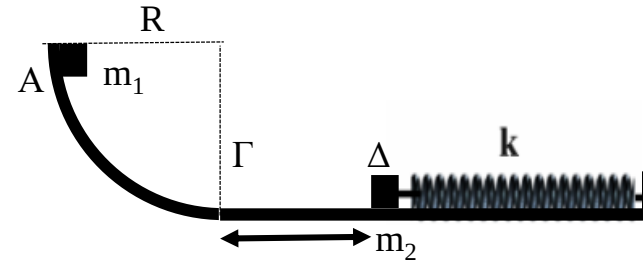


ΘΕΜΑ Δ

Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο ΑΓ, ακτίνας $R=2\text{m}$ που εφάπτεται στο κάτω άκρο του Γ, με οριζόντιο δάπεδο.

Σώμα μάζας $m_1=1\text{kg}$, αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου από το άνω άκρο Α. Το σώμα περνάει από το σημείο Γ με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$ και συνεχίζει να κινείται χωρίς τριβές κατά μήκος της οριζόντιας εφαιπτομένης του τεταρτοκυκλίου στο σημείο Γ. Αφού διανύσει διάστημα ΓΔ στο λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται στιγμιαία και μετωπικά με σώμα μάζας $m_2=5\text{kg}$, που είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου με το άλλο του άκρο του ελατηρίου ακλόνητο. Το ελατήριο έχει σταθερά $k=125\text{N/m}$ και το σώμα m_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη στιγμή της κρούσης βρίσκεται στη θέση με το ελατήριο σε έκταση να έχει δυναμική ενέργεια $2,5\text{ J}$ και ο ρυθμός μεταβολής της να είναι $+25\text{ J/s}$. Το m_2 μετά την κρούση αποχωρίζεται από το m_1 αλλά στιγμιαία παραμένει ακίνητο στο το λείο οριζόντιο επίπεδο.



Δ1. Να υπολογιστεί η θερμότητα που παράχθηκε λόγω τριβής κατά την καθοδική κίνηση του σώματος στο τεταρτοκύκλιο.

Δ2. Να εξηγήσετε ότι η κρούση ήταν ανελαστική και να βρείτε τη θερμότητα που εκλύεται με την κρούση.

Δ3. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του m_2 πριν την κρούση και την διάρκεια αμέσως μετά την κρούση μέχρι να βρεθεί το m_2 στην δεξιά ακραία θέση για πρώτη φορά.

Δ4. Αν το σώμα μάζας m_1 τη στιγμή που το m_2 βρεθεί στη δεξιά ακραία θέση για πρώτη φορά βρεθεί και αυτό στο σημείο Γ. Να βρεθεί η διάρκεια από τη στιγμή που πέρασε το m_1 για πρώτη φορά από το Γ μέχρι να ξαναβρεθεί σε αυτό για δεύτερη φορά. (δίνεται $\pi = 3,14$ και $g = 10\text{ m/s}^2$)

ΘΕΜΑ Δ ΛΥΣΗ

$$\Delta 1. \text{ ΑΔΕ από Α στο } \Gamma : E_A = E_\Gamma + Q \Rightarrow K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma + Q \Rightarrow$$

$$0 + m_1 g R = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + 0 + Q \Rightarrow Q = m_1 g R - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 1 \cdot 10 \cdot 2 - 0,5 \cdot 1 \cdot 4^2 \Rightarrow$$

$$Q = 12 \text{ J}$$

$\Delta 2.$ Αφού το ελατήριο είναι σε έκταση και η δυναμική του ενέργεια αυξάνεται, αυξάνεται η έκταση αρά το m_2 κινείται σε αντίθετη φορά από το m_1 .

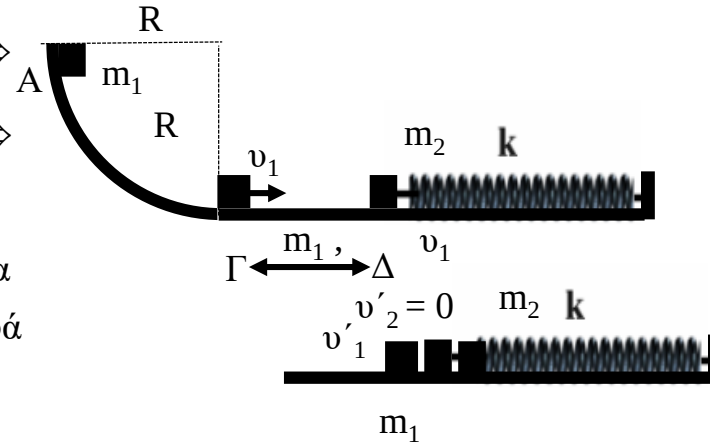
$$\text{και } U_{\varepsilon\lambda.} = \frac{1}{2} k \Delta l^2 \Rightarrow \Delta l = \sqrt{\frac{2U_{\varepsilon\lambda.}}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5}{125}} \Rightarrow \Delta l = 0,2 \text{ m}, F_{\varepsilon\lambda.} = k \Delta l = 125 \cdot 0,2 \Rightarrow$$

$$F_{\varepsilon\lambda.} = 25 \text{ N}, \frac{dU_{\varepsilon\lambda.}}{dt} = F_{\varepsilon\lambda.} v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{\frac{dU_{\varepsilon\lambda.}}{dt}}{F_{\varepsilon\lambda.}} = \frac{25}{25} \Rightarrow v_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{Από ΑΔΟ : } \vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 v_1' + 0$$

$$\Rightarrow v_1' = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1} \Rightarrow v_1' = \frac{1 \cdot 4 - 5 \cdot 1}{1} \Rightarrow v_1' = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{δηλαδή αλλάζει φορά κίνησης και κινείται πάλι προς το } \Gamma.$$

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 4^2 + \frac{1}{2} 5 \cdot 1^2 \Rightarrow K_{\text{πριν}} = 10,5 \text{ J και } K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 1^2 + 0 \Rightarrow K_{\text{μετά}} = 0,5 \text{ J}$$

$$\text{άρα } K_{\text{πριν}} > K_{\text{μετά}} \quad \text{ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ με } Q = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} = 10,5 - 0,5 \Rightarrow Q = 10 \text{ J}$$



ΘΕΜΑ Δ ΛΥΣΗ

Δ3. Πριν την κρούση το m_2 βρίσκεται στη θέση με $\chi = 0,2 \text{ m}$ και έχει ταχύτητα $v_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ κατά μέτρο !!!

$$\text{Από ΑΔΕΤ είναι : } U + K = E \Rightarrow \frac{1}{2} k \chi^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} k A_{\alpha\rho\chi.}^2 \Rightarrow A_{\alpha\rho\chi.} = \sqrt{\chi^2 + \frac{m_2 v_2^2}{k}} \Rightarrow$$

$$A_{\alpha\rho\chi.} = \sqrt{0,2^2 + \frac{5 \cdot 1^2}{125}} \Rightarrow A_{\alpha\rho\chi.} = 0,2\sqrt{2} \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k}} \Rightarrow \Delta t = \pi \sqrt{\frac{5}{125}} \Rightarrow \Delta t = 0,2\pi \Rightarrow \Delta t = 0,628 \text{ s}$$

Δ4. Το m_1 κάνει ΕΟΚ με $v'_1 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και φορά από $\Delta \rightarrow \Gamma$ οπότε $\Delta\Gamma = v'_1 \Delta t = 1 \cdot 0,628 = 0,628 \text{ m}$

$$\text{Από το } \Gamma \rightarrow \Delta \text{ κάνει ΕΟΚ με } v_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ άρα } \Delta t_{\Gamma\Delta} = \frac{\Gamma\Delta}{v_1} = \frac{0,628}{4} \Rightarrow \Delta t_{\Gamma\Delta\Gamma} = \Delta t_{\Gamma\Delta} + \Delta t_{\Delta\Gamma} = \frac{0,628}{4} + 0,628 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \Delta t_{\Gamma\Delta\Gamma} = 0,785 \text{ s}$$