

Μέθοδος των Ελάχιστων Τετραγώνων Υπολογιστικά

Κωνσταντίνος Παπαφυλάκης

19/1/2024

Εισαγωγή

Η Μέθοδος των Ελάχιστων Τετραγώνων (Μ.Ε.Τ.) χρησιμοποιείται όταν έχουμε ένα σύνολο πειραματικών τιμών μεγεθών που περιγράφουν ένα φαινόμενο και όχι την ακριβή μαθηματική σχέση τους. Για να χρησιμοποιηθεί η Μ.Ε.Τ. πρέπει να υπάρχει γραμμική σχέση της μορφής

$$y = a + bx$$

Στόχος είναι ο προσδιορισμός των σταθερών a , b .

Οι τύποι υπολογισμού των σταθερών a , b είναι

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{D}, \quad \delta a = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{D}}$$
$$b = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{D}, \quad \delta b = \sigma_y \sqrt{\frac{n}{D}}$$
$$D = n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad \text{και} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - a - b x_i)^2}{n-2}}$$

όπου n το πλήθος των μετρήσεων και δa , δb τα σφάλματα των a και b αντίστοιχα.

Κώδικας

Οι υπολογισμοί που χρησιμοποιούνται στη Μ.Ε.Τ. (παραπάνω σχέσεις) είναι αρκετά περίπλοκες. Για αυτό το λόγο, η χρήση κώδικα σε λογισμικό Wolfram Mathematica είναι μια πολύ καλή επιλογή για αυτοματοποιημένο υπολογισμό των σταθερών a, b .

Κώδικας Wolfram Mathematica:

```
(*Createatableofexperimentalvalues*) data = {{x1,y1},{x2,y2},...{xn,yn}};
(*Calculatetheaandbcoefficients*)
{x,y} = Transpose[data];
n = Length[data];
sumX = Total[x];
sumY = Total[y];
sumXY = Total[x * y];
sumX2 = Total[x^2];
sumY2 = Total[y^2];
meanX = Mean[x];
meanY = Mean[y];
```

```
a = (sumX2 * sumY - sumX * sumXY)/(n * sumX2 - sumX2);  
b = (n * sumXY - sumX * sumY)/(n * sumX2 - sumX2);
```

```
SX = sumX2 - n * meanX2;  
SY = sumY2 - n * meanY2;  
SXY = sumXY - n * meanX * meanY;
```

```
da = Sqrt[((SX * SY - SXY2) * (SX + n * meanX2))/((n - 2) * n * SX2)];  
db = Sqrt[(SX * SY - SXY2)/((n - 2) * SX2)];
```

```
(*Print the results with the errors*)
```

```
Print[a = , a, ±, da];
```

```
Print["b = ", b, " ± ", db];
```