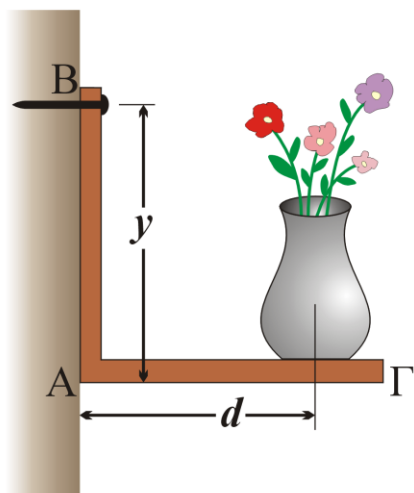




Ένα ράφι, βάρους w και αμελητέου πάχους, έχει σχήμα ορθής γωνίας (ΒΑΓ) και στερεώνεται σε κατακόρυφο λείο τοίχο με ένα μόνο οριζόντιο καρφί, στο ανώτατό του σημείο Β. Πάνω στο ράφι τοποθετούμε ένα βάζο με λουλούδια, συνολικού βάρους w_{β} , σε απόσταση d από τον τοίχο.

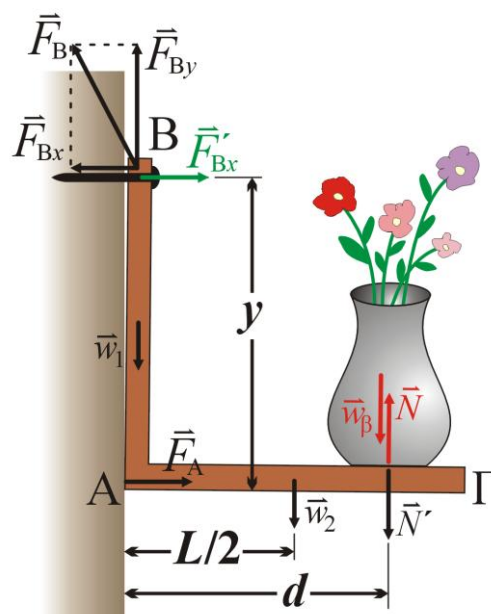
Είναι φανερό ότι η δύναμη που δέχεται το καρφί από το ράφι έχει και οριζόντια συνιστώσα η οποία τείνει να το βγάλει από τον τοίχο (με αποτέλεσμα να πέσει το ράφι και το βάζο!). Για μια σταθερή θέση του βάζου ($d =$ σταθερό) το ράφι κινδυνεύει να πέσει (δηλαδή να βγει το καρφί από τον τοίχο):

- Α. όσο μεγαλύτερο είναι το ύψος y του ραφιού.
- Β. όσο μικρότερο είναι το ύψος y του ραφιού.
- Γ. ανεξάρτητα από το ύψος y του ραφιού.



Λ Υ Σ Η

- Το βάζο ισορροπεί: $\Sigma F = 0 \Rightarrow w_\beta = N$
- Δράση – Αντίδραση: $N' = N$
- Επομένως το ράφι δέχεται από το βάζο την $N' = w_\beta$, προς τα κάτω και σε απόσταση d από το σημείο A (γωνία ραφιού – τοίχος)
- Θεωρούμε μια οριακή χαλάρωση του καρφιού, έτσι ώστε το τμήμα AB του ραφιού να έχει (ελαφρώς) περιστραφεί γύρω από το σημείο A (κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού). Έτσι το τμήμα AB δεν ακουμπά στον τοίχο, παρά μόνο στο σημείο A. Σε αυτό το σημείο ο τοίχος ασκεί οριζόντια δύναμη F_A , προς τα δεξιά, στο τμήμα ΑΓ (ο τοίχος είναι λείος, άρα η δύναμη που ασκεί στο A δεν έχει συνιστώσα – τριβή παράλληλη στον τοίχο).
- Το ράφι έχει βάρος w , το οποίο το μοιράζουμε σε w_1 του τμήματος AB και w_2 του τμήματος ΑΓ.



- Για να εξισορροπηθούν οι δυνάμεις w_1 , w_2 και N' το καρφί ασκεί, στο σημείο B του ραφιού, κατακόρυφη δύναμη F_{By} , προς τα πάνω.
- Επίσης, για να εξισορροπηθεί η F_A το καρφί ασκεί, στο σημείο B του ραφιού, οριζόντια δύναμη F_{Bx} , προς τ' αριστερά.
- Τελικά η συνολική δύναμη που ασκεί το καρφί στο ράφι έχει κατεύθυνση “πάνω & αριστερά”:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_x = 0 &\Rightarrow F_{Bx} = F_A \\ \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow F_{By} = w_1 + w_2 + N' \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_B = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2}$$

- Η δύναμη που τείνει να “βγάλει” το καρφί από τον τοίχο είναι η αντίδραση της F_{Bx} , δηλαδή η οριζόντια δύναμη που ασκεί το ράφι στο καρφί: $F_{Bx}' = F_{Bx}$ (κατά μέτρο). Η δύναμη αυτή είναι προς τα δεξιά και συμβολίζεται με **πράσινο** χρώμα στο σχήμα.

