

Σύντομες Απαντήσεις

1. Από την τάση του νήματος (κεντρομόλος) που ασκείται στα δυο σώματα είναι:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{m_1 v_1^2}{\ell} \\ T &= \frac{m_2 v_2^2}{\ell} \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow m_1 v_1^2 = m_2 v_2^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Leftrightarrow K_1 = K_2$$

2. Είναι

$$K_1 = K_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Leftrightarrow m_1 (2v_2)^2 = m_2 v_2^2 \Leftrightarrow 4m_1 v_2^2 = m_2 v_2^2 \Leftrightarrow m_2 = 4m_1$$

Άρα:

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= m_1 v_1 \ell \\ L_2 &= m_2 v_2 \ell \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{m_1 2v_2}{4m_1 v_2} \Leftrightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow L_2 = 2L_1$$

3. Από την κεντρική ελαστική κρούση:

$$\begin{aligned} v_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} (-v_2) \xrightarrow{v_1=2v_2, m_2=4m_1} v_1' = -\frac{14}{5} v_2 \\ v_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} (-v_2) \xrightarrow{v_1=2v_2, m_2=4m_1} v_2' = -\frac{1}{5} v_2 \end{aligned}$$

Για τις κινητικές ενέργειες:

$$\left. \begin{aligned} K_1' &= \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 \\ K_2' &= \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \frac{K_1'}{K_2'} = 49 \Leftrightarrow K_1' = 49K_2'$$

4. Για να συνεχίσουν να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση θα πρέπει οι τάσεις του νήματος (κεντρομόλες) να είναι ίσες, δηλαδή θα πρέπει:

$$|v_1'| = 2|v_2'|$$

που δεν ισχύει.

Άρα τα σώματα δεν εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση.

5. Εφόσον τα σφαιρίδια μετά την κρούση εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση θα ισχύει:

$$m_1: F'_{\kappa,1} = \frac{m_1 v_1'^2}{\ell} \Leftrightarrow T_1' = \frac{2K_1'}{\ell} \quad (1)$$

$$m_2: F'_{\kappa,2} = \frac{m_2 v_2'^2}{\ell} \Leftrightarrow T_2' = \frac{2K_2'}{\ell} \quad (2)$$

Όμως:

$$\begin{aligned} T_1' &= T_2' \xrightarrow{(1),(2)} K_1' = K_2' \Leftrightarrow \\ \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 &= \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \Leftrightarrow v_1'^2 = 4v_2'^2 \Leftrightarrow \\ v_1' &= 2v_2' \quad (3) \text{ ή } v_1' = -2v_2' \quad (4) \end{aligned}$$

Από την Α.Δ.Ο.:

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v_1' + m_2 v_2' \Leftrightarrow \\ m_1 v_1 + 4m_1 \left(-\frac{v_1}{2}\right) &= m_1 v_1' + 4m_1 v_2' \Leftrightarrow \\ v_1' + 4v_2' &= -v_1 \quad (5) \end{aligned}$$

- Η (5) λόγω της (3): $v'_1 + 2v'_1 = -v_1 \Leftrightarrow v_1 = -3v'_1 \Leftrightarrow K_1 = 9K'_1$ (6)
Επειδή $K_1 = K_2$ και $K'_1 = K'_2$ άρα και $K_2 = 9K'_2$
- Η (5) λόγω της (4):

$$v'_1 + 4\left(-\frac{v'_1}{2}\right) = -v_1 \Leftrightarrow v'_1 - 2v'_1 = -3v_1 \Leftrightarrow v'_1 = v_1$$

όμως αυτό είναι άτοπο.

Τελικά ισχύει ότι: $K_1 = 9K'_1$ και $K_2 = 9K'_2$

Το ζητούμενο κλάσμα είναι:

$$\frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{K_{\tau\epsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} - 1 = \frac{K'_1 + K'_2}{K_1 + K_2} - 1 = \frac{2K'_1}{2K_1} - 1 = \frac{K'_1}{K_1} - 1 = \frac{1}{9} - 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}} = -\frac{8}{9}$$

6. Για την πλαστική κρούση από την Α.Δ.Ο. έχουμε:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_k \Leftrightarrow 2m_1 v_2 - 4m_1 v_2 = 5m_1 v_k \Leftrightarrow$$

$$v_k = -\frac{2}{5} v_2$$

Το συσσωμάτωμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με κεντρομόλο δύναμη:

$$F_k = 2T' \Leftrightarrow \frac{(m_1 + m_2) v_k^2}{\ell} = 2T' \Leftrightarrow T' = \frac{5m_1 v_k^2}{2\ell} \Leftrightarrow$$

$$T' = \frac{2}{5} \frac{m_1 v_2^2}{\ell}$$

Το κλάσμα μεταβολής του μέτρου της τάσης του νήματος λόγω της κρούσης θα είναι:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{T' - T}{T} = \frac{T'}{T} - 1 = \frac{\frac{2}{5} \frac{m_1 v_2^2}{\ell}}{\frac{4}{5} \frac{m_1 v_2^2}{\ell}} - 1 = \frac{1}{10} - 1 \Leftrightarrow \frac{\Delta T}{T} = -\frac{9}{10}$$