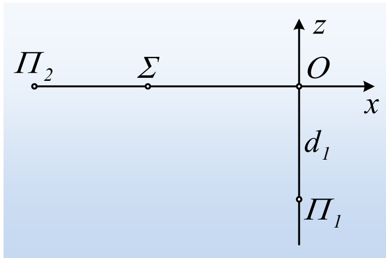
Επιφανειακή συμβολή.



Στην επιφάνεια ενός υγρού ηρεμούν δύο πηγές $Π_1$ και $Π_2$, όπως στο σχήμα (κάτοψη), όπου οι πηγές βρίσκονται σε σημεία δύο κάθετων μεταξύ τους αξόνων x και z, ενώ η πηγή $Π_1$ απέχει κατά d_1=1,5m από την αρχή Ο των αξόνων. Σε μια στιγμή t=0, οι δύο πηγές τίθενται ταυτόχρονα σε ταλάντωση σε κατακόρυφη διεύθυνση με εξισώσεις y=0,2·ημ2πt (S.I.). Τα κύματα που δημιουργούνται διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού και δεχόμαστε ότι έχουν σταθερό πλάτος. Τη στιγμή t_1=3s το πρώτο κύμα φτάνει στο σημείο Ο, ενώ το δεύτερο στο σημείο Σ, όπου (ΟΣ)=2m.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος καθώς και η απόσταση ($ΟΠ_2$) της δεύτερης πηγής από την αρχή Ο των αξόνων.

ii) Να βρεθούν οι απομακρύνσεις και οι ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων Σ και Ο τη στιγμή t_3=4s.

iii) Πόσες ταλαντώσεις εκτελεί το σημείο Ο, μέχρι να φτάσει και το δεύτερο κύμα; Να βρεθεί η εξίσωση ταλάντωσης του Ο μετά τη συμβολή.

iv) Να υπολογιστεί ο λόγος K_1/K_2 όπου K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια μιας στοιχειώδους μάζας m στο σημείο Ο, πριν την συμβολή και K_2 η αντίστοιχη μέγιστη κινητική ενέργεια, μετά τη συμβολή.

v) Πόσα σημεία μεταξύ Σ και Ο, πάνω στον άξονα x ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος;

Απάντηση:

i) Το πρώτο κύμα για να διαδοθεί από την πηγή $Π_1$ στο σημείο Ο χρειάζεται χρονικό διάστημα t_1, οπότε η ταχύτητα διάδοσης είναι ίση:

$$υ = \frac{d_1}{t_1} = \frac{1{,}5m}{3s} = 0{,}5m/s$$

Αλλά ίδια τιμή έχει και η ταχύτητα διάδοσης του $2^{ου}$ κύματος, αφού αυτή εξαρτάται από το μέσον διάδοσης, συνεπώς σε χρόνο t_1 και το κύμα αυτό διαδίδεται σε απόσταση ($Π_2Σ$)=d_1=1,5m. Αλλά τότε:

($Π_2$Ο)= ($Π_2$Σ)+(ΣΟ)=1,5m+2m=3,5m.

ii) Με βάση την εξίσωση ταλάντωσης των πηγών y=0,2·ημ2πt προκύπτει ότι το πλάτος του κύματος θα είναι Α=0,2m, ενώ ω=2π → f=1Hz (T=1s), οπότε από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής:

$$υ = λf \rightarrow λ = \frac{υ}{f} = 0{,}5m$$

Έτσι οι εξισώσεις των δύο κυμάτων θα είναι της μορφής $y = 0{,}2 \cdot ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{λ}\right)$, οπότε:

$$y_1 = 0{,}2 \cdot ημ2π(t - 2r_1) \quad \text{και} \quad y_1 = 0{,}2 \cdot ημ2π(t - 2r_2) \quad \text{(S.I.)}$$

Το δεύτερο κύμα θα φτάσει στο Ο τη στιγμή $t_2 = \frac{d_2}{\upsilon} = \frac{3,5m}{0,5m/s} = 7s$, συνεπώς το σημείο Ο ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του πρώτου κύματος και έχει απομάκρυνση:

$$y_{1/t_3} = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t_3 - 2r_1) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(4 - 2 \cdot 1,5) = 0$$

Και ταχύτητα $\upsilon_{1/t_3} = 0,2 \cdot 2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(t_3 - 2r_1) = 0,4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(4 - 2 \cdot 1,5) = 0,4\pi \;\; m/s$

Εξάλλου με εφαρμογή του πυθαγορείου θεωρήματος βρίσκουμε:

$$(\Pi_1\Sigma) = \sqrt{(\Pi_1 O)^2 + (O\Sigma)^2} = \sqrt{1,5^2 + 2^2} = \sqrt{6,25}m = 2,5m$$

Και το πρώτο κύμα θα χρειαστεί χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{(\Pi_1\Sigma)}{\upsilon} = \frac{2,5}{0,5}s = 5s$ για να φτάσει στο Σ. Τη στιγμή λοιπόν t_3=4s, το κύμα αυτό δεν έχει φτάσει στο Σ, το οποίο ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του 2ου κύματος έχοντας απομάκρυνση:

$$y_{2/t_3} = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t_3 - 2r_2) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(4 - 2 \cdot 1,5) = 0$$

Και ταχύτητα $\upsilon_{2/t_3} = 0,2 \cdot 2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(t_3 - 2r_1) = 0,4\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi(4 - 2 \cdot 1,5) = 0,4\pi \;\; m/s$

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι τα δυο σημεία ταλαντώνονται ταυτόχρονα, έχοντας κάθε στιγμή την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης.

iii) Με βάση τα παραπάνω, το σημείο Ο θα ταλαντώνεται μόνο εξαιτίας του πρώτου κύματος για χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$=7s-3s=4s, εκτελώντας $N = f \cdot \Delta t = 1 \cdot 4 = 4$ ταλαντώσεις.

Από τη στιγμή t_2 που φτάνει και το δεύτερο κύμα, έχουμε συμβολή και με βάση την αρχή της επαλληλίας θα έχουμε για την απομάκρυνση του Ο:

$$y_O = y_1 + y_2 = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 2r_1) + 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 2r_2) \rightarrow$$

$$y_O = 2 \cdot 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi\left(t - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) = 0,4 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{3,5 - 1,5}{2 \cdot 0,5} \cdot \eta\mu 2\pi\left(t - \frac{1,5 + 3,5}{2 \cdot 0,5}\right) \rightarrow$$

$$y_O = 0,4 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 5) \;\; \text{μονάδες στο S.I. με } t \geq 7s$$

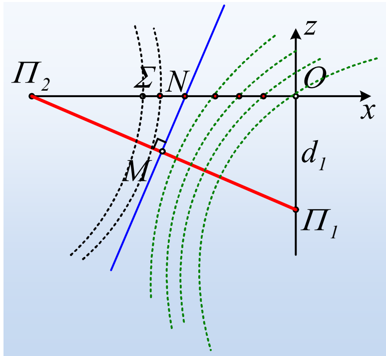
iv) Για το λόγο των μεγίστων κινητικών ενεργειών έχουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_{o1}^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_{o1}^2} = \frac{\omega^2 A_1^2}{\omega^2 A_2^2} = \frac{0,2^2}{0,4^2} = \frac{1}{4}$$

Μετά τη συμβολή δηλαδή η μέγιστη κινητική ενέργεια γίνεται τετραπλάσια της αντίστοιχης λόγω του ενός κύματος.

v) Με βάση τα προηγούμενα στο σημείο Ο έχουμε ενίσχυση με πλάτος ταλάντωσης 2 Α. Αν το ελέγξουμε με βάση τη διαφορά των δρόμων που ακολουθούν τα δυο κύματα, θα έχουμε:

$$r_2 - r_1 = 3,5m - 1,5m = 2m = 4\lambda$$



Πράγμα που σημαίνει ότι το σημείο Ο βρίσκεται στην $4^η$ υπερβολή ενισχυτικής συμβολής δεξιά της μεσοκαθέτου της $Π_1Π_2$.

Αντίστοιχα για το σημείο Σ έχουμε:

$$r_1' - r_2' = 2,5m - 1,5m = 1m = 2 \cdot \lambda$$

Δηλαδή το σημείο Σ βρίσκεται στην $2^η$ υπερβολή ενισχυτικής συμβολής, αριστερά της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος που συνδέει τις δυο πηγές.

Αλλά τότε τα σημεία, πάνω στον άξονα x, μεταξύ Ο και Σ, τα οποία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος είναι 5. Τα τρία δεξιά της μεσοκαθέτου, το ένα αριστερά και ένα σημείο πάνω στη μεσοκάθετο.

Σχόλιο:

Καθώς κινούμαστε από το Ο προς το Σ, κατά μήκος του άξονα x, η απόσταση r_2 από την πηγή $Π_2$ μειώνεται, ενώ αντίθετα η απόσταση από την πηγή $Π_1$ αυξάνεται, αφού $r_1 = \sqrt{(Π_1O)^2 + x^2} = \sqrt{d_1^2 + x^2}$. Αλλά τότε θα έχουμε μια συνεχή μείωση της διαφοράς r_2-r_1, η οποία από την τιμή 2m=4λ, θα πάρει τιμή 3λ=1,5m, 2λ, λ και σε κάποιο σημείο Ν, θα μηδενιστεί. Το σημείο Ν είναι πάνω στη μεσοκάθετο της $Π_1Π_2$.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης