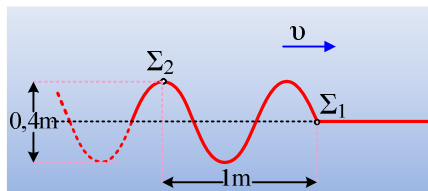


Το κύμα και οι εξισώσεις του!!!

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου και από αριστερά προς τα δεξιά διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα, με συχνότητα $f=2\text{Hz}$, οπότε η μορφή του μέσου, κάποια στιγμή (που θεωρούμε $t_0=0$), είναι αυτή του σχήματος.



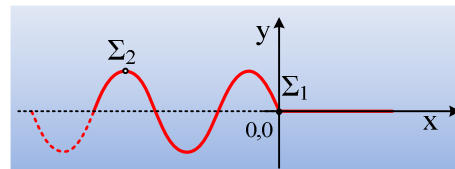
Δυο μαθητές θέλουν να βρουν την εξίσωση του κύματος αυτού. Ο πρώτος παίρνει το σημείο Σ_1 , στο οποίο έχει φτάσει το κύμα, σαν το σημείο του άξονα x με $x=0$. Ο δεύτερος παίρνει αντίστοιχα το σημείο Σ_2 , σαν αρχή του άξονα.

- i) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος για κάθε μαθητή.
- ii) Να σχεδιάστε τη μορφή του μέσου, δεξιά της θέσης του σημείου Σ_2 , τη χρονική στιγμή $t_1=1,25\text{s}$, όπως τη σχεδιάζει κάθε μαθητής.

Απάντηση:

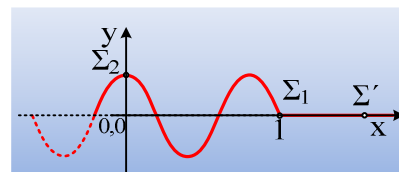
Με βάση το σχήμα 2 $A=0,4\text{m} \rightarrow A=0,2\text{m}$, ενώ $5\frac{\lambda}{4}=1\text{m} \rightarrow \lambda=0,8\text{m}$, οπότε $v=\lambda \cdot f=1,6\text{m/s}$

- i) Ο πρώτος μαθητής θέτει $x=0$ τη θέση του σημείου Σ_1 , το οποίο τη στιγμή $t=0$ ξεκινά την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, οπότε η εξίσωση του κύματος είναι:



$$y_1 = A \cdot \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 0,2 \cdot \eta \mu 2\pi \left(2t - \frac{5x}{4} \right) \text{ μονάδες στο S.I. με } x \leq v \cdot t$$

Ο δεύτερος μαθητής βλέπει το σημείο Σ_1 , το οποίο στο δικό του σύστημα αναφοράς βρίσκεται στη θέση $x_1=1\text{m}$, να αρχίζει να ταλαντώνεται με εξίσωση $y_{\Sigma_1} = A \cdot \eta \mu 4\pi t$, οπότε για ένα τυχαίο σημείο Σ' στην θέση x , η εξίσωση της απομάκρυνσης θα είναι:



$$y_2 = A \cdot \eta \mu 4\pi(t - t') \text{ όπου } t' = \frac{x-1}{v} = \frac{x-1}{1,6}, \text{ οπότε:}$$

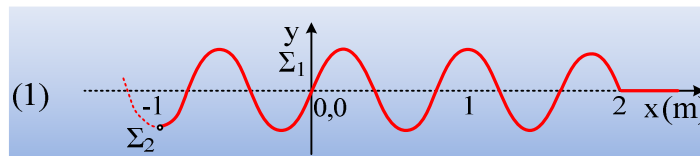
$$y_2 = A \cdot \eta \mu 4\pi \left(t - \frac{x-1}{1,6} \right) = 0,2 \cdot \eta \mu 2\pi \left(2t - \frac{x}{0,8} + \frac{1}{0,8} \right) \rightarrow$$

$$y_2 = 0,2 \cdot \eta \mu 2\pi \left(2t - \frac{5x}{4} + \frac{5}{4} \right) \text{ μονάδες στο S.I. με } x \leq 1\text{m} + v \cdot t$$

ii) Ο πρώτος μαθητής αντικαθιστά στην εξίσωση του κύματός του!!! $t=1,25s$ και βρίσκει:

$$y_1 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(2t - \frac{5x}{4} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(2 \cdot 1,25 - \frac{5x}{4} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu \left(5\pi - \frac{5\pi x}{2} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu \left(\frac{5\pi x}{2} \right)$$

Με $x_{\max} = v \cdot t_1 = 2m$, οπότε χαράσσει το στιγμιότυπο (1)

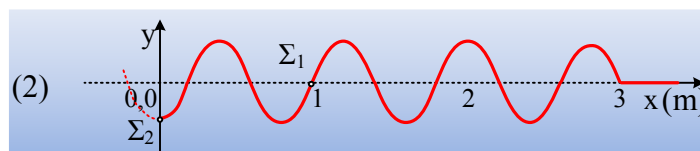


Ο δεύτερος με αντικατάσταση παίρνει:

$$y_2 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(2t - \frac{5x}{4} + \frac{5}{4} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi \left(2 \cdot 1,25 - \frac{5x}{4} + \frac{5}{4} \right) = 0,2 \cdot \eta\mu \left(7\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi x}{2} \right) \rightarrow$$

$$y_2 = -0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu \left(\frac{5\pi x}{2} \right)$$

Με $x_{\max} = 1m + v \cdot t_1 = (1+2)m = 3m$, οπότε χαράσσει το στιγμιότυπο (2)



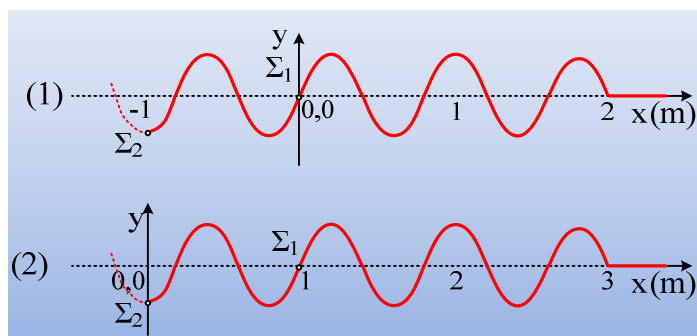
Σχόλιο:

Στο ελαστικό μέσον διαδίδεται ένα κύμα και η κατάσταση αυτή δεν εξαρτάται από το τι βλέπει ή δεν βλέπει κάποιος παρατηρητής. Η εξίσωση του κύματος δεν είναι μία και μοναδική, αφού προκύπτει με βάση τις αρχικές συνθήκες που κάποιος θα δεχτεί.

Έτσι στο παραπάνω παράδειγμα πήραμε και στις δύο εκδοχές ότι η αρχική εικόνα έχει παρθεί τη στιγμή $t=0$, πράγμα που ήταν αυθαίρετο. Θα μπορούσαμε να έχουμε πάρει άλλες χρονικές στιγμές για τους δύο παρατηρητές.

Αλλά μόνο και μόνο, που θεωρήσαμε άλλο σημείο, σαν αρχή του άξονα, πήραμε διαφορετικές εξισώσεις, για το ίδιο κύμα. Έτσι ερωτήματα, όπως, ποια η αρχική φάση του κύματος, δεν έχουν καμιά φυσική αξία, αφού ο κάθε παρατηρητής θα έλεγε την δική του απάντηση, συνεπώς θα ήταν καλύτερα να αποφεύγονται.

Όμως αν δούμε τα στιγμιότυπα που σχεδίασαν οι δυο μαθητές, θα δούμε ότι είναι ίδια η κατάσταση που περιγράφουν! Δείτε ξανά τα δύο στιγμιότυπα, στο ίδιο σχήμα. Τι αλλάζει; Τίποτα, παρά μόνο οι αυθαίρετες συντεταγμένες τους!!!

**Υλικό Φυσικής - Χημείας.**

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης