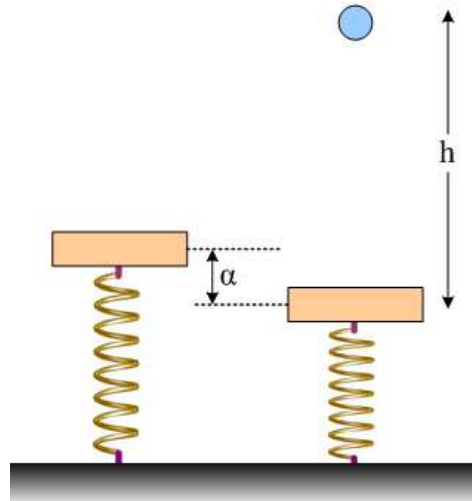


4.1.α. Κρούσεις.

4.1.21. Ενέργεια Ταλάντωσης και Ελαστική κρούση.

Μια πλάκα μάζας $M=4\text{kg}$ ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς $k=250\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Εκτρέπουμε κατακόρυφα την πλάκα κατά a , οπότε στη θέση αυτή απέχει κατακόρυφη απόσταση $h=1\text{m}$ από μια σφαίρα μάζας $m_1=1\text{kg}$. Σε μια στιγμή αφήνουμε ταυτόχρονα την πλάκα και τη σφαίρα να κινηθούν.



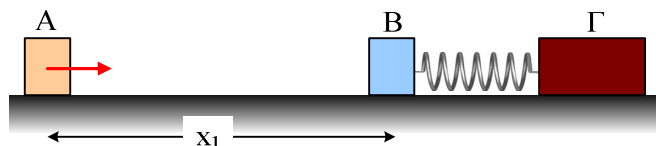
Αν τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά μετά από χρονικό διάστημα $0,4\text{s}$, ζητούνται:

- Οι ταχύτητες των σωμάτων ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.
- Η ενέργεια ταλάντωσης της πλάκας πριν και μετά την κρούση.

Δίνεται ότι η κίνηση της πλάκας είναι απλή αρμονική ταλάντωση, $\pi^2=10$ και $g=10\text{m/s}^2$.

4.1.22. Κρούση και τριβές.

Το σώμα Α μάζας $m_1=2\text{kg}$, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $v_0=6\text{m/s}$ από απόσταση $x_1=5\text{m}$ προς ακίνητο σώμα Β μάζας $m_2=2\text{kg}$. Το σώμα Β ηρεμεί στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$ και φυσικού μήκους $l_0=1\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σώμα Γ. Η ταχύτητα του σώματος Α έχει την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Το σώμα Β δεν εμφανίζει τριβές με το επίπεδο, ενώ για τα δύο άλλα σώματα έχουμε $\mu=\mu_s=0,2$.



- Με ποια ταχύτητα το σώμα Α φτάνει στο σώμα Β;
- Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι μετωπική και ελαστική, να βρεθεί η ελάχιστη μάζα που πρέπει να έχει το σώμα Γ, ώστε να μην μετακινηθεί.
- Ποιες θα είναι τελικά οι αποστάσεις μεταξύ των σωμάτων, όταν ακινητοποιηθούν;

4.1.23. Κεντρική ανελαστική κρούση

Κύβος μάζας M και ακμής d ηρεμεί σε **λείο** οριζόντιο δάπεδο. Ένα βλήμα μάζας m το οποίο κινείται **οριζόντια** συναντά τον κύβο με ταχύτητα u_1 . Το βλήμα **διαπερνά** τον κύβο κατά μήκος της ευθείας που ενώνει τα κέντρα των δύο απέναντι εδρών του, χωρίς να προκληθεί μετρήσιμη μεταβολή μάζας του κύβου.

Το βλήμα τη στιγμή που βγαίνει από τον κύβο έχει ταχύτητα $\frac{u_1}{3}$. Η δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ κύβου-βλήματος θεωρείται **σταθερή** σε **όλη τη διάρκεια** της κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο, η οποία **δεν** είναι αμελητέα.

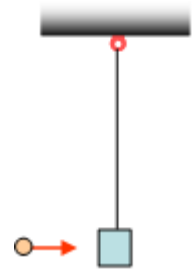
Να υπολογίσετε:

- Την απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση.
- Το διάστημα που διανύει ο κύβος στο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να βγει το βλήμα από αυτόν.
- Το χρονικό διάστημα κίνησης του βλήματος μέσα στον κύβο.
- Το μέτρο της δύναμης αλληλεπίδρασης μεταξύ κύβου-βλήματος.

4.1.24. Πλαστική κρούση και τάση του νήματος.

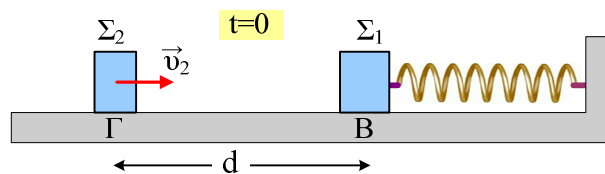
Σώμα Σ μάζας 950g κρέμεται από νήμα μήκους $2,5\text{m}$. Βλήμα μάζας 50g που κινείται οριζόντια με ταχύτητα 100m/s σφηνώνεται στο Σ .

- Ποια η ελάχιστη τιμή του ορίου θραύσης του νήματος, ώστε αυτό να μην σπάσει;
- Ποια η ελάχιστη τιμή της τάσης του νήματος;
- Ποιο το ποσοστό της ενέργειας που έγινε θερμότητα κατά την κρούση; $g=10\text{m/s}^2$.



4.1.25. Μια κρούση σε ταλάντωση.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{kg}$ δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=80\text{N/m}$. Εκτρέπουμε το Σ_1 προς τ' αριστερά φέρνοντάς το σε σημείο B , που απέχει κατά $d=0,9\text{m}$ από ένα σημείο Γ , στο οποίο βρίσκεται ένα δεύτερο σώμα Σ_2 . Τη στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε το σώμα Σ_2 με ταχύτητα $u_2=3\text{m/s}$ που έχει την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, αφήνοντας ταυτόχρονα το Σ_1 να ταλαντωθεί. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή $t_1=0,5\text{s}$, ενώ το Σ_2 φτάνει ξανά στο σημείο Γ τη στιγμή $t_2=2\text{s}$.

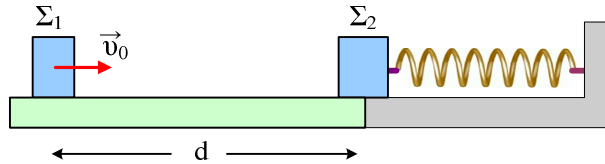


- Να βρεθεί το αρχικό πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_1 .
- Πόση είναι η μάζα του σώματος Σ_2 ;
- Να βρεθεί το έργο της δύναμης που ασκήθηκε στο Σ_2 κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης του Σ_1 μετά την κρούση.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$

4.1.26. Μια κρούση και μια φθίνουσα ταλάντωση.

Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 0,5\text{kg}$ εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $v_0 = 5\text{m/s}$ από απόσταση $d = 1,8\text{m}$ προς ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2\text{kg}$, το οποίο ηρεμεί στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 28\text{N/m}$ που έχει το φυσικό του μήκος. Η ταχύτητα v_0 έχει την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Το σώμα Σ_2 βρίσκεται στο όριο δύο επιπέδων, δεξιά του το επίπεδο είναι λείο, ενώ τα σώματα παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$ με το επίπεδο στα αριστερά της αρχικής θέσης του Σ_2 .



- Ποιες οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κεντρική και ελαστική μεταξύ τους κρούση;
- Πόσο θα απέχουν μεταξύ τους τα δυο σώματα, όταν σταματήσουν την κίνησή τους;

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

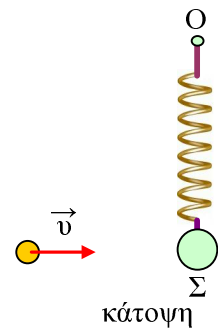
4.1.27. Κρούση στον μικρόσκομο- Σκέδαση.

Σε ένα πείραμα του Rutherford ένα σωματίο α κινούμενο με ταχύτητα $v_0 = 10^6\text{m/s}$ αλληλεπιδρά με έναν ακίνητο πυρήνα δεκαπλάσιας μάζας. Μετά τη κρούση το σωματίο α κινείται σε διεύθυνση κάθετη προς την αρχική.

- Ποια η τελική ταχύτητα του σωματίου α ;
- Ποιο το μέτρο και ποια η διεύθυνση κίνησης του πυρήνα μετά τη κρούση;

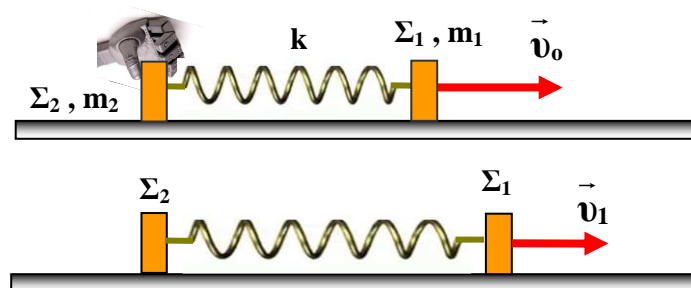
4.1.28. Κρούση σώματος στο άκρο ελατηρίου

Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας 4kg δεμένο στο άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς 175N/m και φυσικού μήκους $\ell_0 = 0,3\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο O . Ένα δεύτερο σώμα μάζας 2kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα κάθετη στον άξονα του ελατηρίου με μέτρο $v = 3\text{m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το Σ .



- Ποια η ταχύτητα που αποκτά το σώμα Σ λόγω κρούσης;
- Μετά από λίγο, η ταχύτητα του σώματος Σ έχει μέτρο $v_1 = 1,5\text{m/s}$. Ποια γωνία σχηματίζει η διεύθυνσή της με τον άξονα του ελατηρίου;

4.1.29. Ελατήριο ανάμεσα σε δυο σώματα



Το οριζόντιο ελατήριο του σχήματος σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$ έχει στα δυο του άκρα δεμένα δυο σώματα Σ_1 , Σ_2 που έχουν μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$ και $m_2 = 4 \text{ kg}$ αντίστοιχα.

Τα σώματα αυτά, που μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, αρχικά ηρεμούν με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος και, με το χέρι ενός ρομπότ, να κρατά ακίνητο το Σ_2 .

Την χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύεται το Σ_1 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 8\sqrt{2} \text{ m/s}$, στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, έτσι ώστε, να απομακρύνεται από το Σ_2 όπως δείχνει το σχήμα.

Τη χρονική στιγμή t_1 , που η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης που ακολουθεί, γίνεται ίση με την κινητική ενέργεια του Σ_1 για πρώτη φορά, αφήνεται ελεύθερο το Σ_2 .

A. Να υπολογίσετε την ταχύτητα \vec{v}_1

B. Κάποια χρονική στιγμή t_2 μετά την t_1 , το Σ_1 σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά.

Να υπολογίσετε τις τιμές που έχουν τα παρακάτω μεγέθη τη χρονική στιγμή t_2 :

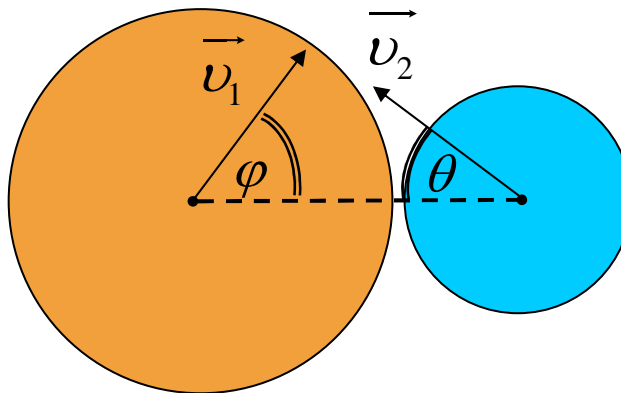
B1. το μέτρο της ταχύτητας του Σ_2 .