Σημείωση: οι δυνάμεις που ασκούνται στο βάζο είναι με **κόκκινο** χρώμα και οι δυνάμεις που ασκούνται στο ράφι με **μαύρο**.

- Το σύστημα, όμως, ισορροπεί και στροφικά. Έτσι, ως προς το σημείο A έχουμε:

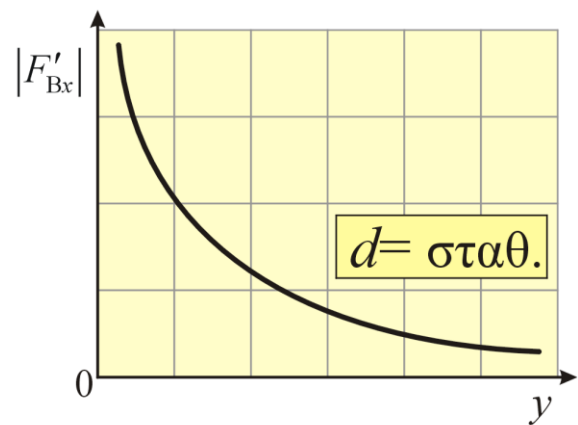
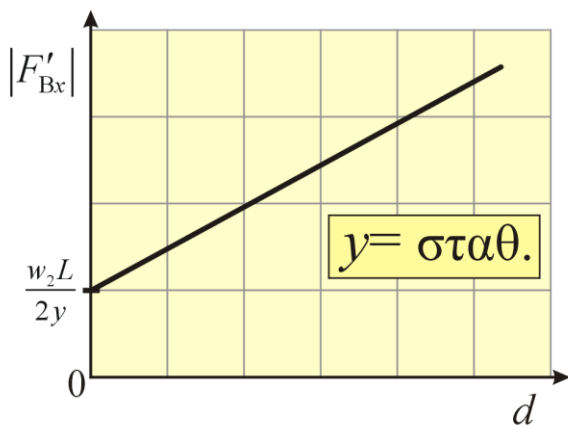
$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(A)} = 0 &\Rightarrow \tau_{w1} + \tau_{w2} + \tau_{FA} + \tau_{N'} + \tau_{F_{Bx}} + \tau_{F_{By}} = 0 \Rightarrow 0 - w_2 \frac{L}{2} + 0 - N'd + F_{Bx}y + 0 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_{Bx}y = w_2 \frac{L}{2} + N'd \xrightarrow{N'=w_\beta} F_{Bx} = \frac{1}{y} \left(w_2 \frac{L}{2} + w_\beta d \right) \end{aligned}$$

- Η δύναμη F_{Bx} είναι προς τα αριστερά και ασκείται από το καρφί στο ράφι.
- Επομένως η αντίδρασή της, F_{Bx}' , θα ασκείται από το ράφι στο καρφί, θα έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά και ίδιο μέτρο:

$$|F_{Bx}'| = \frac{1}{y} \left(w_2 \frac{L}{2} + w_\beta d \right)$$

- Διερευνώντας τον παραπάνω τύπο καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα:

- Όσο πιο δεξιά βρίσκεται το βάζο (μεγαλύτερο d), τόσο μεγαλύτερη είναι η δύναμη που δέχεται το καρφί, άρα πιο πιθανό να βγει από τον τοίχο και να πέσει το ράφι (μάλλον αυτονόητο συμπέρασμα).
- Όσο, όμως, μεγαλύτερο είναι το ύψος y του ραφιού, τόσο μικρότερη είναι η δύναμη που ασκείται στο καρφί. Επομένως, τόσο σταθερότερη γίνεται η ισορροπία της κατασκευής, μιας και το καρφί έχει μικρότερη πιθανότητα να βγει από τον τοίχο.



- Και για να απαντήσουμε στο ερώτημα της άσκησης, όσο μικρότερο είναι το ύψος y του ραφιού, τόσο μεγαλύτερη είναι η δύναμη που τείνει να βγάλει το καρφί από τον τοίχο.

...άρα σωστή είναι η **B**.

Επιμέλεια: Αναστάσιος Νέζης

<https://nezistasos.com>

nezistasos@gmail.com