

Στάσιμο κύμα σε χορδή με δεμένα και τα δύο άκρα

Σε μία χορδή μήκους $L=1,5\text{m}$ η οποία είναι δεμένη και στα δύο άκρα της έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα. Η ταχύτητα διάδοσης των τρέχοντων κυμάτων που από την συμβολή τους δημιουργήθηκε το στάσιμο είναι 12m/s ενώ την χρονική στιγμή t_1 όπου η κινητική ενέργεια των υλικών σημείων της χορδής είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης, η απομάκρυνση ενός σημείου που αντιστοιχεί σε κοιλία είναι $y_K=+0,1\text{m}$. Θεωρούμε ως $t=0$ τη στιγμή που όλα τα μόρια της χορδής διέρχονται από την θέση ισορροπίας τους με αυτά που βρίσκονται πλησιέστερα στο αριστερό άκρο να έχουν $u>0$.

α) Η συχνότητα ταλάντωσης των σωματιδίων του μέσου μπορεί να είναι:

- i) 22Hz ii) 20Hz iii) 18Hz

β) Το πλάτος των τρέχοντων κυμάτων που συμβάλλουν είναι

- i) 0,05m ii) 0,1m iii) 0,2m

γ) Αν την χρονική στιγμή που τα σωματίδια του μέσου έχουν μηδενική κινητική ενέργεια η απόσταση δύο διαδοχικών κοιλιών είναι $d=0,5\text{m}$, το μήκος κύματος είναι:

- i) 0,6m ii) 0,3m iii) 0,25m

δ) Ο αριθμός των δεσμών που σχηματίζονται στην χορδή είναι:

- i) 4 ii) 5 iii) 6

ε) Την χρονική στιγμή $t=$ να βρείτε την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας ενός σημείου της χορδής που απέχει $0,4\text{m}$ από το αριστερό της άκρο.

Λύση:

α) Για το μήκος της χορδής ισχύει

$$L = N \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$L = N \cdot \frac{u}{2f}$$

$$f = N \cdot \frac{u}{2L}$$

Δηλαδή η συχνότητα διέγερσης της χορδής πρέπει να είναι πολλαπλάσιο της ποσότητας $\frac{u}{2L} = \frac{12}{2 \cdot 1,5} = 4\text{s}^{-1}$.

Άρα σωστό το (ii).

β) Εφαρμόζοντας το Α.Δ.Ε.Τ για την ταλάντωση μίας κοιλίας είναι

$$K + U = E$$

$$3U + U = E$$

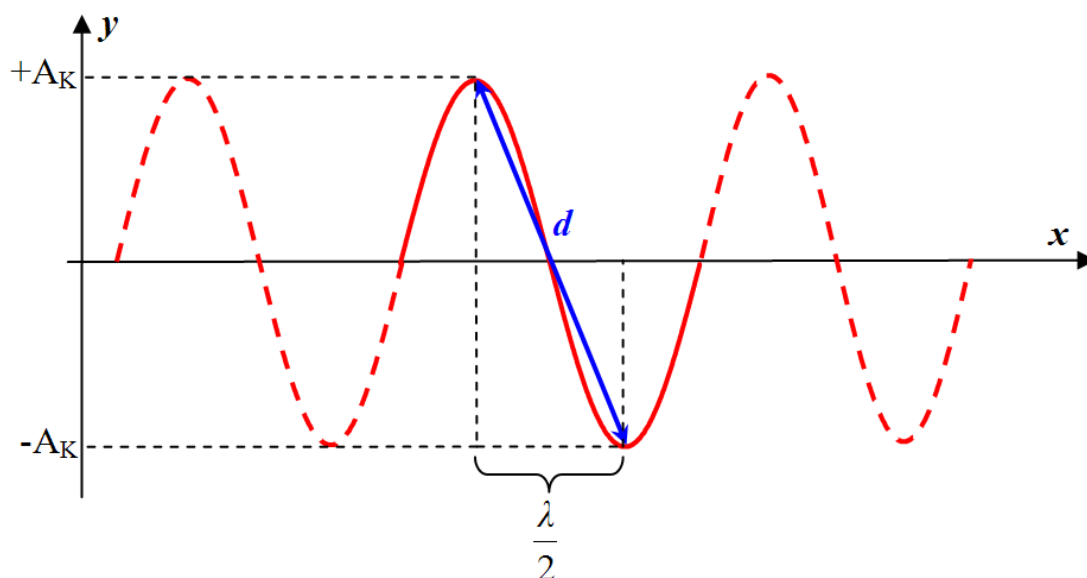
$$4 \cdot \frac{1}{2} D y^2 = \frac{1}{2} D A_K^2$$

$$A_K = 0,2m$$

Όμως $A_K = 2A$, όπου A το πλάτος των τρέχοντων κυμάτων που με την συμβολή τους έδωσαν το στάσιμο.

Οπότε $A = 0,2m$ και σωστό το ii.

γ) Δύο κοιλίες που βρίσκονται σε διαδοχικές ατράκτους έχουν διαφορά φάσης π rad κάθε χρονική στιγμή. Όταν επομένως όλα τα σημεία της χορδής έχουν μηδενική κινητική ενέργεια θα βρίσκονται προφανώς στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσής του με δύο διαδοχικές κοιλίες να έχουν αντίθετες απομακρύνσεις.



Όπως φαίνεται και στο παραπάνω σχήμα η εγκάρσια απομάκρυνση δύο διαδοχικών κοιλιών αυτή τη χρονική στιγμή είναι $2A_K = 0,4m$ ενώ η απόσταση των θέσεων ισορροπίας είναι $\frac{\lambda}{2}$.

Έτσι:

$$d^2 = (2A_K)^2 + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2$$

$$\lambda^2 = 4 \cdot [d^2 - (2A_K)^2]$$

$$\lambda^2 = 4 \cdot (0,25 - 0,16)$$

$$\lambda = 0,6m$$

Σωστό το i.

δ) Για $\lambda=0,3\text{m}$ στην $L=N\cdot\frac{\lambda}{2}$ προκύπτει $N=5$

Επομένως υπάρχουν 6 δεσμοί(συμπεριλαμβανομένων και των δύο άκρων).

Άρα σωστό το iii.

ε) Εδώ θα πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα προσεκτικοί. Θα μπορούσε πολύ εύκολα κάποιος να γράψει:

$$y = 2A\sin\frac{2\pi\cdot\chi}{3}\eta\mu\frac{2\pi t}{T}$$

$$y = 0,2\sin\frac{2\pi\cdot 0,4}{0,6}\eta\mu\frac{2\pi\cdot T/3}{T}$$

$$y = 0,2\sin\frac{4\pi}{3}\eta\mu\frac{2\pi}{3}$$

$$y = 0,2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$y = -0,05\sqrt{3}\text{m}$$

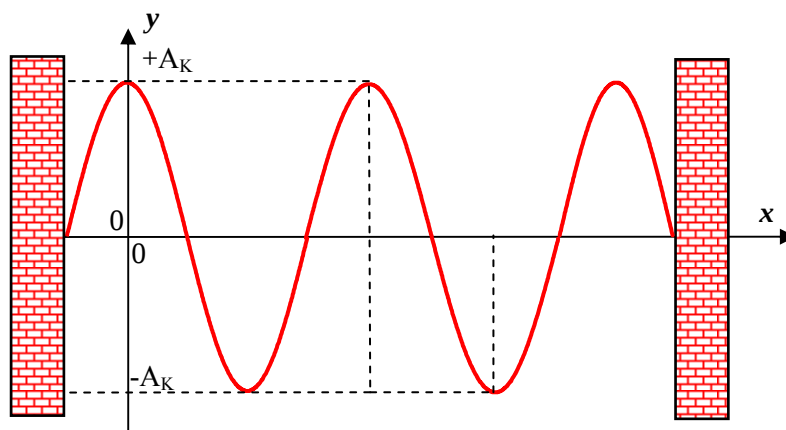
Είναι όμως σωστό κάτι τέτοιο;

Δεν χρειάζεται μόνο να γνωρίζουμε, χωρίς καμία προηγούμενη επεξεργασία μία μαθηματική εξίσωση, όπως αυτή του στάσιμου κύματος, και να την εφαρμόζουμε αλλά είναι εξίσου σημαντικό να γνωρίζουμε πότε και πώς εφαρμόζεται.

Έτσι, η εξίσωση στάσιμου κύματος υπό την μορφή

$$y = 2A\sin\frac{2\pi\cdot\chi}{\lambda}\cdot\eta\mu\frac{2\pi t}{T}$$

ισχύει με την προϋπόθεση ότι στο $x=0$ υπάρχει κοιλία η οποία την $t=0$ βρίσκεται στην θέση ισορροπίας κινούμενη με $u>0$. Στην περίπτωση μας δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ως $x=0$ το αριστερό άκρο της χορδής δεδομένου ότι αυτό είναι δεσμός. Μπορούμε όμως να θεωρήσουμε ως $x=0$ ένα σημείο που είναι κοιλία και επειδή όλα τα σημεία της χορδής την $t=0$ βρίσκονταν στην θέση ισορροπίας τους μπορεί να εφαρμοστεί η γνωστή εξίσωση.



Θεωρώντας ως $x=0$ (σημείο Ο) την πλησιέστερη στο αριστερό άκρο της χορδής κοιλία, δηλαδή το σημείο με τετμημένη $x=\frac{\lambda}{4}=0,15m$. Ένα σημείο που απέχει από το αριστερό άκρο της χορδής απόσταση $0,4m$ απόσταση $x'=0,4-0,15=0,25m$. Άρα:

$$y = 2A \sin \frac{2\pi \cdot x}{\lambda} \eta \mu \frac{2\pi t}{T}$$

$$y = 0,2 \sin \frac{2\pi \cdot 0,25}{0,6} \eta \mu \frac{2\pi \cdot T/3}{T}$$

$$y = 0,2 \sin \frac{5\pi}{6} \eta \mu \frac{2\pi}{3}$$

$$y = 0,2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$y = -0,15m$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.

Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια

Πέτρος Καραπέτρος