Λ Υ Σ Ε Ι Σ

ΘΕΜΑ Α

A1	A2	A3	A4	A5i	A5ii	A5iii	A5iv	A5v
γ	**β**	**γ**	**β**	**Λ**	**Λ**	**Σ**	**Λ**	**Σ**

A1.γ

Η επαγωγική τάση υπάρχει είτε είναι ανοικτός ο δακτύλιος, είτε κλειστός. Αρκεί να μεταβάλλεται η μαγνητική ροή. Για να υπάρχει, όμως, επαγωγικό ρεύμα πρέπει να έχουμε κλειστό δακτύλιο. Εδώ ζητάμε τα μέτρα των επαγωγικών τάσεων:

$$\left.\begin{aligned} &\bullet E_{\varepsilon\pi.1} = N\frac{|\Delta\Phi_1|}{\Delta t_1} = 1\frac{|2\Phi_0 - 0|}{2t_0 - 0} = \frac{\Phi_0}{t_0} \\ &\bullet E_{\varepsilon\pi.2} = N\frac{|\Delta\Phi_2|}{\Delta t_2} = 1\frac{|0 - 3\Phi_0|}{t_0 - 0} = \frac{3\Phi_0}{t_0} \end{aligned}\right\} \rightarrow \; E_{\varepsilon\pi.2} = 3E_{\varepsilon\pi.1} \;\therefore$$

A2. β

Μεταβάλλοντας το ρεύμα στο σωληνοειδές, μεταβάλλεται και το ομογενές μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του, $B_\Sigma = \mu_0 I_\Sigma n$, άρα και η μαγνητική ροή που περνά από τον δακτύλιο, $\Phi = B_\Sigma \mathrm{A} = \mu_0 I_\Sigma n \mathrm{A}$. Έτσι εμφανίζεται επαγωγική τάση στον δακτύλιο και επειδή είναι κλειστός, εμφανίζεται και επαγωγικό ρεύμα:

$$\bullet\; E_{\varepsilon\pi.} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -1\frac{\Delta(\mu_0 I_\Sigma n \mathrm{A})}{\Delta t} = -\mu_0 I n \mathrm{A}\frac{\Delta I_\Sigma}{\Delta t}$$

$$\bullet\; I_{\varepsilon\pi.} = \frac{E_{\varepsilon\pi.}}{R_{\delta\alpha\kappa\tau.}} \Rightarrow I_{\varepsilon\pi.} = -\frac{\mu_0 I n \mathrm{A}}{R_{\delta\alpha\kappa\tau.}}\frac{\Delta I_\Sigma}{\Delta t} \quad (*)$$

Επομένως, βλέπουμε ότι το επαγωγικό ρεύμα στον δακτύλιο εξαρτάται από τον (αρνητικό) ρυθμό μεταβολής του ρεύματος στο σωληνοειδές. Έτσι έχουμε:

- <u>0 … t$_1$</u>: το I_Σ αυξάνεται ομαλά, άρα ο ρυθμός του είναι σταθερός και θετικός, επομένως το επαγωγικό ρεύμα θα είναι σταθερό και αρνητικό.
- <u>t$_1$ … t$_2$</u>: το I_Σ είναι σταθερό, άρα ο ρυθμός του είναι μηδέν, επομένως και το επαγωγικό ρεύμα θα είναι μηδέν.
- <u>t$_2$ … t$_3$</u>: το I_Σ μειώνεται ομαλά, άρα ο ρυθμός του είναι σταθερός και αρνητικός, επομένως το επαγωγικό ρεύμα θα είναι σταθερό και θετικό.

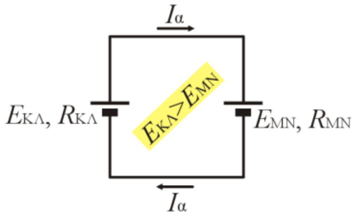
Καταλήγουμε σε δύο επιλογές, την **β** και την **γ**. Όμως, βλέπουμε ότι η χρονική διάρκεια $\Delta t_1 = t_1 - 0$ είναι μικρότερη από τη χρονική διάρκεια $\Delta t_3 = t_2 - t_3$, επομένως η μεταβολή του I_Σ στην Δt_1 θα είναι <u>γρηγορότερη</u> απ' ότι στην Δt_3, ενώ είναι κατ' απόλυτη τιμή <u>ίση</u>. Έχουμε, δηλαδή, $|\Delta I_{\Sigma 1}| = |\Delta I_{\Sigma 3}|$, αλλά $\Delta t_1 < \Delta t_3$.
Έτσι, σύμφωνα με τον τύπο (*) θα έχουμε: $|I_{\varepsilon\pi.1}| > |I_{\varepsilon\pi.3}|$. Τελικά σωστό διάγραμμα είναι το **β**.

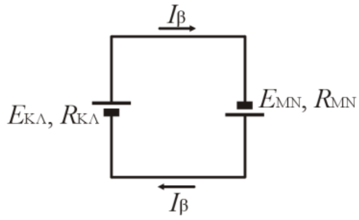
Α3.γ

Από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού η δύναμη Lorentz στα ελεύθερα ηλεκτρόνια των ράβδων θα δώσει τις εξής πολικότητες στα άκρα τους:

- <u>Αριστερό κύκλωμα (με ρεύμα $I_α$)</u>: Κ(+), Λ(-) και Μ(+), Ν(-)
- <u>Δεξί κύκλωμα (με ρεύμα $I_β$)</u>: Κ(+), Λ(-) και Μ(-), Ν(+)
- Το ρεύμα $I_α$ έχει τη φορά που δείχνεται στο σχήμα γιατί η $E_{επ(ΚΛ)}$ είναι μεγαλύτερη από την $E_{επ(ΜΝ)}$, λόγω του $υ_1>υ_2$.
- Το ρεύμα $I_β$ έχει τη φορά που δείχνεται στο σχήμα γιατί και οι δύο $E_{επ}$ δίνουν ρεύμα προς την ίδια κατεύθυνση.

Τα ισοδύναμα κυκλώματα είναι τα εξής:





$$\left.\begin{aligned}&\bullet I_α=\frac{E_{ΚΛ}-E_{ΜΝ}}{R_{ολ.}}=\frac{Bυ_1\ell-Bυ_2\ell}{R_{ολ.}}=\frac{B(υ_1-υ_2)\ell}{R_{ολ.}}\\&\bullet I_β=\frac{E_{ΚΛ}+E_{ΜΝ}}{R_{ολ.}}=\frac{Bυ_1\ell+Bυ_2\ell}{R_{ολ.}}=\frac{B(υ_1+υ_2)\ell}{R_{ολ.}}\end{aligned}\right\}\xrightarrow{I_β=2I_α}\frac{B(υ_1+υ_2)\ell}{R_{ολ.}}=2\frac{B(υ_1-υ_2)\ell}{R_{ολ.}}\Rightarrow υ_1+υ_2=2(υ_1-υ_2)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow υ_1+υ_2=2υ_1-2υ_2\Rightarrow 2υ_2+υ_2=2υ_1-υ_1\Rightarrow 3υ_2=υ_1\ \therefore$$

Α4.β

Σύμφωνα με τη θεωρία του σχολικού βιβλίου, το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης στην Ελλάδα είναι $220\sqrt{2}$ Volt και η συχνότητά της είναι 50 Hz, άρα η περίοδός της είναι 1/50= 0,02 sec. Η συνάρτησή της είναι ημιτονοειδής και είναι:

$υ=V\,ημωt=220\sqrt{2}\,ημ100πt$ στο S.I. (ω= 2πf= 2π·50= 100π rad/s)

Α5.

i.(Λ)

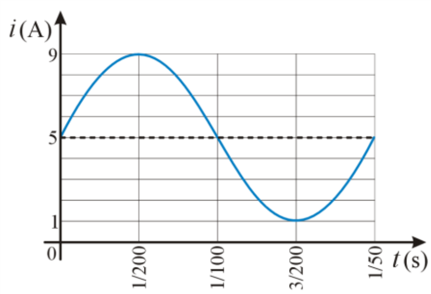
$$\left.\begin{aligned}&\bullet \bar{P}=100\ W\\&\bullet V_{εν.}=100\ V\end{aligned}\right\}\bar{P}=I_{εν.}V_{εν.}\Rightarrow I_{εν.}=1\ A$$

$$\bullet V_{εν.}=\frac{V}{\sqrt{2}}\Rightarrow V=100\sqrt{2}\ V \qquad \& \qquad \bullet I_{εν.}=\frac{I}{\sqrt{2}}\Rightarrow I=\sqrt{2}\ A$$

$$\bullet P=iυ=Iημωt\,Vημωt=IV\,ημ^2ωt=\sqrt{2}\cdot100\sqrt{2}\,ημ^2ωt=200ημ^2ωt\longrightarrow P_{\max}=200\ W\ \therefore$$

ii.(Λ)

$$\left.\begin{aligned}&i=5+4ημ100πt\\&i=I_1+I_2\,ημωt\end{aligned}\right\}\rightarrow\ I_1=5\ A=σταθ.\ \&\ I_2=4\ A,\ ω=100π\ rad/s$$



- όταν $ημ100πt=-1$ τότε $i=5+4(-1)=5-4=+1\ A$
- όταν $ημ100πt=0$ τότε $i=5+4\cdot0=5+0=+5\ A$
- όταν $ημ100πt=+1$ τότε $i=5+4(+1)=5+4=+9\ A$

Άρα το συνολικό ρεύμα i που διαρρέει τον αντιστάτη είναι πάντα θετικό. Επομένως είναι μεταβαλλόμενο, αλλά όχι εναλλασσόμενο. Έτσι το ρεύμα <u>δεν</u> αλλάζει καθόλου φορά.

iii.(Σ)

$$P=\overline{P}\Rightarrow i^2R=I^2_{εν.}R\Rightarrow i^2=I^2_{εν.}\Rightarrow i=\pm I_{εν.}\Rightarrow i=\pm\frac{I}{\sqrt{2}}\Rightarrow i=\pm\frac{I\sqrt{2}}{2}$$

iv.(Λ)

$$V=100\ Volt\Rightarrow V_{καν.λειτ.}=V_{εν.}=\frac{V}{\sqrt{2}}=\frac{100}{\sqrt{2}}=\frac{100\sqrt{2}}{2}=50\sqrt{2}\ Volt$$

v.(Σ)

$$\frac{dU_B}{dt}=\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}Li^2)=\frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt}=\frac{1}{2}L2i\frac{di}{dt}\Rightarrow\frac{dU_B}{dt}=Li\frac{di}{dt}\xrightarrow{i=0\ ή\ di/dt=0}\frac{dU_B}{dt}=0$$

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

<u>Β1. (i)</u>

• <u>Αρχικά</u>: διακόπτης κλειστός, η R_1 είναι βραχυκυκλωμένη άρα: $R_{ολ.}=R_{ΚΛ}=R$, $a=g/8$.

$$\bullet a=\frac{\Sigma F}{m}=\frac{mg-F_L}{m}=g-\frac{BI\ell}{m}=g-\frac{B\frac{B\upsilon_1\ell}{R_{ολ.}}\ell}{m}=g-\frac{\frac{B^2\upsilon_1\ell^2}{R}}{m}=g-\frac{B^2\upsilon_1\ell^2}{mR}\Rightarrow\frac{g}{8}=g-\frac{B^2\upsilon_1\ell^2}{mR}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{B^2\upsilon_1\ell^2}{mR}=\frac{7g}{8}\Rightarrow\upsilon_1=\frac{7g}{8}\frac{mR}{B^2\ell^2}$$

• <u>Τελικά</u>: ανοίγουμε τον διακόπτη, η R_1 “ξεβραχυκυκλώνεται”, άρα: $R_{ολ.}'=R_1+R_{ΚΛ}=3R+R=4R$.

• Στιγμιαία η υ_1 είναι η ίδια.

$$\bullet a'=\frac{\Sigma F'}{m}=\frac{mg-F_L'}{m}=g-\frac{BI'\ell}{m}=g-\frac{B\frac{B\upsilon_1\ell}{R_{ολ.}'}\ell}{m}=g-\frac{\frac{B^2\upsilon_1\ell^2}{4R}}{m}=g-\frac{B^2\upsilon_1\ell^2}{4mR}=g-\frac{B^2\frac{7g}{8}\frac{mR}{B^2\ell^2}\ell^2}{4mR}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow a'=g-\frac{7g}{32}\Rightarrow a'=\frac{25}{32}g$$

• Ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος είναι:

$$\frac{di}{dt}=\frac{d(E_{επ.}/R_{ολ.})}{dt}=\frac{1}{R_{ολ.}}\frac{d(B\upsilon\ell)}{dt}=\frac{B\ell}{R_{ολ.}}\frac{d\upsilon}{dt}=\frac{B\ell}{R_{ολ.}}a\Rightarrow\begin{cases}\lambda=\frac{B\ell}{R_{ολ.}}a=\frac{B\ell}{R}\frac{g}{8}\\ \lambda'=\frac{B\ell}{R_{ολ.}'}a'=\frac{B\ell}{4R}\frac{25g}{32}\end{cases}$$

• Ο λόγος των ρυθμών είναι:

$$\frac{\lambda}{\lambda'}=\frac{\frac{B\ell}{R}\frac{g}{8}}{\frac{B\ell}{4R}\frac{25g}{32}}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{25}{4\cdot32}}=\frac{4\cdot32}{8\cdot25}=\frac{16}{25}\quad\therefore$$

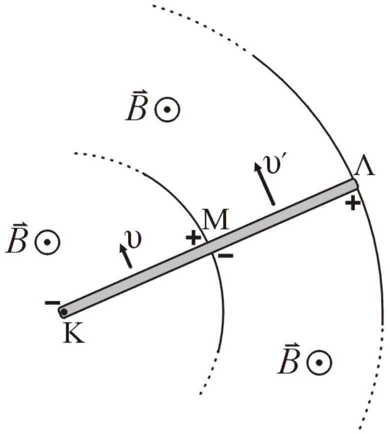
... άρα σωστό το **(i)**

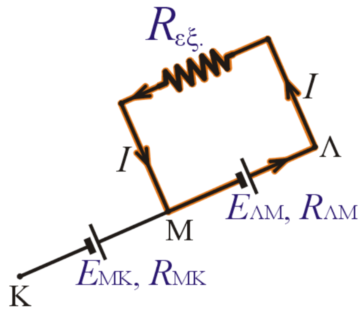
B2. (i)

• $R_{K\Lambda} = 2R$

• $R^* = R_{K\Lambda} / \ell = 2R/\ell$

• $R_{M\Lambda} = R^* \cdot \ell_{M\Lambda} = \dfrac{2R}{\ell}\dfrac{\ell}{2} \Rightarrow R_{M\Lambda} = R$





....

• $E_{\Lambda K} = \dfrac{1}{2}B\omega\ell^2$

• $E_{MK} = \dfrac{1}{2}B\omega\left(\dfrac{\ell}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{2}B\omega\dfrac{\ell^2}{4} = \dfrac{1}{8}B\omega\ell^2 = V_{MK}$ $\quad ...\alpha\varphi o\acute{\upsilon}\ I_{MK} = 0.$

....

• $E_{\Lambda M} = N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 1\dfrac{B\,\Delta A}{\Delta t} = \dfrac{B[\pi\ell^2 - \pi(\ell/2)^2]}{2\pi/\omega} = \dfrac{1}{2}B\omega(\ell^2 - \dfrac{\ell^2}{4}) = \dfrac{1}{2}B\omega\dfrac{3\ell^2}{4} = \dfrac{3}{8}B\omega\ell^2$

....

• $R_{\varepsilon\xi.} = \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \dfrac{3R\cdot 6R}{3R+6R} = \dfrac{18R^2}{9R} = 2R$

• $I = \dfrac{E_{\Lambda M}}{R_{\varepsilon\xi.} + R_{\Lambda M}} = \dfrac{\frac{3}{8}B\omega\ell^2}{2R+R} = \dfrac{1}{8}\dfrac{B\omega\ell^2}{R}$

....

• $V_{\Lambda M} = E_{\Lambda M} - I\,R_{\Lambda M} = \dfrac{3}{8}B\omega\ell^2 - \dfrac{1}{8}\dfrac{B\omega\ell^2}{R}R = \dfrac{2}{8}B\omega\ell^2 = \dfrac{1}{4}B\omega\ell^2$

• $V_{\Lambda K} = V_{\Lambda M} + V_{MK} = \dfrac{1}{4}B\omega\ell^2 + \dfrac{1}{8}B\omega\ell^2 = \dfrac{3}{8}B\omega\ell^2$

....

• $\dfrac{V_{K\Lambda}}{V_{M\Lambda}} = \dfrac{-V_{\Lambda K}}{-V_{\Lambda M}} = \dfrac{V_{\Lambda K}}{V_{\Lambda M}} = \dfrac{\frac{3}{8}B\omega\ell^2}{\frac{1}{4}B\omega\ell^2} = \dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{4}} = \dfrac{3\cdot 4}{1\cdot 8} = \dfrac{3}{2}$ $\therefore$

... άρα σωστό το **(i)**

B3. (ii)

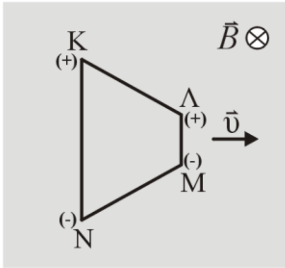
• Το πλαίσιο κινείται διαρκώς μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Αφού είναι διαρκώς ολόκληρο μέσα στο πεδίο, η μαγνητική του ροή δεν μεταβάλλεται. Άρα η **συνολική** του επαγωγική τάση είναι μηδέν:

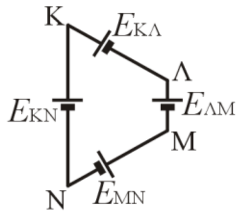
$$E_{\varepsilon\pi.(o\lambda)} = N\frac{|\Delta\Phi_{o\lambda.}|}{\Delta t} = 1\frac{0}{\Delta t} = 0$$

• Μηδενικό, επομένως, είναι και το επαγωγικό ρεύμα ($I_{\varepsilon\pi}$= $E_{\varepsilon\pi}$/$R_{o\lambda}$= 0/$R_{o\lambda}$= 0)

• Όμως, οι πλευρές ΚΝ και ΛΜ κινούνται κάθετα στο μαγνητικό πεδίο με ταχύτητα υ, άρα παρουσιάζουν επαγωγική τάση:

$$E_{\mathrm{KN}} = B\upsilon\ell_{\mathrm{KN}} = B\upsilon 3\ell = 3B\upsilon\ell \qquad \& \qquad E_{\Lambda\mathrm{M}} = B\upsilon\ell_{\Lambda\mathrm{M}} = B\upsilon\ell$$





• Η πολικότητα των τάσεων αυτών φαίνεται στο σχήμα και εξηγείται με τον κανόνα των 3 δακτύλων του δεξιού χεριού για τα ελεύθερα ηλεκτρόνια των πλευρών αυτών.

• Λόγω, μόνο των δύο προηγούμενων τάσεων και επειδή $E_{KN}>E_{ΛΜ}$, θα έπρεπε να υπάρχει ρεύμα με φορά ↻ και μέτρο:

$$I = \frac{E_{\mathrm{KN}} - E_{\Lambda\mathrm{M}}}{R_{o\lambda}} = \frac{3B\upsilon\ell - B\upsilon\ell}{R_{o\lambda}} = \frac{2B\upsilon\ell}{R_{o\lambda}}$$

• Όμως, είπαμε ότι δεν υπάρχει ρεύμα στο πλαίσιο. Επομένως θα πρέπει οι δύο άλλες πλευρές (ΚΛ και ΜΝ) να παρουσιάζουν επαγωγικές τάσεις τέτοιες ώστε να τείνουν να δώσουν αντίθετο ρεύμα (δηλαδή ↺) και τελικά να μηδενίσουν το συνολικό ρεύμα. Για να γίνει αυτό θα πρέπει οι πλευρές αυτές να παρουσιάζουν επαγωγικές τάσεις με πολικότητα τέτοια ώστε να τείνουν να δώσουν ρεύμα ↺ (όπως φαίνεται και στο σχήμα).

• Η συνολική επαγωγική τάση των ΚΛ και ΜΝ θα πρέπει να είναι ίση (και αντίθετη) με τη συνολική τάση των ΚΝ και ΛΜ, δηλαδή θα πρέπει να έχει μέτρο $2B\upsilon\ell$.

• Αλλά το τραπέζιο είναι ισοσκελές και λόγω συμμετρίας του σχήματος ($\upsilon \perp$ΚΝ,ΛΜ) η κάθε μια από τις πλευρές ΚΝ και ΛΜ θα πρέπει να παρουσιάζει επαγωγική τάση ίση με το μισό της συνολικής τους:

$$E_{\mathrm{K}\Lambda} = \frac{E_{\mathrm{K}\Lambda} + E_{\mathrm{MN}}}{2} = \frac{2B\upsilon\ell}{2} \Rightarrow E_{\mathrm{K}\Lambda} = B\upsilon\ell \quad \therefore$$

... άρα σωστό το **(ii)**

ΘΕΜΑ Γ

Για όλη τη λύση της άσκησης θα χρησιμοποιήσουμε τα εξής:

- Μέτρο αυτεπαγωγής: $E_{αυτ.} = L\dfrac{di}{dt} \Rightarrow \dfrac{di}{dt} = \dfrac{1}{L}E_{αυτ.}$

- Μέτρο ρυθμού μεταβολής ενέργειας μαγνητικού πεδίου πηνίου:

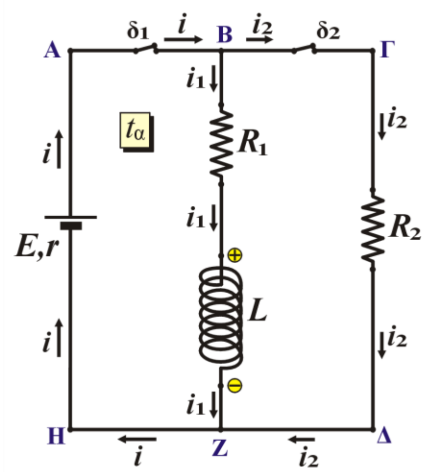
$$\frac{dU_B}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}Li^2) = \frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt} = \frac{1}{2}L2i\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} = i\,E_{αυτ.}$$

Γ1.

Τη χρονική στιγμή t_0= 0, που κλείνουμε τον διακόπτη $δ_1$, το πηνίο παρουσιάζει αυτεπαγωγή που λόγω του κανόνα του Lenz έχει πολικότητα αντίθετη της Ε, δηλαδή Β(+), Ζ(-). Έτσι μόνο για αυτή τη χρονική στιγμή ο κλάδος ΒΖ δεν διαρρέεται από ρεύμα και το ρεύμα διατρέχει μόνο τον βρόχο ΑΒΓΔΖΗΑ. Το ρεύμα αυτό είναι και το ρεύμα που διαρρέει την R_2:

$$I_2 = I_{αρχ} = \frac{E}{R_2 + r} = \frac{24}{4+2} \Rightarrow I_2 = 4\ A \therefore$$

Γ2.



- $i_2 = 3{,}5\ A$
- $\underline{2^{ος}\ κ.Kirchhoff(ΑΓΔΗΑ)}$:

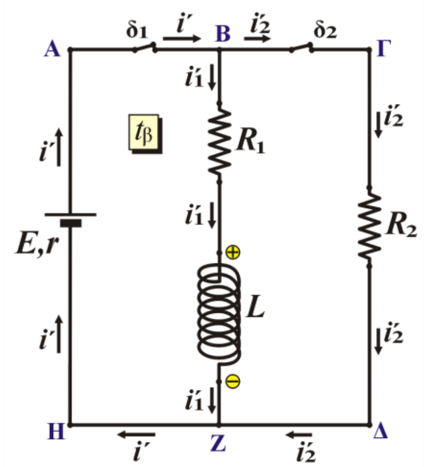
$$-i_2R_2 + E - ir = 0 \Rightarrow -3{,}5\cdot 4 + 24 - i\cdot 2 = 0 \Rightarrow i = 5\ A$$

- $i = i_1 + i_2 \Rightarrow 5 = i_1 + 3{,}5 \Rightarrow i_1 = 1{,}5\ A$
- $P_{R_1} = i_1^2R_1 = 1{,}5^2\cdot 4 \Rightarrow P_{R_1} = 9\ Watt \therefore$

Γ3.

- $i_1' = 3\ A$
- $\underline{2^{ος}\ κ.Kirchhoff(ΑΒΖΗΑ)}$:

$$-i_1'R_1 - E_{αυτ.}' - i'r + E = 0 \Rightarrow -3\cdot 4 - E_{αυτ.}' - i'\cdot 2 + 24 = 0 \Rightarrow E_{αυτ.}' = 2i' - 12 \quad (1)$$



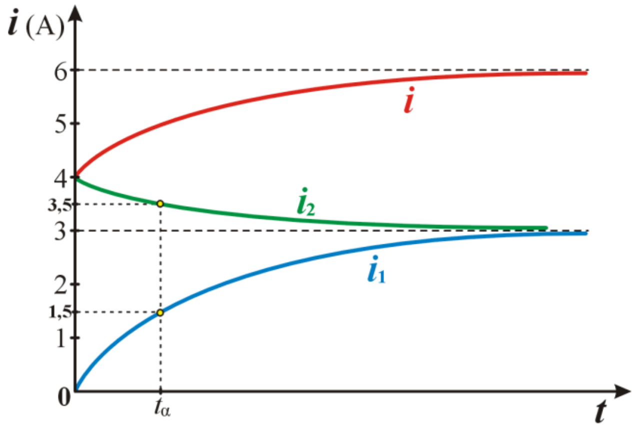
- $\underline{2^{ος}\ κ.Kirchhoff(ΑΓΔΗΑ)}$:

$$-i_2'R_2 - i'r + E = 0 \Rightarrow -i_2'\cdot 4 - i'\cdot 2 + 24 = 0 \Rightarrow i' + 2i_2' = 12 \quad (2)$$

- $i' = i_1' + i_2' \Rightarrow i' = 3 + i_2' \quad (3)$
- $(2)/(3):\ 3 + i_2' + 2i_2' = 12 \Rightarrow i_2' = 3\ A$
- $(3):\ i' = 3 + 3 \Rightarrow i' = 6\ A$
- $(1):\ E_{αυτ.}' = 2\cdot 6 - 12 \Rightarrow E_{αυτ.}' = 0$
- $\dfrac{dU_B}{dt} = L\cdot i_1'\cdot\dfrac{di}{dt} = i_1'\cdot E_{αυτ.}' = 3\cdot 0 \Rightarrow \dfrac{dU_B}{dt} = 0 \therefore$

Γ3. [$2^{ος}$ Τρόπος]

Μετά από αρκετή ώρα από το κλείσιμο του διακόπτη δ_1 θα έχουν αποκατασταθεί οι τελικές τιμές για τις εντάσεις των ρευμάτων:



$$\bullet R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \cdot 4}{4+4} = 2\ \Omega$$

$$\bullet I = \frac{E}{R_{1,2} + r} = \frac{24}{2+2} \Rightarrow I = 6\ A$$

$$\bullet V_\Pi = E - I\,r = 24 - 6 \cdot 2 \Rightarrow V_\Pi = 12\ Volt$$

$$\bullet I_1 = \frac{V_\Pi}{R_1} = \frac{12}{4} \Rightarrow I_1 = 3\ A$$

$$\bullet I_2 = \frac{V_\Pi}{R_2} = \frac{12}{4} \Rightarrow I_2 = 3\ A$$

Αφού $i_1' = 3\ A = I_1$ το ρεύμα στον κλάδο ΒΖ έχει πάρει την τελική του (σταθερή) τιμή. Άρα:

$$i_1' = \sigma\tau\alpha\theta. \Rightarrow \frac{di_1'}{dt} = 0 \quad \text{και} \quad E'_{\alpha\upsilon\tau.} = L\frac{di_1'}{dt} = 0$$

…και $\dfrac{dU_B}{dt} = 0 \therefore$, αφού $U_B = \dfrac{1}{2} L i_1'^2 = \sigma\tau\alpha\theta.$

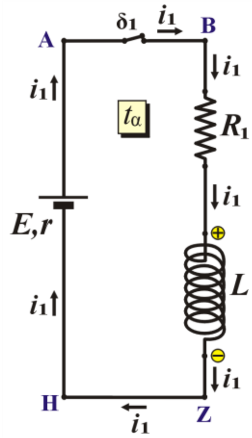
Γ4.

Τη στιγμή t_α το ρεύμα στο πηνίο είναι i_1=1,5 A.

Το τελικό ρεύμα στο κύκλωμα ΑΒΖΗΑ, μετά το άνοιγμα του διακόπτη δ_2, θα είναι:

$$I_0 = \frac{E}{R_1 + r} = \frac{24}{4+2} \Rightarrow I_0 = 4\ A$$

Αυτό θα είναι και το τελικό ρεύμα στο πηνίο. Άρα το ρεύμα στο πηνίο θα αυξηθεί, επομένως, λόγω κανόνα του Lenz, η αυτεπαγωγική τάση στο πηνίο θα έχει πάλι πολικότητα αντίθετη της Ε, δηλαδή $\oplus$ $\ominus$, ώστε να αντιτίθεται στην αύξηση του i_1.



$$\bullet i_1 = 1{,}5\ A$$

$$\bullet \underline{2^{ος}\ \kappa.Kirchhoff(\text{ΑΒΖΗΑ}):}$$

$$-i_1 R_1 - E''_{\alpha\upsilon\tau.} - i_1 r + E = 0 \Rightarrow -1{,}5 \cdot 4 - E''_{\alpha\upsilon\tau.} - 1{,}5 \cdot 2 + 24 = 0 \Rightarrow E''_{\alpha\upsilon\tau.} = 15\ Volt$$

$$\bullet E''_{\alpha\upsilon\tau.} = L\frac{di}{dt} \Rightarrow 15 = 0{,}2\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{15}{0{,}2} = 75\ A/s$$

Επειδή το αυξάνεται ο ρυθμός του θα είναι θετικός, άρα: $\dfrac{di}{dt} = +75\ A/s \therefore$

…

ΕΛΕΓΧΟΣ:

Στο ερώτημα **Γ2**, ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος ήταν (την χρονική στιγμή t_α, και με τον διακόπτη δ_2 κλειστό):

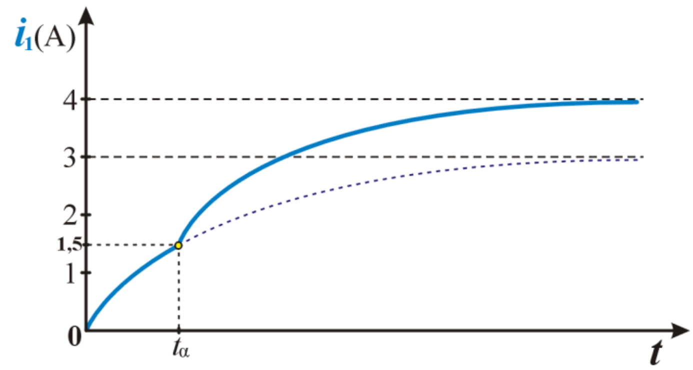
$\bullet i_1 = 1{,}5\ \ A \ \&\ i = 5\ \ A$

$\bullet \underline{2^{ος}\ κ.Kirchhoff(\mathrm{ABZHA})}:$

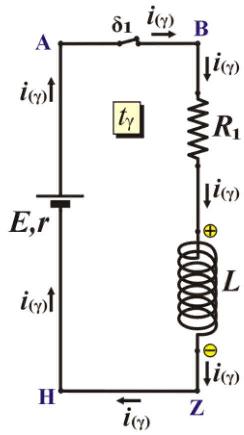
$-i_1 R_1 - E_{αυτ.} - i\,r + E = 0 \Rightarrow -1{,}5\cdot 4 - E_{αυτ.} - 5\cdot 2 + 24 = 0 \Rightarrow E_{αυτ.} = 8\ \ Volt$

$\bullet E_{αυτ.} = L\dfrac{di}{dt} \Rightarrow 8 = 0{,}2\dfrac{di}{dt} \Rightarrow \dfrac{di}{dt} = \dfrac{8}{0{,}2} = 40\ \ A/s$

Η τελική τιμή του i_1 με κλειστό τον διακόπτη $δ_2$ είναι I_1= 3 A ενώ η τελική του τιμή με ανοικτό τον $δ_2$ είναι I_0= 4 A. Αφού ο $δ_2$ ανοίγει τη χρονική στιγμή $t_α$, θα έχουμε ένα διάγραμμα της μορφής:



Βλέπουμε ότι η κλίση της καμπύλης (δηλαδή το di/dt) αυξάνεται απότομα τη χρονική στιγμή $t_α$. Αυτό συμφωνεί με τα αποτελέσματά μας: τη στιγμή $t_α$ ήταν di/dt= 40 A/s και ακαριαία έγινε di/dt= 75 A/s.



Γ5.

$\bullet U_{\mathrm{B}(γ)} = 0{,}9\ \ J \longrightarrow U_{\mathrm{B}(γ)} = \dfrac{1}{2}L i_{(γ)}^2 \Rightarrow 0{,}9 = \dfrac{1}{2}0{,}2 i_{(γ)}^2 \Rightarrow i_{(γ)} = 3\ \ A$

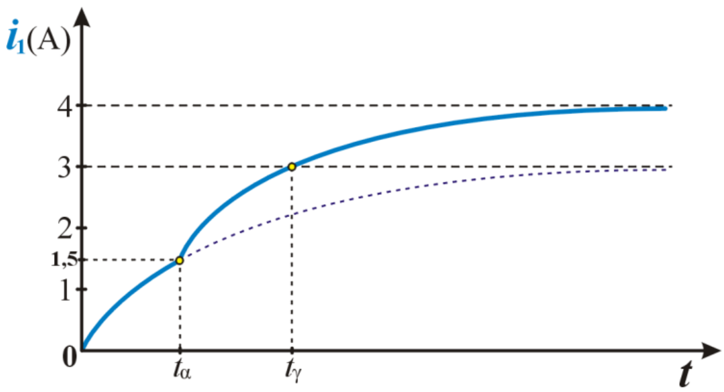
$\bullet \underline{2^{ος}\ κ.Kirchhoff(\mathrm{ABZHA})}:$

$-i_{(γ)} R_1 - E_{αυτ.(γ)} - i_{(γ)}\,r + E = 0 \Rightarrow -3\cdot 4 - E_{αυτ.(γ)} - 3\cdot 2 + 24 = 0 \Rightarrow E_{αυτ.(γ)} = 6\ \ Volt$

$\bullet \dfrac{dU_{\mathrm{B}(γ)}}{dt} = L\cdot i_{(γ)}\cdot\dfrac{di}{dt} = i_{(γ)}\cdot E_{αυτ.(γ)} = 3\cdot 6 \Rightarrow \dfrac{dU_{\mathrm{B}(γ)}}{dt} = 18\ \ J/s$

Εφόσον το ρεύμα δεν έχει πάρει ακόμα τη μέγιστή του τιμή [$(i_{(γ)} = 3\ \ A) < (I_0 = 4\ \ A)$], το ρεύμα τη στιγμή $t_γ$ αυξάνεται. Άρα αυξάνεται και η U_B και επομένως ο ρυθμός της είναι θετικός: $\dfrac{dU_{\mathrm{B}(γ)}}{dt} = +18\ \ J/s \therefore$

Η χρονική στιγμή $t_γ$ σημειώνεται στο προηγούμενο σχήμα, ενώ η χρονική στιγμή $t_β$ είναι πολύ δεξιότερα (θεωρητικά στο άπειρο).



ΘΕΜΑ Δ

$K\Lambda = \ell = 10\ m$

$MN\Pi = 3\ell \quad \& \quad N\Pi = \ell = 10\ m \longrightarrow MN = 2\ell = 20\ m$

$m_{K\Lambda} = m_1 = 2\ kg \quad \& \quad m_{MN\Pi} = m_2 = 6\ kg$

$R^* = 0{,}05\ \Omega / m$

$R_{K\Lambda} = R_{N\Pi} = R^*\ell = 0{,}05 \cdot 10 = 0{,}5\ \Omega = R$

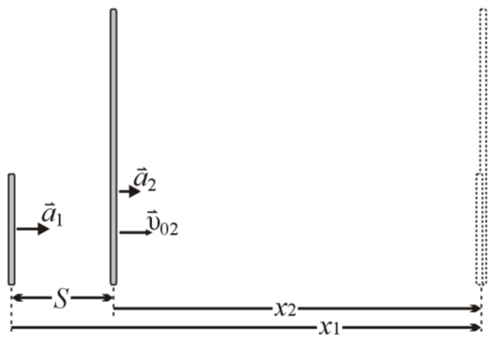
$R_{MN} = R^* 2\ell = 0{,}05 \cdot 20 = 1\ \Omega = 2R$

$B = 0{,}1\ T$

$a_{K\Lambda} = a_1 = 4\ m/s^2 \quad \& \quad a_{MN\Pi} = a_2 = 2\ m/s^2$

$\upsilon_{01} = 0 \quad \& \quad \upsilon_{02} = 2\ m/s$

Δ1.



• Συνάντηση: $x_1 = S + x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = S + \upsilon_{02}t_1 + \frac{1}{2}a_2 t_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}4t_1^2 = 15 + 2t_1 + \frac{1}{2}2t_1^2 \Rightarrow t_1^2 - 2t_1 - 15 = 0$

• $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$

• $t_1 = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} -3\ \text{sec}\ (\alpha\pi o\rho\rho.) \\ 5\ \text{sec} \end{cases} \Rightarrow t_1 = 5\ \text{sec} \therefore$

....

$$\left.\begin{aligned} &\bullet x_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2 = 50\ m \\ &\bullet \Sigma F_1 = m_1 a_1 = 2 \cdot 4 = 8\ N \end{aligned}\right\} \longrightarrow W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot x_1 = 8 \cdot 50 \Rightarrow W_{\Sigma F_1} = 400\ J \therefore$$

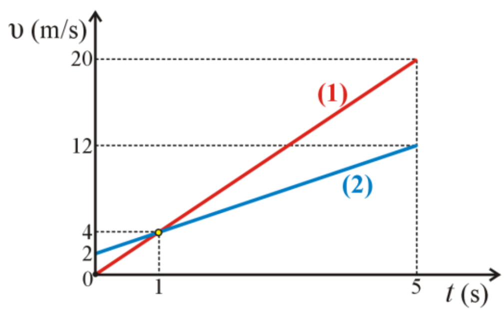
....

• $\upsilon_1 = a_1 t \Rightarrow \upsilon_1 = 4t$

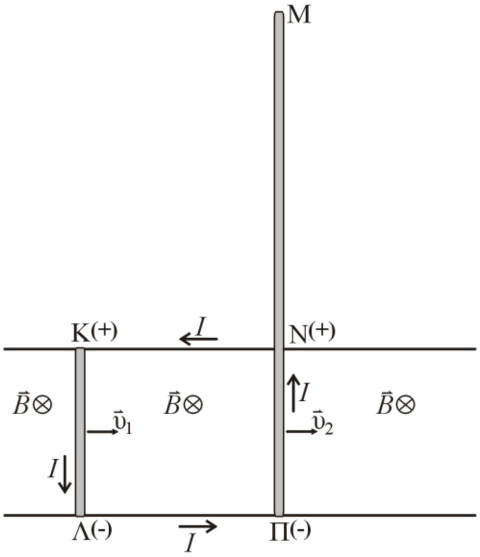
• $\upsilon_2 = \upsilon_{02} + a_2 t \Rightarrow \upsilon_2 = 2 + 2t$

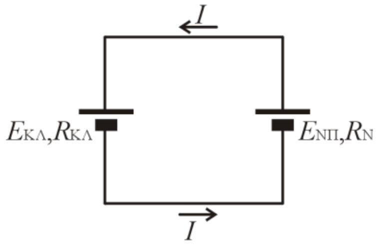
• την χρονική στιγμή t΄= 1 sec : • $\upsilon_1 = 4 \cdot 1 = 4\ m/s$ • $\upsilon_2 = 2 + 2 \cdot 1 = 4\ m/s$

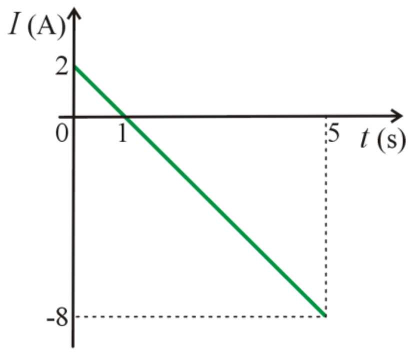
• την χρονική στιγμή t_1= 5 sec : • $\upsilon_1 = 4 \cdot 5 = 20\ m/s$ • $\upsilon_2 = 2 + 2 \cdot 5 = 12\ m/s$



Δ2.







