓ}}$ θα είναι:

$$V_{\text{ΑΓ}} = +7{,}5\,\mathrm{V}$$

Η δύναμη Laplace που δέχεται ο αγωγός έχει μέτρο:

$$F_{\mathrm{L}} = BI_1\ell = 5\,\mathrm{N}$$

α. Για τον ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του αγωγού ΑΓ έχουμε, όπως και παραπάνω:

$$\frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}W_{\vec{w}}}{\mathrm{d}t} = -\frac{m \cdot g \cdot \mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -mg\upsilon_1 = -15\,\mathrm{J/s}$$

β. Για τον αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\frac{\mathrm{d}K_1}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}W_{\Sigma\vec{F}}}{\mathrm{d}t} = \frac{(mg - F_{\mathrm{L}}) \cdot \mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = (mg - F_{\mathrm{L}}) \cdot \upsilon_1 = (0{,}3 \cdot 10 - 5) \cdot 5 = -10\,\mathrm{J/s}$$

γ. Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο κύκλωμα, μπορεί να υπολογιστεί ως η ισχύς της πηγής:

$$P_{\eta\lambda} = \mathcal{E}_{\text{ΕΠ}} \cdot I_1 = 10 \cdot 2{,}5 = 25\,\text{J/s}$$

$$\frac{\mathrm{d}K_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t} + P_{\eta\lambda} = 0 \quad (\text{Από Α.Δ.Ε.})$$

Μέσω του έργου του βάρους ελαττώνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια κατά 15 J/s και μέσω του έργου της $\Sigma\vec{F}$ ελαττώνεται κατά 10 J/s η κινητική ενέργεια του σώματος. Δηλαδή ελαττώνεται κατά 25 J/s η μηχανική ενέργεια και μέσω του έργου της $\vec{F}_{\text{L}}$ γίνεται ηλεκτρική ($P_{\eta\lambda} = 25\,\text{J/s}$) και εκλύεται ως θερμότητα από τους αντιστάτες (φαινόμενο Joule).

Δ3. Δύο δυνάμεις ασκούνται στον αγωγό, το βάρος $(\vec{w})$ και η δύναμη Laplace $\left(\vec{F}_{\text{L}}\right)$, για την ισχύ των οποίων έχουμε:

$$P_{\vec{w}} = w \cdot \upsilon_1 \cdot \text{συν}\,0 = m \cdot g \cdot \upsilon_1 \cdot 1 = 0{,}3 \cdot 10 \cdot 5 = 15\,\text{W}$$

$$P_{\vec{F}_{\text{L}}} = F_{\text{L}} \cdot \upsilon_1 \cdot \text{συν}\,\pi = F_{\text{L}} \cdot \upsilon_1 \cdot (-1) = -5 \cdot 5 = -25\,\text{W}$$

Δ4. Παρατηρούμε με βάση τα παραπάνω ευρήματα, ότι αμέσως μόλις κλείσουμε τον διακόπτη ο αγωγός ΑΓ αρχίζει να επιβραδύνεται, αφού $F_{\text{L}} > w$. Έτσι αν πάρουμε μια τυχαία στιγμή $t > t_1$, θα έχουμε στον αγωγό να αναπτύσσεται μια ΗΕΔ από επαγωγή με μέτρο $\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}} = B\upsilon\ell$, οπότε το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I_{\text{ΕΠ}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{ΕΠ}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{B\upsilon\ell}{R+r}$$

και η δύναμη Laplace θα έχει μέτρο:

$$F_{\text{L}} = BI_{\text{ΕΠ}}\ell = \frac{B^2\ell^2}{R+r}\upsilon$$

Οπότε από τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για τον αγωγό ΑΓ έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

$$F_{\text{L}} - mg = ma$$

$$a = \frac{B^2\ell^2}{m(R+r)}\upsilon - g$$

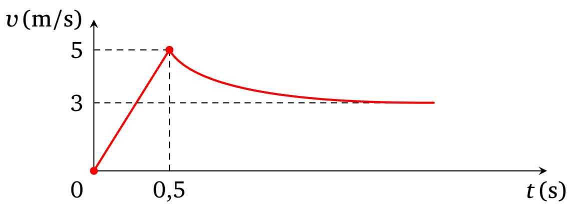
Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει ότι καθώς μικραίνει η ταχύτητα του αγωγού ΑΓ θα μειώνεται και το μέτρο της επιτάχυνσης (η επιβράδυνση) του αγωγού. Αλλά τότε θα έρθει μια στιγμή που θα μηδενιστεί η επιτάχυνση και πλέον ο αγωγός θα κινείται με σταθερή ταχύτητα, την οριακή του ταχύτητα. Έτσι θέτοντας στην παραπάνω εξίσωση $a = 0$ παίρνουμε:

$$a = 0$$

$$\frac{B^2\ell^2}{m(R+r)}\upsilon_{\text{ορ}} - g = 0$$

$$\upsilon_{\text{ορ}} = \frac{mg(R+r)}{B^2\ell^2}$$

$$\upsilon_{\text{ορ}} = 3\,\text{m/s}$$



Λαμβάνοντας υπόψη ότι σε διάγραμμα $\upsilon - t$ η κλίση μας δίνει την επιτάχυνση του σώματος, άρα εδώ αρχικά ο αγωγός εκτελεί ελεύθερη πτώση με επιτάχυνση g, ενώ στη συνέχεια επιβραδύνεται με επιτάχυνση που το μέτρο της μειώνεται, μέχρι να μηδενιστεί, όταν η ταχύτητα γίνει ίση με 3 m/s, σχεδιάζουμε το ποιοτικό διάγραμμα, όπως αυτό του διπλανού σχήματος. Αξίζει να επισημανθεί η θετική κλίση στο διάστημα $0 - 0{,}5\,\text{s}$ (αύξουσα συνάρτηση) και η αρνητική κλίση (φθίνουσα συνάρτηση, επιβραδυνόμενη κίνηση) στη συνέχεια.

Σχόλια.

Ας προσέξουμε ότι το έργο του βάρους, συνδέεται με τις μεταβολές τη δυναμικής ενέργειας του αγωγού, ενώ η συνισταμένη δύναμη με τις μεταβολές της κινητικής ενέργειας. Ας το δούμε αναλυτικά για τη στιγμή t_1, μόλις κλείσουμε το διακόπτη:

Ο αγωγός πέφτει, οπότε η δυναμική του ενέργεια μειώνεται με ρυθμό 15 J/s, όσο είναι και η στιγμιαία ισχύς του βάρους.

Η δύναμη Laplace, έχοντας αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα, αφαιρεί ενέργεια από τον αγωγό την οποία μετατρέπει σε ηλεκτρική. Πράγματι η ισχύς της είναι $P_{F_\mathrm{L}} = -25\,\mathrm{W}$, ενώ η αντίστοιχη ηλεκτρική ισχύς που μετατρέπεται τελικά σε θερμότητα είναι $P_{\text{ηλ}} = 25\,\mathrm{W}$.

Αλλά τότε η συνολική ισχύς των δυνάμεων είναι:

$$P_{\text{ολ}} = P_w + P_{F_\mathrm{L}} = +15\,\mathrm{W} - 25\,\mathrm{W} = -10\,\mathrm{W}$$

πράγμα που σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια, θα μειώνεται με ρυθμό 10 J/s, όσο και υπολογίστηκε στο υποερώτημα **Δ2.β.**