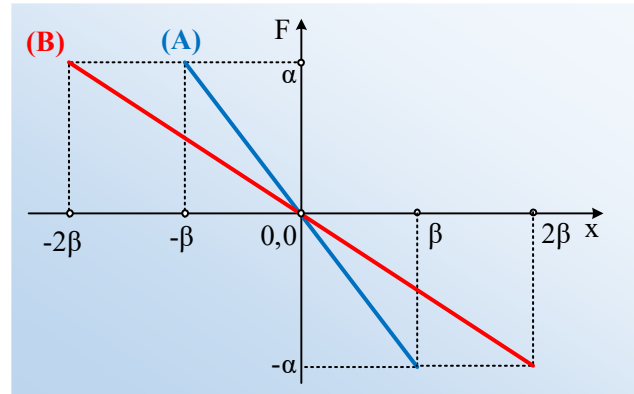


Δύο ταλαντώσεις και ένα διάγραμμα.

Δύο σώματα Α και Β της ίδιας μάζας εκτελούν ΑΑΤ, στην ίδια διεύθυνση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η μεταβολή της δύναμης επαναφοράς, που ασκείται σε κάθε σώμα, σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του x .



i) Για τις ενέργειες ταλάντωσης των δύο σωμάτων ισχύει:

α) $E_A = 2E_B$, β) $E_A = E_B$, γ) $E_A = \frac{1}{2} E_B$.

ii) Αν τα δυο σώματα κάποια στιγμή ξεκινούν ταυτόχρονα από τις ακραίες αρνητικές θέσεις της ταλάντωσης τους, τότε θα συναντηθούν για πρώτη φορά στην θέση x , όπου:

α) $x < 0$, β) $x = 0$, γ) $x > 0$.

Απάντηση:

Η δύναμη επαναφοράς, ικανοποιεί την εξίσωση $F = -D \cdot x$, οπότε για τις δύο σταθερές επαναφοράς έχουμε:

$$D_A = D_1 = -\frac{F_{A,max}}{A_A} = -\frac{-\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$D_B = D_2 = -\frac{F_{B,max}}{A_B} = -\frac{-\alpha}{2\beta} = \frac{\alpha}{2\beta}$$

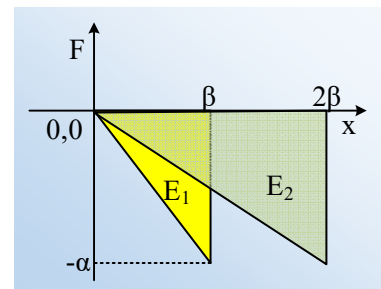
i) Για τις ενέργειες ταλάντωσης έχουμε:

$$E_A = \frac{1}{2} D_1 A_A^2 = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\beta} \cdot \beta^2 = \frac{1}{2} \alpha \beta$$

$$E_B = \frac{1}{2} D_2 A_B^2 = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{2\beta} \cdot (2\beta)^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \alpha \beta = 2E_A$$

Σωστό το γ).

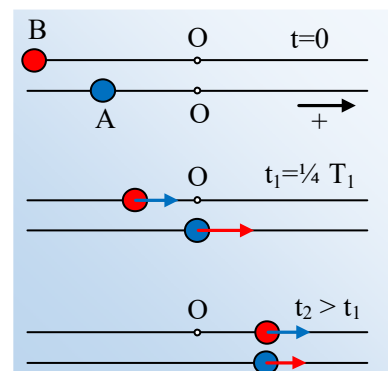
Εναλλακτικά: Το έργο της συντηρητικής δύναμης επαναφοράς, συνδέεται με την δυναμική ενέργεια με την εξίσωση $W_F = -\Delta U = U_{αρχ} - U_{τελ}$. Αλλά τότε παίρνοντας την μετακίνηση του σώματος Α από τη θέση ισορροπίας $x=0$ στη θέση πλάτους $x=+\beta$, θα έχουμε $W_{F,A} = -U_\beta = -E_A$. Όμως το παραπάνω έργο είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του χωρίου, στο διάγραμμα $F-x$, δηλαδή το εμβαδόν του κίτρινου τριγώνου είναι ίσο αριθμητικά με την ενέργεια ταλάντωσης E_1 . Το αντίστοιχο εμβαδόν του γκρι τριγώνου είναι αριθμητικά ίσο με την ενέργεια ταλάντωσης E_2 . Αλλά για τα εμβαδά των δύο τριγώνων ισχύει $E_2 = 2E_1$ (το 2^ο τρίγωνο έχει το ίδιο ύψος και διπλάσια βάση από το 1^ο). Αλλά τότε το Β σώμα έχει και διπλάσια ενέργεια ταλάντωσης από το Α σώμα.



ii) Για τις περιόδους των δύο σωμάτων έχουμε:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{\beta \cdot m}{a}} \quad \text{και} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\beta \cdot m}{a}} = T_1\sqrt{2}$$

Αλλά ξεκινώντας τα δυο σώματα από τις ακραίες θέσεις ($x_1 = -\beta$ και $x_2 = -2\beta$), το καθένα θα χρειαστεί χρόνο $\frac{1}{4} T$ για να φτάσει στην θέση ισορροπίας, $x=0$. Αλλά αφού $T_2 > T_1$, πρώτο θα περάσει από τη θέση ισορροπίας το σώμα A το οποίο ξεκίνησε και από τη θέση $x = -\beta$, ενώ το B ακολουθεί, απέχοντας κάθε στιγμή μεγαλύτερη απόσταση από τη θέση ισορροπίας. Συνεπώς η συνάντηση των δύο σωμάτων θα συμβεί την στιγμή t_2 , μετά τη στιγμή $\frac{1}{4} T_1$, δεξιά της θέσης ισορροπίας, σε κάποια θετική απομάκρυνση x .



Σωστό το γ).

dmargaris@gmail.com