Αρχικά: $\upsilon_{01} = 0 \Rightarrow E_{K\Lambda} = 0$ & $\upsilon_{02} \neq 0 \Rightarrow E_{N\Pi} \neq 0$

Άρα το ρεύμα έχει αρχική φορά ↺ και:

$$I = \frac{E_{N\Pi} - E_{K\Lambda}}{R_{N\Pi} + R_{K\Lambda}} = \frac{B\upsilon_2\ell - B\upsilon_1\ell}{R+R} = \frac{B\ell}{2R}(\upsilon_2 - \upsilon_1) \qquad (1)$$

Με αντικατάσταση στον παραπάνω τύπο έχουμε:

$$I = \frac{0{,}1\cdot 10}{2\cdot 0{,}5}(2+2t-4t) \Rightarrow I = 2-2t \;\therefore$$

Επομένως το ρεύμα, τη στιγμή t_1= 5 sec έχει αλλάξει φορά: $I_1 = 2 - 2\cdot 5 \Rightarrow I_1 = -8\ A$

Το ρεύμα αλλάζει φορά τη στιγμή που μηδενίζεται. Από τη σχέση (1) βλέπουμε ότι αν υ_1= υ_2, έχουμε I= 0.

Άρα: $\upsilon_2 = \upsilon_1 \Rightarrow 2+2t' = 4t' \Rightarrow 2 = 2t' \Rightarrow t' = 1\ \text{sec}$, όπου το ρεύμα έχει φορά ↺ και ορίζεται ως θετικό ενώ <u>μετά την t΄= 1 sec (με $\upsilon_1 > \upsilon_2$)</u> έχουμε φορά ↻ και ορίζεται ως αρνητικό.

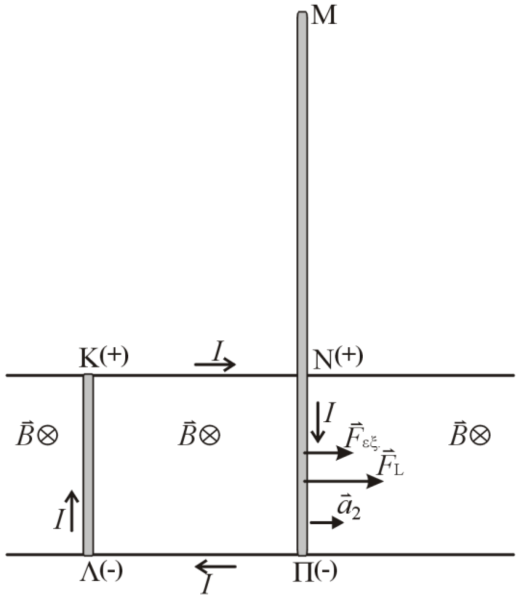
Το φορτίο που μετακινείται στον βρόγχο από τη στιγμή t_0= 0 έως <u>τη στιγμή t΄= 1 sec (όπου $\upsilon_1 = \upsilon_2$)</u> θα βρεθεί από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης ρεύματος – χρόνου για το διάστημα 0 … 1 sec :

$$q = \text{E}\mu\beta = \frac{\beta\cdot y}{2} = \frac{1\cdot 2}{2} = 1\ C \;\therefore$$

Δ3.

Όταν συναντιούνται οι ράβδοι, το ρεύμα έχει ήδη αλλάξει φορά, άρα η F_L στην ΝΠ είναι προς τα δεξιά. Για την χρονική στιγμή t_1= 5 sec (συνάντησης) έχουμε:

$$\Sigma F_2 = m_2\,a_2 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi.2} + F_L = m_2\,a_2 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi.2} = m_2\,a_2 - BI\ell \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_{\varepsilon\xi.2} = m_2\,a_2 - BI\ell = 6\cdot 2 - 0{,}1\cdot 8\cdot 10 = 12 - 8 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi.2} = 4\ N \;\therefore$$



Αφού υπολογίσαμε ότι το ρεύμα αλλάζει φορά και έτσι αλλάζει φορά και η F_L, βάλαμε "+" στον τύπο ΣF_2= $F_{\varepsilon\xi.2}$+F_L και στην αντικατάσταση του ρεύματος για την F_L= B$I\ell$ βάλαμε το I σε απόλυτη τιμή 8 A (και όχι -8 A).

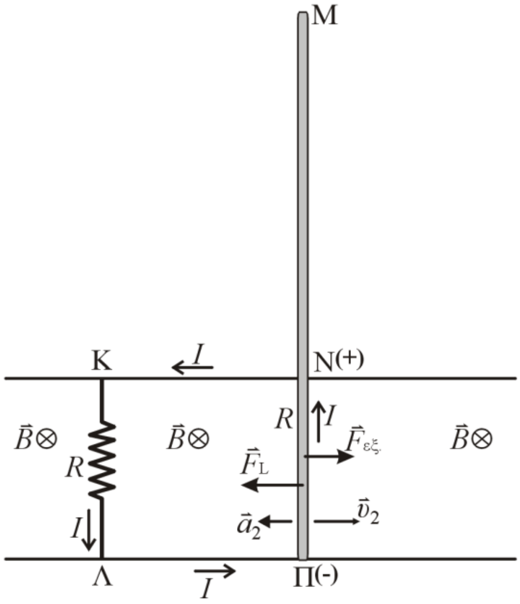
Αν είχαμε αφήσει την F_L προς τα πίσω, όπως ήταν εξ' αρχής (για 0 … 1 sec) τότε για την t_1= 5 sec θα είχαμε I= -8 A και:

$$\Sigma F_2 = m_2\, a_2 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi.2} - F_L = m_2\, a_2 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi.2} = m_2\, a_2 + BI\ell = m_2\, a_2 + BI\ell = 6\cdot 2 + 0{,}1\cdot(-8)\cdot 10 = 12 - 8 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_{\varepsilon\xi.2} = 4\ \ N \therefore$$

Με αυτήν την εξωτερική δύναμη $F_{\varepsilon\xi.}$= 4 N, ταχύτητα υ_2= 12 m/s και τη ράβδο ΚΛ ακινητοποιημένη, έχουμε τώρα μια νέα κατάσταση:

Το τμήμα ΝΠ λειτουργεί τώρα ως η μοναδική πηγή $E_{\varepsilon\pi(N\Pi)}= B\upsilon_2\ell$, δίνοντας ρεύμα με φορά ↻ (άρα θετικό πάλι).

Η F_L που δέχεται τώρα η ράβδος είναι προς τα αριστερά. Για την οριακή της ταχύτητα έχουμε:

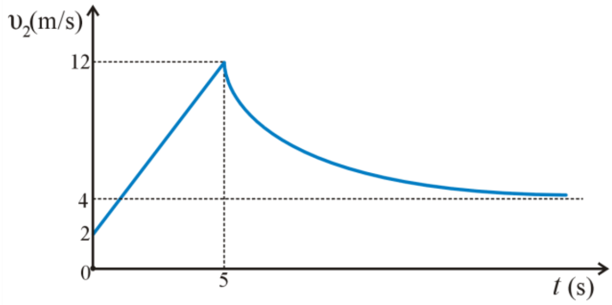


$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\xi.} = F_L \Rightarrow F_{\varepsilon\xi.} = BI\ell \Rightarrow F_{\varepsilon\xi.} = B\frac{B\upsilon_{o\rho.}\ell}{R_{K\Lambda} + R_{N\Pi}}\ell \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F_{\varepsilon\xi.} = \frac{B^2\upsilon_{o\rho.}\ell^2}{2R} \Rightarrow \upsilon_{o\rho.} = \frac{2RF_{\varepsilon\xi.}}{B^2\ell^2} \Rightarrow \upsilon_{o\rho.} = \frac{2\cdot 0{,}5\cdot 4}{0{,}1^2\cdot 10^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \upsilon_{o\rho.} = 4\ \ m/s \therefore$$

Δ4.

Η ταχύτητα της ράβδου ΜΝΠ από 0 … 5 sec είναι: $\upsilon_2 = 2 + 2t \begin{cases} t_0 = 0 \longrightarrow \upsilon_{02} = 2\ \ m/s \\ t_1 = 5\ s \longrightarrow \upsilon_2 = 12\ \ m/s \end{cases}$

Από τη στιγμή t_1 και μετά η ράβδος εκτελεί <u>επιβραδυνόμενη κίνηση, με συνεχώς μειούμενη επιβράδυνση</u>, μέχρι να αποκτήσει οριακή ταχύτητα $\upsilon_{o\rho.}$= 4 m/s. Έτσι το διάγραμμα υ_2-t είναι:



<u>Απόδειξη του είδους κίνησης της ράβδου</u>:

Αρχικά: $F_L = BI\ell = B\dfrac{B\upsilon_2\ell}{2R}\ell = 12\ \ N \ \ \&\ \ F_{\varepsilon\xi.} = 4\ \ N$

Άρα $F_L > F_{\varepsilon\xi.}$ και $\vec{F}_L \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}$, δηλαδή η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

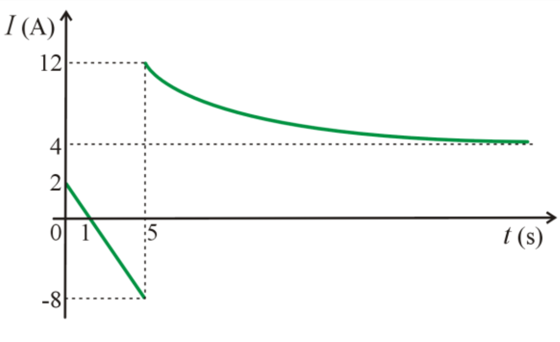
$$|a_2| = \frac{\Sigma F_2}{m_2} = \frac{F_L - F_{\varepsilon\xi.}}{m_2} = \frac{BI\ell}{m_2} - \frac{F_{\varepsilon\xi.}}{m_2} = \frac{B\ell}{m_2}\frac{B\upsilon\ell}{2R} - \frac{F_{\varepsilon\xi.}}{m_2} = \frac{0{,}1\cdot 10}{6}\frac{0{,}1\cdot\upsilon\cdot 10}{2\cdot 0{,}5} - \frac{4}{6} \Rightarrow |a_2| = \frac{1}{6}\upsilon - \frac{2}{3}$$

Επομένως, όσο μειώνεται η ταχύτητα (γιατί η a_2 είναι επιβράδυνση) τόσο θα μειώνεται και το μέτρο της a_2. Έτσι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη με μέτρο επιβράδυνσης που συνεχώς μειώνεται.

➡*ορισμένες, επιπλέον, πληροφορίες*:

Το ρεύμα στο κύκλωμα από την t_0= 0 έως η ράβδος ΜΝΠ να αποκτήσει την οριακή της ταχύτητα θα είναι:

- το αρχικό διάγραμμα (0 … 5 sec) και στη συνέχεια…
- το ρεύμα γίνεται πάλι θετικό: $I = \dfrac{E_{N\Pi}}{2R} = \dfrac{B\upsilon_2\ell}{2R} = 12\ \ A$
- στη συνέχεια το ρεύμα φθίνει εκθετικά (καθώς η ράβδος τείνει να «πιάσει» την οριακή της ταχύτητα) μέχρι την οριακή του τιμή: $I_{o\rho.} = \dfrac{E_{N\Pi(o\rho.)}}{2R} = \dfrac{B\upsilon_{o\rho.}\ell}{2R} = 4\ \ A$



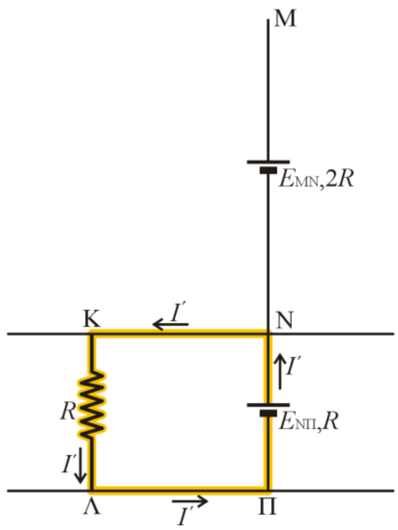
Δ5.

$$\bullet P_{\text{ΚΛ}} = I'^2 R \Rightarrow 50 = I'^2 0{,}5 \Rightarrow I'^2 = \frac{50}{0{,}5} = 100 \Rightarrow I' = 10\ A$$

$$\bullet I' = \frac{E_{\text{ΝΠ}}}{R_{\text{ΚΛ}} + R_{\text{ΝΠ}}} = \frac{B\upsilon'\ell}{2R} \Rightarrow 10 = \frac{0{,}1 \cdot \upsilon' \cdot 10}{2 \cdot 0{,}5} \Rightarrow \upsilon' = 10\ m/s$$

$$\bullet V_{\text{ΜΠ}} = V_{\text{ΜΝ}} + V_{\text{ΝΠ}} = (E_{\text{ΜΝ}} - I_{\text{ΜΝ}} R_{\text{ΜΝ}}) + (E_{\text{ΝΠ}} - I_{\text{ΝΠ}} R_{\text{ΝΠ}}) =$$
$$= (B\upsilon' 2\ell - 0 \cdot 2R) + (B\upsilon'\ell - I'R) = 3B\upsilon'\ell - I'R =$$
$$= 3 \cdot 0{,}1 \cdot 10 \cdot 10 - 10 \cdot 0{,}5 = 30 - 5 = 25\ Volt$$

$$\bullet V_{\text{ΠΜ}} = -V_{\text{ΜΠ}} \Rightarrow V_{\text{ΠΜ}} = -25\ Volt\ \therefore$$



Επιμέλεια: *Αναστάσιος Νέζης*
http://nezistasos.com/