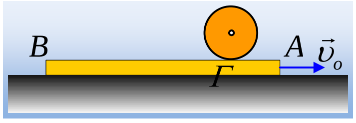
Μια …δύσκολη περίπτωση, σαν φύλλο εργασίας.



Μια σανίδα ΑΒ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ_o. Σε μια στιγμή t=0, αφήνουμε πάνω της σε σημείο Γ, μια σφαίρα, χωρίς ταχύτητα και χωρίς να περιστρέφεται, όπως στο σχήμα. Μεταξύ σανίδας και σφαίρας αναπτύσσεται τριβή.

i) Η τριβή που θα ασκηθεί στη σφαίρα θα είναι:

α) Τριβή ολίσθησης, β) Στατική τριβή.

ii) Η τριβή που θα ασκηθεί στην σφαίρα, θα έχει φορά:

α) προς τα δεξιά, β) προς τα αριστερά.

iii) Μετά από λίγο η ταχύτητα του κέντρου Ο της σφαίρας είναι ίση με 1m/s. Να βρεθούν οι ταχύτητες:

α) του σημείου επαφής Δ της σφαίρας με τη σανίδα.

β) του αντιδιαμετρικού του σημείου Ε.

iv) Σε μια στιγμή t_1 η ταχύτητα του σημείου Δ, γίνεται ίση με την ταχύτητα υ_1 της σανίδας, ενώ η σφαίρα βρίσκεται ακόμη πάνω στη σανίδα.

α) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα τη στιγμή αυτή.

β) Να περιγράψτε την κίνηση της σφαίρας και της σανίδας μετά την στιγμή t_1.

v) Αν η σφαίρα έχει ίση μάζα με τη σανίδα, τότε η τελική ταχύτητα της σανίδας θα είναι:

α) $\upsilon_2 < ½\, \upsilon_0$, β) $\upsilon_2 = ½\, \upsilon_0$, γ) $\upsilon_2 > ½\, \upsilon_0$

v) Η σφαίρα:

α) Θα κινηθεί για πάντα πάνω στη σανίδα.

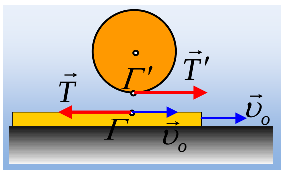
β) Θα εγκαταλείψει κάποια στιγμή τη σανίδα από το άκρο της Α.

γ) Θα εγκαταλείψει κάποια στιγμή τη σανίδα από το άκρο της Β.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο της $I= 2/5\, mR^2$.

Απάντηση:



i) Τη στιγμή που αφήνεται πάνω στη σανίδα η σφαίρα, ένα σημείο Γ΄ της σφαίρας έρχεται σε επαφή με το σημείο Γ της σανίδας. Αλλά το σημείο Γ έχει την ταχύτητα υ_0 της σανίδας, ενώ το σημείο Γ΄ έχει μηδενική ταχύτητα. Συνεπώς υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ των δύο σωμάτων και η τριβή, είναι τριβή ολίσθησης.

ii) Με βάση το παραπάνω, αφού ολισθαίνει η σανίδα στο σημείο Γ, θα δεχτεί τριβή ολίσθησης Τ προς τα αριστερά. Αλλά τότε η σφαίρα θα δεχτεί την αντίδρασή της Τ΄ με φορά προς τα δεξιά, όπως στο παραπάνω σχήμα.

iii) Θεωρώντας την κίνηση της σφαίρας σύνθετη, αποτελούμενη από μια μεταφορική κίνηση και μια στροφική, έχουμε:

Μεταφορική κίνηση: $\Sigma F_x = m\cdot\alpha_{cm} \rightarrow T' = m\cdot\alpha_{cm}$ (1)

Στροφική κίνηση: $\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow T'R = \frac{2}{5}mR^2 a_{\gamma\omega\nu} \rightarrow T' = \frac{2}{5}mR\cdot a_{\gamma\omega\nu}$ (2)

Αλλά τα πρώτα μέλη των (1) και (2) είναι ίσα, οπότε:

$$a_{cm} = \frac{2}{5}R\cdot a_{\gamma\omega\nu} \quad (3)$$

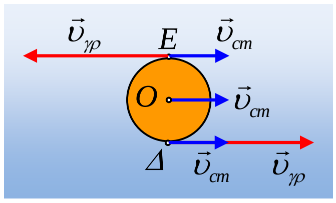
Αλλά, με βάση τα παραπάνω, η μεταφορική κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, ενώ η περιστροφική θα είναι στροφική ομαλά επιταχυνόμενη και μετά από χρονικό διάστημα t θα ισχύει:

$$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}\cdot t \quad \text{και} \quad \omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}\cdot t$$

οπότε με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{\upsilon_{cm}}{\omega} = \frac{a_{cm}t}{a_{\gamma\omega\nu}t} = \frac{a_{cm}}{a_{\gamma\omega\nu}} = \frac{\frac{2}{5}R\cdot a_{\gamma\omega\nu}}{a_{\gamma\omega\nu}} = \frac{2}{5}R \rightarrow$$

$$\omega R = 2{,}5\upsilon_{cm}$$



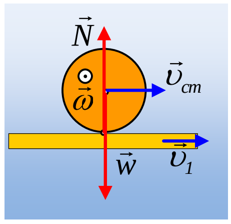
Αλλά τότε τα σημεία Δ και Ε έχουν τις ταχύτητες που εμφανίζονται στο διπλανό σχήμα, όπου:

$$\upsilon_{\Delta} = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho} = \upsilon_{cm} + \omega R = 3{,}5\upsilon_{cm} = 3{,}5m/s$$

Με φορά προς τα δεξιά και

$$\upsilon_{E} = \upsilon_{\gamma\rho} - \upsilon_{cm} = \omega R - \upsilon_{cm} = 2{,}5\upsilon_{cm} - \upsilon_{cm} = 1{,}5m/s$$

Με φορά προς τα αριστερά.



iv) Τη στιγμή που η ταχύτητα του σημείου Δ της σφαίρας, γίνει ίση με την ταχύτητα της σανίδας, δεν υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ του σημείου Δ και του σημείου Δ΄ της σανίδας που έρχεται σε επαφή. Αλλά τότε θα πάψει να ασκείται και δύναμη τριβής. Αλλά τότε από τη στιγμή αυτή και μετά:
Η σανίδα θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα υ_1. Το κέντρο μάζας Ο της σφαίρας θα κινείται με σταθερή ταχύτητα υ_{cm}, ενώ ταυτόχρονα η σφαίρα θα στρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

v) Τη στιγμή που παύει η τριβή αν υ_2 η ταχύτητα της σανίδας, τότε για την ταχύτητα του σημείου Δ ισχύει:

$$\upsilon_{\Delta} = \upsilon_2 = \upsilon_{cm} + \omega R = 3{,}5\upsilon_{cm}. \quad (4)$$

Αλλά το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο και από την διατήρηση της ορμής παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow$$

$$M\upsilon_o = M\upsilon_2 + m\upsilon_{cm} \rightarrow$$

$$\upsilon_o = \upsilon_2 + \frac{1}{3{,}5}\upsilon_2 \rightarrow \upsilon_2 = \frac{7}{9}\upsilon_o$$

Σωστή η γ) πρόταση.

vi) Με βάση τα προηγούμενα, τελικά και η σανίδα και η σφαίρα θα έχουν σταθερές ταχύτητες προς τα δεξιά, αλλά με βάση την εξίσωση $υ_Δ=υ_2= υ_{cm}+ωR=3,5υ_{cm}$, η σανίδα θα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από τη σφαίρα, οπότε η σφαίρα θα εγκαταλείψει τη σανίδα από το άκρο της Β.

Σημείωση.

Μπορούμε να απαντήσουμε στο v) ερώτημα χωρίς να μιλήσουμε για ορμή.

Από τη στιγμή που τα δυο σώματα έχουν ίσες μάζες, θα αποκτήσουν λόγω τριβών, επιταχύνσεις ίσου μέτρου $Τ=m·α$ ή $α=μg$. Αλλά τότε για την ταχύτητα της σφαίρας $υ_{cm}=αt$, ενώ για τη σανίδα $υ_σ=υ_ο-αt$. Αλλά τότε:

$$υ_σ = υ_o - υ_{cm}$$

Αλλά με βάση την σχέση (4) $υ_σ= υ_2= 3,5υ_{cm}$ και η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$υ_2 = υ_o - \frac{υ_2}{3,5} \rightarrow \ υ_2 = \frac{7}{9}υ_o$$

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης