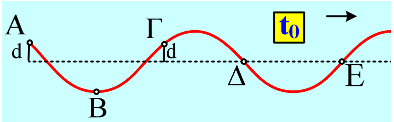
Κάποια ερωτήματα πάνω σε μια κυματομορφή.



Ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, πλάτους 0,2m, διαδίδεται κατά μήκος ενός ελαστικού γραμμικού μέσου, από αριστερά προς τα δεξιά και σε μια στιγμή t_0, η μορφή μιας περιοχής του μέσου, είναι αυτή του σχήματος.

i) Να σημειωθούν πάνω στο σχήμα οι ταχύτητες των σημείων Α και Ε.

ii) Αν το σημείο Β έχει διπλάσια κατά μέτρο επιτάχυνση, από το σημείο Α, να βρεθεί η απομάκρυνση d.

iii) Να βρεθεί ο λόγος $\dfrac{\upsilon_A}{\upsilon_\Delta}$ των ταχυτήτων ταλάντωσης των σημείων Α και Δ τη στιγμή t_0.

iv) Να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων:

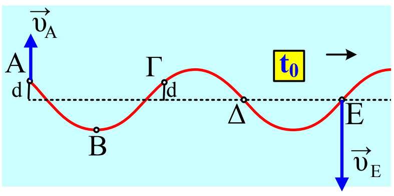
α) Δ και Ε β) Β και Δ γ) Γ και Δ.

v) Αν κάποια στιγμή η φάση της απομάκρυνσης του σημείου Ε είναι $\dfrac{13\pi}{4}$ ποια είναι η αντίστοιχες φάσεις των σημείων Δ και Γ;

vi) Να σχεδιάστε τη μορφή της ίδιας περιοχής του μέσου διάδοσης, τη χρονική στιγμή $t_1=t_0+T/4$, όπου Τ η περίοδος του κύματος.

Απάντηση:

i) Κάθε υλικό σημείο του μέσου εξαναγκάζεται σε ταλάντωση από το υλικό σημείο που βρίσκεται στα αριστερά του. Συνεπώς το σημείο Α κινείται προς την ακραία θετική απομάκρυνσή του (θεωρώντας τα θετικά προς τα πάνω), ενώ το σημείο Ε προς τα κάτω, όπως στο παρακάτω σχήμα.



ii) Αφού έχουμε αρμονικό κύμα, κάθε σημείο εκτελεί αρμονική ταλάντωση, για την οποία ισχύει:

$$\alpha=-\omega^2 y \to \alpha_A=-\omega^2\cdot d \text{ και } \alpha_B=-\omega^2\cdot A \to \frac{a_A}{a_B}=\frac{d}{A} \to d = A\frac{a_A}{2a_A}=\frac{A}{2}=0{,}1m$$

iii) Το σημείο Δ έχει θετική ταχύτητα $\upsilon_\Delta=\upsilon_{max}=\omega\cdot A$, ενώ και το σημείο Α έχει θετική ταχύτητα μέτρου:

$$\upsilon_A=\omega\sqrt{A^2-y^2}^{\,*}=\omega\sqrt{A^2-\frac{A^2}{4}}=\omega A\frac{\sqrt{3}}{2}\text{, οπότε:}$$

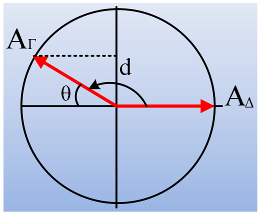
$$\frac{\upsilon_A}{\upsilon_\Delta}=\frac{\omega A\frac{\sqrt{3}}{2}}{\omega A}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

iv) Δύο σημεία που απέχουν οριζόντια κατά ένα μήκος κύματος εμφανίζουν διαφορά φάσης 2π, οπότε η διαφορά φάσης, αν η απόστασή του είναι Δx είναι:

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \quad (1)$$

Συνεπώς $\Delta\varphi_{\Delta\mathrm{E}}=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}=2\pi\frac{\frac{\lambda}{2}}{\lambda}=\pi$, $\quad \Delta\varphi_{B\Delta}=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}=2\pi\frac{\frac{3\lambda}{4}}{\lambda}=\frac{3\pi}{2}$

Για να βρούμε τη διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων Γ και Δ, ας πάρουμε τα περιστρεφόμενα διανύσματα για τα πλάτη ταλάντωσης των δύο σημείων, όπου τη στιγμή t_0 είναι όπως στο σχήμα. Για τη γωνία θ έχουμε



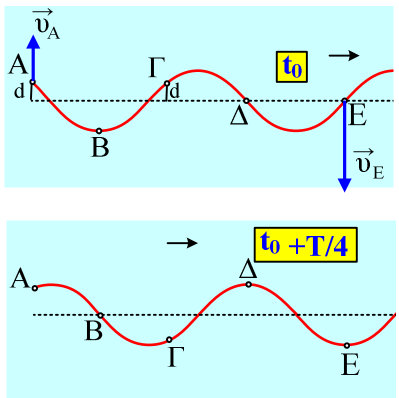
$$\eta\mu\vartheta=\frac{d}{A}=\frac{1}{2}\rightarrow\vartheta=\frac{\pi}{6}, \text{ οπότε } \Delta\varphi_{\Gamma\Delta}=\pi-\vartheta=\frac{5\pi}{6}$$

v) Για τις φάσεις των δύο σημείων έχουμε:

$$\varphi_\Delta=\varphi_E+\pi=\frac{13\pi}{4}+\pi=\frac{17\pi}{4}=\left(4\pi+\frac{\pi}{4}\right)rad \text{ και}$$

$$\varphi_\Gamma=\varphi_\Delta+\frac{5\pi}{6}=\frac{17\pi}{4}+\frac{5\pi}{6}=\frac{61\pi}{12}=\left(5\pi+\frac{\pi}{12}\right)rad$$

vi) Προφανώς σε χρόνο T/4 το σημείο Β θα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του ενώ τα σημεία Δ και Ε σε θέσεις πλάτους με αντίθετες απομακρύνσεις, οπότε λαμβάνοντας υπόψη και τις φορές των ταχυτήτων του i) ερωτήματος σχεδιάζουμε τη νέα μορφή όπως στο παρακάτω σχήμα.



Σχόλια:

* Η εξίσωση αυτή έχει αποδειχθεί κατά την μελέτη των ταλαντώσεων και εδώ χρησιμοποιήθηκε χωρίς απόδειξη. Προφανώς στις εξετάσεις δεν θεωρείται γνωστή.

Οι απαντήσεις σε όλα τα ερωτήματα δόθηκαν χωρίς χρήση της εξίσωσης του κύματος. Θα μπορούσε δηλαδή κάποιος να απαντήσει χωρίς να έχει διδαχτεί καν την εξίσωση του κύματος. Με τη χρήση της εξίσωσης κάποιες απαντήσεις προφανώς θα ήταν ευκολότερες.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους....

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης