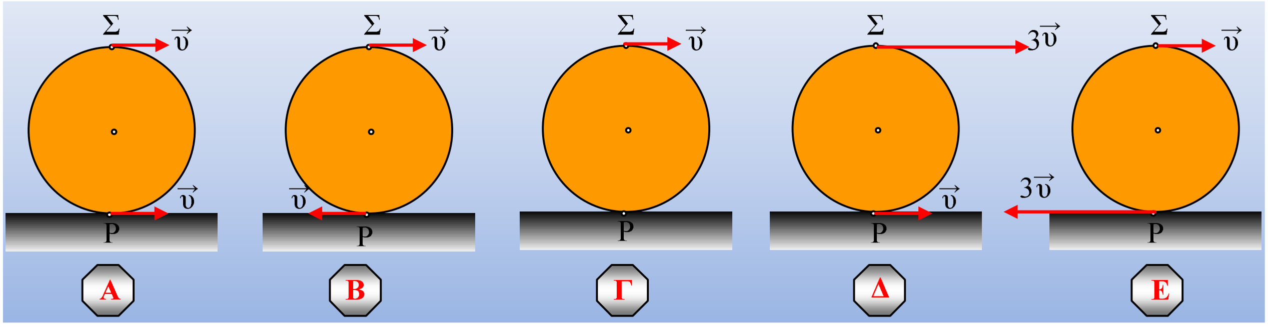
Κινητική ενέργεια τροχού.

Ένας ομογενής τροχός κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και στο σχήμα έχουμε πέντε διαφορετικούς τρόπους κίνησης. Στα παρακάτω σχήματα έχουν σχεδιαστεί οι ταχύτητες δύο σημείων του τροχού. Του ανώτερου σημείου Σ και του κατώτερου σημείου Ρ του τροχού. Η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχήματος που περνά από το κέντρο Ο του τροχού είναι Ι= ½ mR^2.



Να αντιστοιχίσετε τις παραπάνω κινήσεις με την σχέση υπολογισμού της κινητικής ενέργειας του τροχού, του παρακάτω πίνακα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας (περισσεύει μια σχέση).

Κίνηση	Κινητική Ενέργεια
Α	1) $K = \frac{3}{16} m\upsilon^2$
Β	2) $K = \frac{1}{4} m\upsilon^2$
Γ	3) $K = \frac{1}{2} m\upsilon^2$
Δ	4) $K = \frac{5}{4} m\upsilon^2$
Ε	5) $K = \frac{3}{2} m\upsilon^2$
	6) $K = \frac{9}{4} m\upsilon^2$

Απάντηση:

i) Η κίνηση του τροχού του (Α) σχήματος είναι μεταφορική με ταχύτητα υ, αφού δυο σημεία του έχουν ίσες ταχύτητες, οπότε η διάμετρος ΣΡ μεταφέρεται χωρίς να αλλάζει προσανατολισμό. Έτσι:

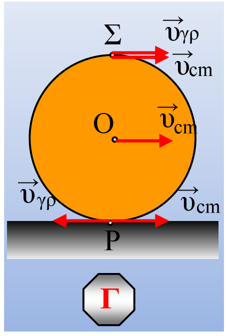
$$K_A = \frac{1}{2} m\upsilon_{cm}^2 = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \quad \text{οπότε Α} \rightarrow 3)$$

ii) Στο σχήμα (Β) βλέπουμε τα δυο σημεία να έχουν αντίθετες ταχύτητες, πράγμα που σημαίνει ότι ο τροχός στρέφεται χωρίς να μεταφέρεται και το μέτρο της ταχύτητας (ας πούμε του Σ είναι $\upsilon=\omega\cdot R$). Συνεπώς η κινητική του ενέργεια είναι:

$$K_B = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2} mR^2\omega^2 = \frac{1}{4} m\upsilon^2 .$$

Συνεπώς Β→2)

iii) Στο σχήμα (Γ) βλέπουμε ότι το σημείο επαφής με το έδαφος (Ρ) δεν έχει ταχύτητα, αλλά τότε ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και αν υ_{cm} η ταχύτητα του άξονα περιστροφής που περνά από το κέντρο του Ο, τότε το ανώτερο σημείο Σ, έχει ταχύτητα υ_{cm} εξαιτίας της μεταφορικής κίνησης και $\upsilon_{\gamma\rho}=\omega\cdot R=\upsilon_{cm}$ εξαιτίας της κυκλικής κίνησής του γύρω από το Ο, όπως στο σχήμα.



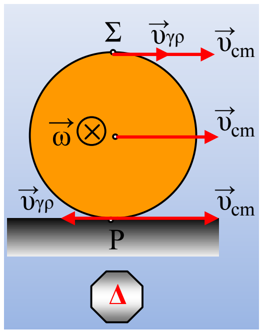
Αλλά τότε $\upsilon=\upsilon_{cm}+\upsilon_{\gamma\rho} \rightarrow \upsilon=2\upsilon_{cm} \rightarrow \upsilon_{cm}= ½\,\upsilon$, συνεπώς:

$$K_\Gamma = \frac{1}{2} m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} mR^2\omega^2 = \frac{3}{4} m\upsilon_{cm}^2 \rightarrow$$

$$K_\Gamma = \frac{3}{4} m\left(\frac{\upsilon}{2}\right)^2 = \frac{3}{16} m\upsilon^2$$

Η αντιστοίχιση θα είναι λοιπόν Γ→1).

iv) Θεωρώντας την κίνηση του τροχού σύνθετη με ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{cm} και γωνιακή ταχύτητα ω, όπως στο διπλανό σχήμα, θα έχουμε για τις ταχύτητες των σημείων Σ και Ρ:



$$\upsilon_\Sigma=\upsilon_{cm}+\upsilon_{\gamma\rho} \rightarrow \upsilon_{cm}+\omega\cdot R=3\upsilon \quad (1)$$

$$\upsilon_P= \upsilon_{cm}-\upsilon_{\gamma\rho} \rightarrow \upsilon_{cm}-\omega\cdot R=\upsilon \quad (2)$$

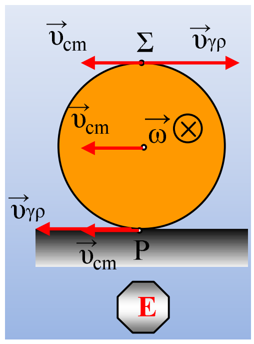
Με πρόσθεση κατά μέλη των (1) και (2) παίρνουμε:

$2\,\upsilon_{cm}=4\upsilon \rightarrow \upsilon_{cm}=2\upsilon$ και $\omega\cdot R=\upsilon$, οπότε:

$$K_\Delta = \frac{1}{2} m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} mR^2\omega^2 = \frac{1}{2} m\cdot 4\upsilon^2 + \frac{1}{4} m\upsilon^2 = \frac{9}{4} m\upsilon^2$$

Έτσι η (Δ) → 6).

v) Θεωρούμε ξανά την κίνηση του τροχού σύνθετη με ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{cm} και γωνιακή ταχύτητα ω. Αλλά τώρα αφού το σημείο Γ έχει ταχύτητα μεγαλύτερη του Σ και προς τα αριστερά, η κατάσταση θα είναι αυτή του διπλανού σχήματος. Συνεπώς, θα έχουμε για τις ταχύτητες των σημείων Σ και Ρ:



$$\upsilon_\Sigma= \upsilon_{\gamma\rho} -\upsilon_{cm} \rightarrow \omega\cdot R -\upsilon_{cm} =\upsilon \quad (3)$$

$$\upsilon_P= \upsilon_{cm}+\upsilon_{\gamma\rho} \rightarrow \upsilon_{cm}+\omega\cdot R=3\upsilon \quad (4)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των (3) και (4) παίρνουμε:

$2\cdot\omega\cdot R=4\upsilon \rightarrow \omega\cdot R=2\upsilon$ οπότε $\upsilon_{cm}=\upsilon$, συνεπώς:

$$K_E = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\omega^2 = \frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2 + \frac{1}{4}m\cdot 4\upsilon^2 = \frac{3}{2}m\upsilon^2$$

Με αντιστοίχιση (Ε)→5)

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης