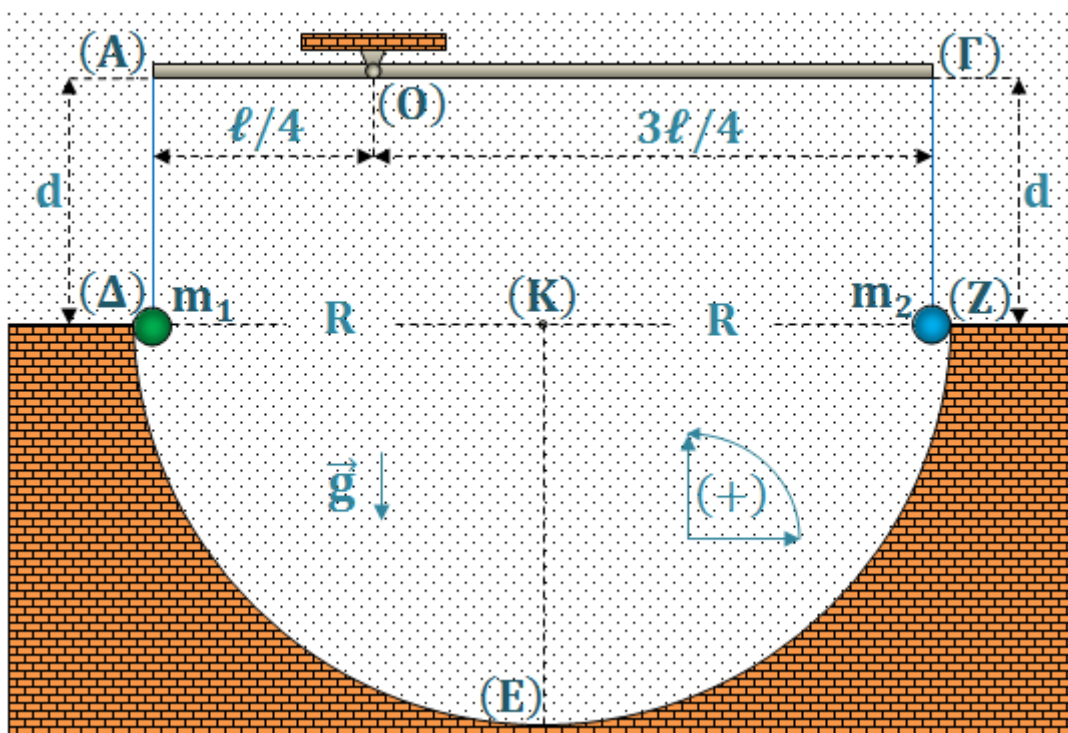


ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ – ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

ΘΕΜΑ Β

Αβαρής ράβδος (ΑΓ) μήκους ℓ ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με τη βοήθεια λείας άρθρωσης στο σημείο της (Ο) που απέχει $\ell/4$ από το άκρο της (Α). Στα άκρα της ράβδου έχουμε δέσει δυο αβαρή και μη ελαστικά νήματα μήκους d , στα κάτω άκρα των οποίων ισορροπούν τα μικρών διαστάσεων σφαιρίδια με μάζες m_1 και m_2 που έχουν ίδιες ακτίνες r .

Τα σφαιρίδια εφάπτονται εσωτερικά σε ανώτερα σημεία ακλόνητου λείου ημισφαιρίου (ΔΕΖ) κέντρου (Κ) και ακτίνας $R = \ell/2$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται ότι $R \gg r$



1) Ο λόγος $\frac{m_1}{m_2}$ των μαζών των σφαιριδίων είναι ίσος με:

α) 2

β) 3

γ) 4

Κόβουμε συγχρόνως τα νήματα οπότε τα σφαιρίδια εκτελούν μη ομαλή κυκλική κίνηση κέντρου (Κ) και ακτίνας $R = \ell/2$, στο εσωτερικό του ημισφαιρίου.

2) Αν α_1 και α_2 τα μέτρα των επιτροχίων επιταχύνσεων των σφαιριδίων με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, όταν έχουν διαγράψει επίκεντρη γωνία θ τότε:

α) $\alpha_1 > \alpha_2$

β) $\alpha_1 = \alpha_2$

γ) $\alpha_1 < \alpha_2$

Ποιο σφαιρίδιο φτάνει πρώτα στη βάση (Ε) του ημισφαιρίου;

3) Η στροφορμή του συστήματος των σφαιριδίων, ως προς το σημείο (K), έχει μέτρο που μεταβάλλεται με τη γωνία θ , σύμφωνα με τη σχέση:

α) $L = m_1 \sqrt{g\ell^3 \eta \mu \theta}$ β) $L = m_2 \sqrt{g\ell^3 \eta \mu \theta}$ γ) $L = (m_1 - m_2) \sqrt{g\ell^3 \eta \mu \theta}$

4) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των σφαιριδίων, ως προς το σημείο (K), έχει μέτρο που μεταβάλλεται με τη γωνία θ , σύμφωνα με τη σχέση:

α) $\frac{dL}{dt} = m_1 g \ell \sin \theta$ β) $\frac{dL}{dt} = m_2 g \ell \sin \theta$ γ) $\frac{dL}{dt} = (m_1 - m_2) g \ell \sin \theta$

5) Αν η κρούση των σφαιριδίων είναι ελαστική, το ποσοστό % μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου μάζας m_1 , λόγω της κρούσης είναι:

α) -64% β) -100% γ) 75%

6) Η ελάχιστη τιμή του μήκους των νημάτων, ώστε μετά την κρούση το σφαιρίδιο μάζας m_2 να μην συγκρουστεί με τη ράβδο είναι:

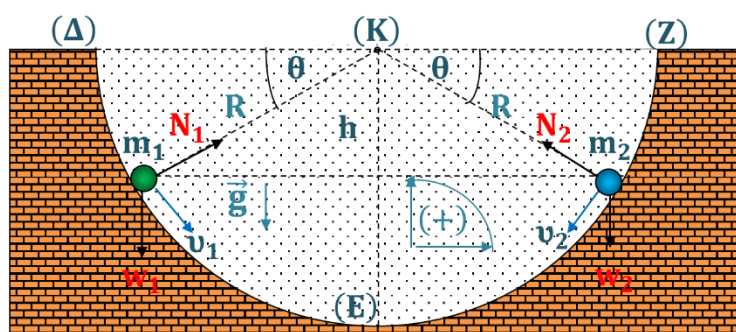
α) ℓ β) $1,5\ell$ γ) 2ℓ

7) Το φαινόμενο που πραγματοποιείται μετά την κοπή των νημάτων είναι:

α) Μη περιοδικό β) Περιοδικό

Δίνεται το μέτρο g της επιτάχυνσης της βαρύτητας και ότι το σχήμα δεν έχει σχεδιαστεί με κλίμακα.

Σύντομη Λύση:



1. Αφού η ράβδος είναι ακίνητη:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow |\tau_{T'_1}| - |\tau_{T'_2}| = 0 \Leftrightarrow T'_1 \frac{\ell}{4} = T'_2 \frac{3\ell}{4} \Leftrightarrow T'_1 = 3T'_2 \Leftrightarrow w_1 = 3w_2 \Leftrightarrow m_1 g = 3m_2 g \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3$$

2. Για το m_1 στην εφαπτομενική διεύθυνση ισχύει:

$$\Sigma F_x = m_1 a_{\varepsilon 1} \Leftrightarrow w_{1x} = m_1 a_{\varepsilon 1} \Leftrightarrow m_1 g \sin \theta = m_1 a_{\varepsilon 1} \Leftrightarrow a_{\varepsilon 1} = g \sin \theta$$

Ομοίως για το m_2 :

$$a_{\varepsilon 2} = g \sin \theta$$

Άρα:

$$a_{\varepsilon 1} = a_{\varepsilon 2}$$

Εφόσον τα σφαιρίδια αφέθηκαν από το ίδιο ύψος με μηδενικές ταχύτητες και αφού έχουν ίδιου μέτρου επιταχύνσεις θα βρίσκονται συνεχώς στο ίδιο ύψος και θα φτάσουν συγχρόνως στη βάση του ημισφαιρίου, όπου θα συγκρουστούν κεντρικά.

3. Είναι:

$$L = L_1 - L_2 \Leftrightarrow L = m_1 |v_1| R - m_2 |v_2| R \Leftrightarrow L = (m_1 |v_1| - m_2 |v_2|) R \quad (1)$$

Θ.Μ.Κ.Ε. για το m_1 :

$$\Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Leftrightarrow v_1^2 = 2gh \xLeftrightarrow[h=R\eta\mu\theta] |v_1| = \sqrt{g\ell\eta\mu\theta}$$

Ομοίως:

$$|v_1| = \sqrt{g\ell\eta\mu\theta} \quad \text{δηλαδή} \quad |v_1| = |v_2|$$

Άρα από την (1):

$$L = (m_1 - m_2) |v_1| R \Leftrightarrow L = (3m_2 - m_2) \sqrt{g\ell\eta\mu\theta} \frac{\ell}{2} \Leftrightarrow L = m_2 \sqrt{g\ell^3\eta\mu\theta}$$

4. Είναι:

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= \Sigma \tau_{\varepsilon \xi} \Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = |\tau_{w_{1x}}| - |\tau_{w_{2x}}| \Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = w_{1x} R - w_{2x} R \Leftrightarrow \\ \frac{dL}{dt} &= (m_1 g \sin \theta - m_2 g \sin \theta) \frac{\ell}{2} \Leftrightarrow \frac{dL}{dt} = (3m_2 - m_2) g \sin \theta \frac{\ell}{2} \Leftrightarrow \\ \frac{dL}{dt} &= m_2 g \ell \sin \theta \end{aligned}$$

5. Όταν τα σφαιρίδια φθάσουν στη βάση (E) του ημισφαιρίου τότε $\theta = 90^\circ$ και

$$|v_1| = |v_1| = \sqrt{g\ell} \text{ Άρα } v_1 = \sqrt{g\ell} \text{ και } v_2 = -\sqrt{g\ell}$$

Εφόσον η κρούση είναι κεντρική και ελαστική ισχύουν:

$$v'_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \Leftrightarrow v'_1 = 0$$

$$v'_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \Leftrightarrow v'_2 = 2\sqrt{g\ell}$$

Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σφαιριδίου μάζας m_1 είναι:

$$\frac{\Delta K_1}{K_1} = \frac{K'_1 - K_1}{K_1} \xrightarrow{K'_1=0} \frac{\Delta K_1}{K_1} = -1 \text{ ή } -100\%$$

6. Το σφαιρίδιο μάζας m_2 μετά την κρούση φτάνει σε ύψος H από το σημείο (E).

Από το Θ.Μ.Κ.Ε. παίρνουμε:

$$\Sigma W = \Delta K \Leftrightarrow -m_2gH = 0 - \frac{1}{2}m_2v'^2_2 \Leftrightarrow H = \frac{v'^2_2}{2g} \Leftrightarrow H = 2\ell$$

Για να μην συγκρουστεί το σφαιρίδιο μάζας m_2 με τη ράβδο πρέπει:

$$H \leq \frac{\ell}{2} + d \Leftrightarrow 2\ell - \frac{\ell}{2} \leq d \Leftrightarrow d \geq \frac{3\ell}{2} \Leftrightarrow d_{\min} = 1,5\ell$$

7. Το σφαιρίδιο μάζας m_2 θα επιστρέψει στη βάση (E) του ημισφαιρίου με ταχύτητα

$$V_2 = -v'_2 \Leftrightarrow V_2 = -2\sqrt{g\ell}$$

Με αυτή την ταχύτητα θα συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το ακίνητο σφαιρίδιο μάζας m_1 . Άρα θα συγκρουστούν για 2^η φορά αποκτώντας μετά από αυτή ταχύτητες:

$$V'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} V_2 \Leftrightarrow V'_1 = -\sqrt{g\ell} \text{ ή } V'_1 = -v_1$$

$$V'_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} V_2 \Leftrightarrow V'_2 = \sqrt{g\ell} \text{ ή } V'_2 = -v_2$$

Συνεπώς τα σφαιρίδια αμέσως μετά την δεύτερη κρούση θα αποκτήσουν ταχύτητες αντίθετες από αυτές που είχαν πριν την πρώτη κρούση. Άρα θα φτάσουν ταυτόχρονα στα σημεία (Δ) και (Ζ) όπου αρχικά ξεκίνησαν να κινούνται.

Έτσι το φαινόμενο θα επαναληφθεί δηλαδή **είναι περιοδικό**.