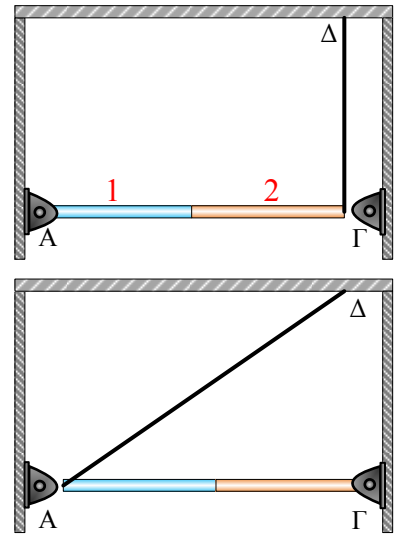


### Οι δύο ράβδοι

Λεπτή ράβδος μήκους  $2\ell$  προέρχεται από την συγκόλληση δύο ομογενών ράβδων ίδιου μήκους  $\ell$  και κυκλικής διατομής αλλά από διαφορετικό υλικό.

Η ράβδος 1 έχει μάζα  $m_1$  και η ράβδος 2 μάζα  $m_2$ . Την ράβδο μπορούμε να την προσαρμόσουμε στην άρθρωση Α ή στην άρθρωση Γ και σε κάθε περίπτωση ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια σχοινιού που είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Δ. Στην δεύτερη περίπτωση το σχοινί σχηματίζει με την ράβδο οξεία γωνία  $30^\circ$ .



**A.** Αν η τάση του νήματος είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις ποια η σχέση που συνδέει τις μάζες των δύο ράβδων  $m_1$  και  $m_2$ ;

**α.**  $m_2 = m_1$

**β.**  $m_2 = 3m_1$

**γ.**  $m_2 = 5m_1$

**B.** Αν κόψουμε το σχοινί σε κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις, ποια η σχέση που συνδέει τις αρχικές γωνιακές επιταχύνσεις  $\alpha_{\gamma,1}$  (πάνω σχήμα) και  $\alpha_{\gamma,2}$  (κάτω σχήμα).

**α.**  $\alpha_{\gamma,1} = 3\alpha_{\gamma,2}$

**β.**  $\alpha_{\gamma,1} = \frac{2}{3}\alpha_{\gamma,2}$

**γ.**  $\alpha_{\gamma,1} = \frac{3}{2}\alpha_{\gamma,2}$

**Γ.** Για τα μέτρα των γωνιακών ταχυτήτων των ράβδων όταν βρεθούν στην κατακόρυφη θέση ισχύει:

**α.**  $\omega_1 < \omega_2$

**β.**  $\omega_1 = \omega_2$

**γ.**  $\omega_1 > \omega_2$

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

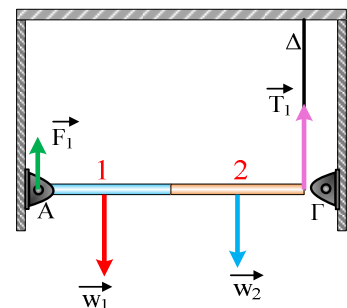
Δίνεται η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της  $I_{cm} = \frac{1}{12}m\ell^2$ .

### Λύση

**A.** Από την ισορροπία έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow T_1 2\ell - w_1 \frac{\ell}{2} - w_2 \frac{3\ell}{2} = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{g}{4}(m_1 + 3m_2) \quad (1)$$

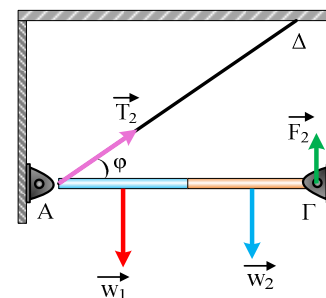
Από την δεύτερη ισορροπία έχουμε:



$$\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow T_2 2\ell \mu 30 - w_2 \frac{\ell}{2} - w_1 \frac{3\ell}{2} = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{g}{4} (6m_1 + 2m_2) \quad (2)$$

$$\text{Αλλά από τη εκφώνηση } T_1 = T_2 \Rightarrow m_1 + 3m_2 = 6m_1 + 2m_2 \Rightarrow \mathbf{m_2 = 5m_1}$$

Άρα σωστή απάντηση η **γ**.



**Β.** Η ροπή αδράνειας για την πρώτη περίπτωση είναι:

$$I_1 = I_{1(A)} + I_{2(A)} = \left( \frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \frac{\ell^2}{4} \right) + \left( \frac{1}{12} m_2 \ell^2 + m_2 \frac{9\ell^2}{4} \right) = \frac{m_1 \ell^2}{3} + \frac{7m_2 \ell^2}{3} \Rightarrow I_1 = 12m_1 \ell^2$$

και για την δεύτερη περίπτωση έχουμε:

$$I_2 = I_{1(\Gamma)} + I_{2(\Gamma)} = \left( \frac{1}{12} m_1 \ell^2 + m_1 \frac{9\ell^2}{4} \right) + \left( \frac{1}{12} m_2 \ell^2 + m_2 \frac{\ell^2}{4} \right) = \frac{7m_1 \ell^2}{3} + \frac{m_2 \ell^2}{3} \Rightarrow I_2 = 4m_1 \ell^2$$

Ισχύει:

$$\Sigma \tau_1 = I_1 \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow w_1 \frac{\ell}{2} + w_2 \frac{3\ell}{2} = 12m_1 \ell^2 \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow \frac{m_1 g}{2} + \frac{3m_2 g}{2} = 12m_1 \ell \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow 8m_1 g = 12m_1 \ell \alpha_{\gamma,1} \Rightarrow \mathbf{\alpha_{\gamma,1} = \frac{2g}{3\ell}}$$

και

$$\Sigma \tau_2 = I_2 \alpha_{\gamma,2} \Rightarrow w_1 \frac{3\ell}{2} + w_2 \frac{\ell}{2} = 4m_1 \ell^2 \alpha_{\gamma,2} \Rightarrow \frac{3m_1 g}{2} + \frac{m_2 g}{2} = 4m_1 \ell \alpha_{\gamma,2} \Rightarrow 4m_1 g = 4m_1 \ell \alpha_{\gamma,2} \Rightarrow \mathbf{\alpha_{\gamma,2} = \frac{g}{\ell}}$$

Άρα  $\alpha_{\gamma,1} = \frac{2}{3} \alpha_{\gamma,2}$  οπότε σωστή απάντηση η **β**.

**Γ.** Εφαρμόζω Θ.Μ.Κ.Ε. για την περιστροφή της ράβδου στις δύο περιπτώσεις.

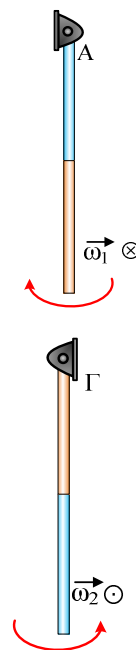
$$\Delta K_1 = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = w_1 \frac{\ell}{2} + w_2 \frac{3\ell}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} 12m_1 \ell^2 \omega_1^2 = \frac{m_1 g \ell}{2} + \frac{3m_2 g \ell}{2} \Rightarrow$$

$$6m_1 \ell^2 \omega_1^2 = 8m_1 g \ell \Rightarrow \mathbf{\omega_1 = \sqrt{\frac{4g}{3\ell}}}$$

$$\Delta K_2 = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 = w_1 \frac{3\ell}{2} + w_2 \frac{\ell}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} 4m_1 \ell^2 \omega_2^2 = \frac{3m_1 g \ell}{2} + \frac{m_2 g \ell}{2} \Rightarrow$$

$$2m_1 \ell^2 \omega_2^2 = 4m_1 g \ell \Rightarrow \mathbf{\omega_2 = \sqrt{\frac{2g}{\ell}}}$$

Συνεπώς  $\omega_2 > \omega_1$  οπότε σωστή απάντηση η **α**.



**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

***Βασίλης Δουκατζής***