B2. η δυναμική ενέργεια ελατηρίου

Γ Κάποια χρονική στιγμή μετά την t_1 , τα σώματα αποκτούν για πρώτη φορά ίσες ταχύτητες. Να βρεθεί το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_1 , που είναι αποθηκευμένο τότε στο ελατήριο.

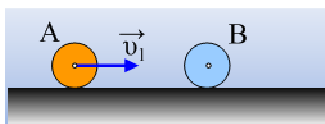
4.1.30. Πλάγια ελαστική κρούση σφαιρών2

Οι λείες σφαίρες του σχήματος έχουν ίδιες μάζες και συγκρούονται ελαστικά, όπως στο σχήμα.



Οι ταχύτητές τους έχουν ίδια μέτρα $5 \frac{m}{s}$ και για τις γωνίες ξέρουμε ότι $\eta\mu\phi = \sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$ και $\eta\mu\theta = \sigma\upsilon\nu\phi = 0,6$. Να υπολογισθούν οι ταχύτητες και οι διευθύνσεις τους μετά την κρούση.

4.1.31. Ενέργεια και ελαστική κρούση.



Μια σφαίρα A μάζας $m_1 = 2 \text{ kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1 = 10 \text{ m/s}$ και συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με ακίνητη σφαίρα B μάζας $m_2 = 3 \text{ kg}$. Σε μια στιγμή t_1 στη διάρκεια της κρούσης η σφαίρα B έχει ταχύτητα

$v_B = 6 \text{ m/s}$. Οι σφαίρες μας έχουν ίσες ακτίνες και θεωρούνται υλικά σημεία.

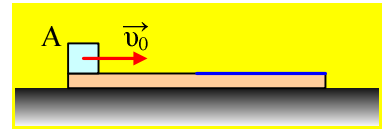
i) Για τη στιγμή t_1 :

α) Πόση κινητική ενέργεια έχει κάθε σφαίρα;

- β) Πόση είναι η δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης των δύο σφαιρών;
- ii) Να βρείτε τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται μεταξύ των δύο σωμάτων από την στιγμή t_1 μέχρι το τέλος της κρούσης.
- iii) Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λαθεμένες.
- α) Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
- β) Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
- γ) Κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης η ορμή κάθε σφαίρας παραμένει σταθερή.
- δ) Η παραμόρφωση των σφαιρών είναι ελαστική.
- ε) Τα έργα της δράσης – αντίδρασης είναι αντίθετα.
- στ) Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των δύο σφαιρών κατά τη διάρκεια μιας ελαστικής κεντρικής κρούσης είναι συντηρητικές.

4.1.32. Μια ιδιόμορφη «κρούση».

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια λεπτή και μακριά σανίδα μήκους ℓ και μάζας $M=4\text{kg}$. Ένα σώμα A, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο, μάζας $m=2\text{kg}$, εκτοξεύεται από το ένα άκρο της σανίδας με αρχική ταχύτητα $v_0=10\text{m/s}$. Αν το μισό μήκος της σανίδας είναι λείο, ενώ ο συντελεστής τριβής μεταξύ του A και του υπόλοιπου μισού της σανίδας είναι $\mu=0,4$, ενώ η τελική ταχύτητα του A, τη στιγμή που εγκαταλείπει την σανίδα, είναι $v_1=6\text{m/s}$, να βρεθούν:

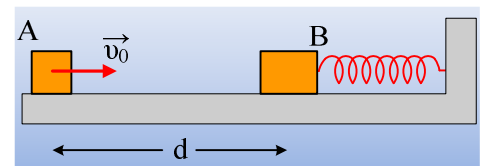


- i) Η ταχύτητα την οποία αποκτά η σανίδα.
- ii) Η επιτάχυνση την οποία απέκτησε η σανίδα, καθώς και το χρονικό διάστημα της επιτάχυνσής της.
- iii) Η μηχανική ενέργεια που μετετράπη σε θερμική εξαιτίας της τριβής.
- iv) Το χρονικό διάστημα που το σώμα A είναι σε επαφή με την σανίδα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

4.1.33. Πόσο τελικά θα απέχουν τα δυο σώματα;

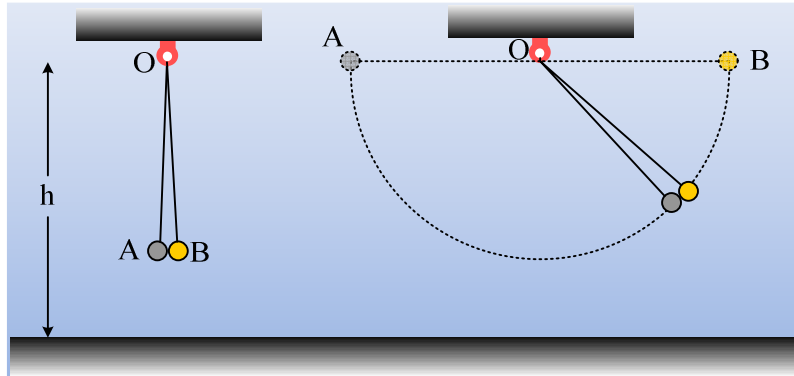
Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα A και B με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=2\text{kg}$ αντίστοιχα απέχοντας κατά $d=1\text{m}$. Το B σώμα είναι δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k=40\text{N/m}$, το οποίο έχει το φυσικό μήκος του. Ο συντελεστής τριβής των σωμάτων με το επίπεδο είναι $\mu=0,8$, ενώ $g=10\text{m/s}^2$. Σε μια στιγμή εκτοξεύεται το σώμα A με αρχική ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$, με κατεύθυνση προς το σώμα B και κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα.



- i) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος A ελάχιστα πριν την κρούση.
- ii) Ποιες οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την μετωπική ελαστική τους κρούση;
- iii) Ποια θα είναι τελικά οι ταχύτητες των δύο σωμάτων όταν ακινητοποιηθούν;

- iv) Τι ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του A σώματος μετατρέπεται συνολικά σε θερμική ενέργεια εξαιτίας της τριβής;

4.1.34. Δυο σφαίρες που δεν αφέθηκαν ταυτόχρονα.

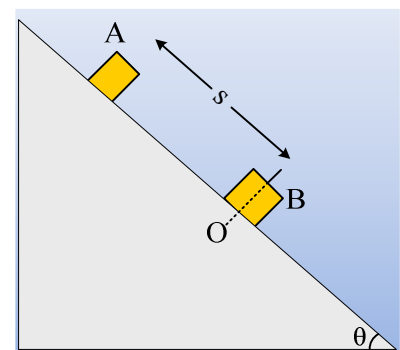


Δυο μικρές μεταλλικές σφαίρες A και B ηρεμούν στα κάτω άκρα δύο ίσων νημάτων με το ίδιο μήκος. Τα νήματα έχουν δεθεί στο ίδιο σημείο O, σε ύψος $h=1,8\text{m}$ από το έδαφος. Εκτρέπουμε τις δυο σφαίρες ώστε τα νήματα να γίνουν οριζόντια, όπως στο διπλανό σχήμα. Σε μια στιγμή αφήνουμε πρώτα την A σφαίρα και μετά από λίγο την B να κινηθούν. Οι σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά σε μια ενδιάμεση θέση. Στη διάρκεια της κρούσης κόβεται το νήμα που συγκρατεί τη σφαίρα B, η οποία τελικά φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα $v=6\text{m/s}$.

- Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης που ασκήθηκε στην B σφαίρα από την A, στη διάρκεια της κρούσης.
- Να εξετάσετε αν η A σφαίρα θα φτάσει ποτέ στην οριζόντια θέση από την οποία αφέθηκε η B σφαίρα.
- Επαναλαμβάνουμε το πείραμα αντικαθιστώντας την B σφαίρα με άλλη ίσης ακτίνας και διπλάσιας μάζας (αλλάζουμε και το νήμα, για να μην κοπεί!!!). Μετά την κεντρική και ελαστική κρούση των δύο σφαιρών, περίπου στην ίδια με την προηγούμενη θέση, οι σφαίρες θα ξαναφτάσουν στις αρχικές θέσεις τους, στην οριζόντια διεύθυνση;

4.1.35. Δυο κρούσεις μεταξύ των ίδιων σωμάτων.

Σε ένα σημείο O ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ είναι πακτωμένο ένα σώμα B, μάζας M. Ένα άλλο σώμα A μάζας $m=1\text{kg}$ αφήνεται από απόσταση $s=4\text{m}$, πάνω από το O, να κινηθεί. Μετά από λίγο το σώμα A συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το B και στη συνέχεια κινείται προς τα πάνω διανύοντας απόσταση $d_1=0,8\text{m}$, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

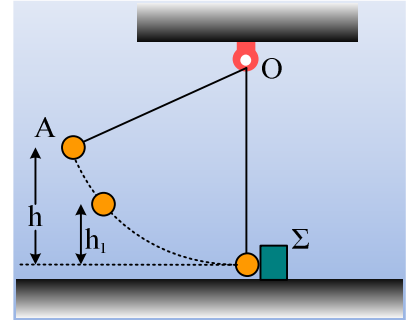


Απελευθερώνουμε το σώμα B και το συγκρατούμε με το χέρι μας, μέχρι να συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με το σώμα A, το οποίο αφέθηκε ξανά από την ίδια απόσταση. Τη στιγμή που αρχίζει η κρούση, αφήνουμε το σώμα B. Μετά την κρούση το σώμα A κινείται επίσης προς τα πάνω φτάνοντας σε μέγιστη απόσταση $d_2=0,2\text{m}$ από το σημείο O. Αν τα δυο σώματα παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το κεκλιμένο επίπεδο και $g=10\text{m/s}^2$, να βρεθούν:

- i) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου.
- ii) Η μάζα του σώματος Β.
- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος, αμέσως μετά την κρούση.

4.1.36. Μια ελαστική κρούση και η στροφορμή.

Μια μικρή σφαίρα μάζας $m=0,1\text{kg}$ ηρεμεί δεμένη στο κάτω άκρο νήματος μήκους $\ell=2\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σταθερό σημείο O , ενώ εφάπτεται σε ένα σώμα, το οποίο ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Εκτρέπουμε τη σφαίρα φέρνοντάς την στο σημείο A , σε ύψος $h=1,25\text{m}$ και την αφήνουμε να κινηθεί. Μετά την μετωπική και ελαστική κρούση της σφαίρας με το σώμα Σ , η σφαίρα επιστρέφει φτάνοντας σε ύψος $h_1=0,45\text{m}$, ενώ το σώμα Σ διανύει απόσταση $x=2\text{m}$, μέχρι να σταματήσει. Να υπολογιστούν:



- i) Η μάζα M του σώματος Σ .
- ii) Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας που οφείλεται στην κρούση.
- iii) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ και του επιπέδου.
- iv) Τη στιγμή που η σφαίρα βρίσκεται σε ύψος $h_2=0,25\text{m}$ κατά την άνοδό της, να βρεθούν:
 - α) Η στροφορμή της σφαίρας (μέτρο και κατεύθυνση) ως προς το σημείο O , καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της αντίστοιχης στροφορμής.
 - β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.