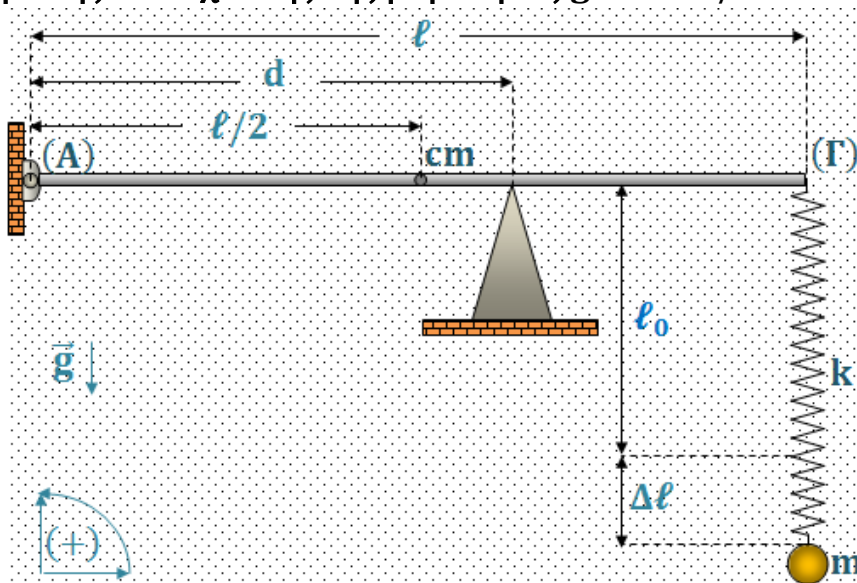


ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή ομογενής ράβδος (ΑΓ), μάζας M και μήκους $\ell = 2\text{m}$, είναι αρθρωμένη στο αριστερό της άκρο (Α) σε λεία άρθρωση και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια κωνικού στηρίγματος που έρχεται σε επαφή με αυτή σε σημείο που απέχει απόσταση d από το άκρο της (Α).

Στο δεξιό άκρο της ράβδου έχει στερεωθεί το άνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου φυσικού μήκους ℓ_0 και σταθεράς $k = 100\text{N/m}$, ενώ στο κάτω άκρο του ισορροπεί μικρό σφαιρίδιο μάζας $m = 1\text{kg}$. Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.



Μετατοπίζουμε το σφαιρίδιο κατακόρυφα προς τα πάνω μέχρι τη θέση που το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά $\Delta\ell$ και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί οπότε εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Η ράβδος εξακολουθεί να παραμένει οριζόντια και ακίνητη.

- Δ1. Να γραφούν για το σφαιρίδιο οι χρονικές εξισώσεις της ορμής και του ρυθμού μεταβολής της. Θετική η φορά του σχήματος.
- Δ2. Να γραφεί σε συνάρτηση με τη απομάκρυνση της ταλάντωσης του σφαιριδίου η (αλγεβρική) τιμή της ροπής, ως προς το σημείο (Α), της δύναμης που το ελατήριο ασκεί στο άκρο (Γ) της ράβδου και να παρασταθεί γραφικά.
- Δ3. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της μάζας M της ράβδου, ώστε αυτή να μη χάσει την επαφή της με το στήριγμα καθώς το σφαιρίδιο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
- Δ4. Αν γνωρίζουμε ότι $M = 2\text{kg}$ και η απόσταση $d = 1,6\text{m}$, να βρεθεί το μέτρο της δύναμης που η ράβδος δέχεται από την άρθρωση όταν το σφαιρίδιο βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του.

Αλλάζουμε τη ράβδο (ΑΓ) του πειράματος με μια άλλη ομογενή ράβδο (Α'Γ') μήκους ℓ' και μάζας $M' = 1,2\text{kg}$. Εκτοξεύουμε το σφαιρίδιο από τη θέση ισορροπίας του με κατακόρυφη ταχύτητα $v = 2\text{m/s}$.

- Δ5. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου τη στιγμή που η ράβδος χάνει την επαφή της με το στήριγμα.

Απάντηση

Δ1. Τα στοιχεία της ταλάντωσης:

Στη Θ.Ι.:

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w \Leftrightarrow \Delta\ell = \frac{mg}{k} = 0,1\text{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Leftrightarrow \omega = 10\text{rad/s}$$

$$A = 2\Delta\ell = 0,2\text{m}$$

$$\text{Για } t = 0 \text{ } x = +A \text{ άρα } \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{rad}$$

$$v_{\max} = \omega A \Leftrightarrow v_{\max} = 2\text{m/s}$$

Οι εξισώσεις:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Leftrightarrow x = 0,2\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (SI) και}$$

$$v = v_{\max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Leftrightarrow v = 2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (SI)}$$

Οπότε είναι:

$$p = mv \Leftrightarrow \mathbf{p} = 2\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (SI) και}$$

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = -kx \Leftrightarrow \frac{dp}{dt} = -20\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (SI)}$$

Δ2. Από την Α.Α.Τ.:

$$\Sigma F = -kx \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} - mg = -kx \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = mg - kx \quad \begin{matrix} F_{\varepsilon\lambda} = -F'_{\varepsilon\lambda} \\ \hline F'_{\varepsilon\lambda} = 100x - 10 \quad \mu\epsilon \quad -0,2 \leq x \leq 0,2 \text{ (SI)} \end{matrix}$$

Είναι:

$$\tau_{F'_{\varepsilon\lambda}} = F'_{\varepsilon\lambda}\ell \Leftrightarrow \tau_{F'_{\varepsilon\lambda}} = 200x - 20 \quad \mu\epsilon \quad -0,2 \leq x \leq 0,2 \text{ (SI)}$$

Δ3. Όταν $x = +A = 0,2\text{m}$, $F'_{\varepsilon\lambda} = 10\text{N}$ θα πρέπει:

$$|\tau_w| \geq |\tau_{F'_{\varepsilon\lambda}}| \quad \text{και} \quad \tau_N = 0$$

$$w\frac{\ell}{2} \geq |F'_{\varepsilon\lambda}|\ell \Leftrightarrow \frac{Mg}{2} \geq |F'_{\varepsilon\lambda}| \Leftrightarrow M \geq 2\text{kg} \Leftrightarrow \mathbf{M_{\min} = 2\text{kg}}$$

Δ4. Όταν $x = -A = -0,2\text{m}$, $F'_{\varepsilon\lambda} = -30\text{N}$. Από την ισορροπία της ράβδου έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0 \Leftrightarrow \tau_w + \tau_{F_A} + \tau_{F'_{\varepsilon\lambda}} = 0 \Leftrightarrow Mg\left(d - \frac{\ell}{2}\right) - |F_A|d - |F'_{\varepsilon\lambda}|(\ell - d) = 0 \Leftrightarrow$$

$$1,6|F_A| = 20(1,6 - 1) - 30 \cdot 0,4 \Leftrightarrow \mathbf{|F_A| = 0}$$

Δ5. Όταν η ράβδος χάνει την επαφή με το στήριγμα $N = 0$ και

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Leftrightarrow \tau_w + \tau_{F'_{\varepsilon\lambda}} = 0 \Leftrightarrow -M'g\frac{\ell}{2} + F'_{\varepsilon\lambda}\ell = 0 \Leftrightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = \frac{M'g}{2} \Leftrightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = 6\text{N}$$

Όμως $F'_{\varepsilon\lambda} = 100x - 10 \Leftrightarrow x = 0,16\text{m}$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow K = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) \Leftrightarrow \mathbf{K = 0,72J}$$

