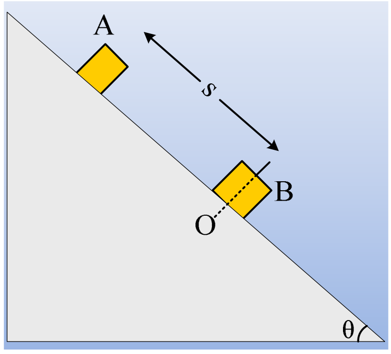
Δυο κρούσεις μεταξύ των ίδιων σωμάτων.



Σε ένα σημείο Ο ενός κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ, όπου ημθ=0,6 είναι πακτωμένο ένα σώμα Β, μάζας Μ. Ένα άλλο σώμα Α μάζας m=1kg αφήνεται από απόσταση s=4m, πάνω από το Ο, να κινηθεί. Μετά από λίγο το σώμα Α συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το Β και στη συνέχεια κινείται προς τα πάνω διανύοντας απόσταση d_1=0,8m, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

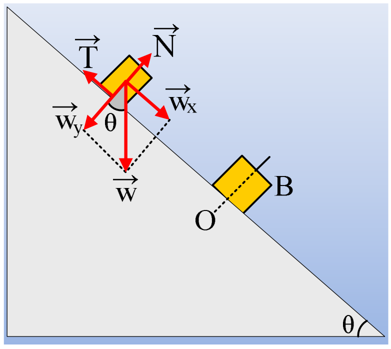
Απελευθερώνουμε το σώμα Β και το συγκρατούμε με το χέρι μας, μέχρι να συγκρουστεί μετωπικά και ελαστικά με το σώμα Α, το οποίο αφέθηκε ξανά από την ίδια απόσταση. Τη στιγμή που αρχίζει η κρούση, αφήνουμε το σώμα Β. Μετά την κρούση το σώμα Α κινείται επίσης προς τα πάνω φτάνοντας σε μέγιστη απόσταση d_2=0,2m από το σημείο Ο. Αν τα δυο σώματα παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με το κεκλιμένο επίπεδο και g=10m/s^2, να βρεθούν:

i) Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των σωμάτων και του επιπέδου.

ii) Η μάζα του σώματος Β.

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σώματος, αμέσως μετά την κρούση.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α κατά την κάθοδό του κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Το σώμα ισορροπεί στον άξονα y, οπότε N=w_y=mgσυνθ, ενώ T=μN=μmgσυνθ. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας για την κίνηση του σώματος από την αρχική θέση, μέχρι ελάχιστα πριν την κρούση:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{wx} + W_{wy} + W_N + W_T$$

Αλλά $W_{wy} = W_N = 0$ αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στην μετατόπιση, οπότε παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - 0 = mg\eta\mu\vartheta \cdot s - \mu mg\sigma\upsilon\nu\vartheta \cdot s \rightarrow$$

$$\upsilon_1^2 = 2g\eta\mu\vartheta \cdot s - 2\mu g\sigma\upsilon\nu\vartheta \cdot s \ (1)$$

Στην ελαστική κρούση που θα επακολουθήσει το σώμα Α θα συγκρουστεί στην πραγματικότητα όχι με το σώμα Β, αλλά με «όλη τη Γη», αφού το Β είναι πακτωμένο. Αλλά τότε θα ανακλαστεί με ταχύτητα ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς. Εφαρμόζουμε ξανά το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα Α, από τη θέση αμέσως μετά την κρούση μέχρι τη θέση που θα μηδενιστεί η ταχύτητά του και θα σταματήσει η άνοδός του κατά μήκος του επιπέδου.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{wx} + W_{wy} + W_N + W_T \rightarrow$$

$$0-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2=-mg\eta\mu\vartheta\cdot d_1-\mu mg\sigma\upsilon\nu\vartheta\cdot d_1\rightarrow$$

$$\upsilon_1^2=2g\eta\mu\vartheta\cdot d_1+2\mu g\sigma\upsilon\nu\vartheta\cdot d_1\quad(2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$2g\eta\mu\vartheta\cdot s-2\mu g\sigma\upsilon\nu\vartheta\cdot s=2g\eta\mu\vartheta\cdot d_1+2\mu g\sigma\upsilon\nu\vartheta\cdot d_1\rightarrow$$

$$\mu=\frac{\eta\mu\vartheta(s-d_1)}{\sigma\upsilon\nu\vartheta(s+d_1)}=\frac{0{,}6(4-0{,}8)}{0{,}8(4+0{,}8)}=0{,}5$$

ii) Από την εξίσωση (1) υπολογίζουμε την ταχύτητα με την οποία το Α σώμα θα συγκρουστεί με το σώμα Β:

$$\upsilon_1=\sqrt{2g\eta\mu\vartheta\cdot s-2\mu g\sigma\upsilon\nu\vartheta\cdot s}=\sqrt{2\cdot10\cdot0{,}6\cdot4-2\cdot0{,}5\cdot10\cdot0{,}8\cdot4}\,m/s=4m/s$$

Οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση είναι υ_1' και υ_2', όπου εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την άνοδο του σώματος Α μέχρι τη θέση μηδενισμού της ταχύτητάς του, παίρνουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}=W_{wx}+W_{wy}+W_N+W_T\rightarrow$$

$$0-\frac{1}{2}m\upsilon_1'^2=-mg\eta\mu\vartheta\cdot d_2-\mu mg\sigma\upsilon\nu\vartheta\cdot d_2\rightarrow$$

$$\upsilon_1'=\sqrt{2g\cdot d_1(\eta\mu\vartheta+\mu\cdot\sigma\upsilon\nu\vartheta)}=\sqrt{2\cdot10\cdot0{,}2(0{,}6+0{,}5\cdot0{,}8)}=2m/s$$

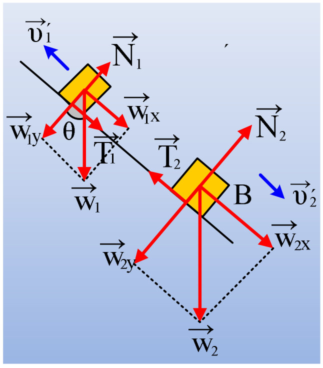
Αλλά οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την ελαστική μετωπική κρούση είναι:

$$\upsilon_1'=\frac{m-M}{m+M}\upsilon_1\quad(3)\quad\text{και}\quad\upsilon_2'=\frac{2m}{m+M}\upsilon_1\quad(4)$$

Από την (3) με αντικατάσταση, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση θετική έχουμε:

$$-2=\frac{1-M}{1+M}4\rightarrow M=3kg$$

iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα ελάχιστα μετά την κρούση, οπότε παίρνοντας την προς τα κάτω κατεύθυνση θετική, θα έχουμε:



Για το Α σώμα $\frac{dP_1}{dt}=\sum F=w_{1x}+T_1=mg\cdot\eta\mu\vartheta+\mu mg\cdot\sigma\upsilon\nu\vartheta$

Για το Β σώμα $\frac{dP_2}{dt}=\sum F=w_{2x}+T_2=Mg\cdot\eta\mu\vartheta-\mu Mg\cdot\sigma\upsilon\nu\vartheta$

Και με αντικατάσταση:

$$\frac{dP_1}{dt}=\sum F=+10kg\cdot m/s^2\quad\text{και}\quad\frac{dP_2}{dt}=\sum F_2=+6kg\cdot m/s^2$$

dmargaris@sch.gr