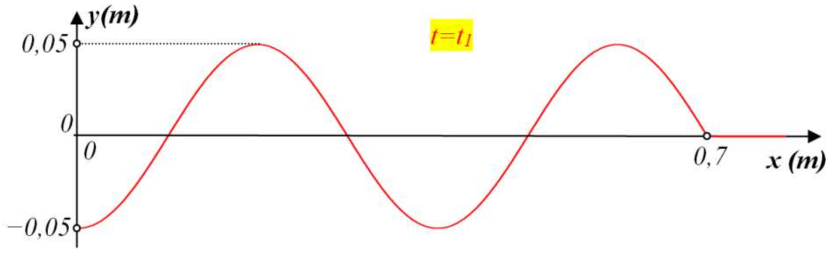
Αρμονικό κύμα και η ισχύς της πηγής.



Αρμονικό κύμα πλάτους ***A*** διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Ox. Η πηγή των κυμάτων βρίσκεται στο άκρο O του ελαστικού μέσου και έχει εξίσωση ταλάντωσης της μορφής ***y=Aημωt***. Μία χρονική στιγμή t_1 το στιγμιότυπο του κύματος είναι αυτό του παραπάνω σχήματος και το σημείο Σ($x_Σ=+0{,}2m$) του μέσου ταλαντώνεται για χρόνο ***Δt=0,25s***.

α) Να βρεθεί η ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

β) Να γραφεί η εξίσωση του αρμονικού κύματος.

γ) Να γίνει η γραφική παράσταση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x για τη χρονική στιγμή t_1.

δ) Κάποια χρονική στιγμή t_2, κάποιο σημείο K του ελαστικού μέσου βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης $y_K=+A$. Να βρεθεί η απομάκρυνση που έχει την ίδια στιγμή ένα άλλο σημείο Λ του μέσου με συντεταγμένη κατά ***0,15m*** μικρότερη από αυτή του σημείου K.

ε) Εάν η γραμμική πυκνότητα του ελαστικού μέσου είναι ***μ=80g/m***, να βρεθεί η ισχύς της πηγής του κύματος.

Λύση:

α) Από το στιγμιότυπο του κύματος προκύπτει ότι την χρονική στιγμή t_1 το κύμα έχει διαδοθεί μέχρι το σημείο με συντεταγμένη +0,7m και

$$\frac{7\lambda}{4} = 0{,}7 \Rightarrow 7\lambda = 2{,}8 \Rightarrow \lambda = 0{,}4m$$

Επίσης για το πλάτος του κύματος ισχύει A=0,05m.

Το σημείο με συντεταγμένη x=+0,7m και το σημείο Σ απέχουν απόσταση Δx=0,7-0,2=0,5m, και θα έχουν διαφορά φάσης

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot \Delta x}{\lambda} = \frac{\pi}{0{,}4} = 2{,}5\pi\, rad$$

Αφού το σημείο με συντεταγμένη x=+0,7m έχει μηδενική φάση την στιγμή t_1, τότε την ίδια στιγμή η φάση ταλάντωσης του σημείου Σ θα είναι $φ_Σ=2{,}5π$ rad, και αφού το σημείο Σ ταλαντώνεται για χρόνο Δt=0,25s, η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσής του θα είναι

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2{,}5\pi}{\Delta t} = 10\pi\, rad/s$$

Έτσι, η περίοδος του κύματος θα είναι

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0{,}2s$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος θα είναι:

$$u = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{u = 2m/s}}$$

β) Επειδή η εξίσωση ταλάντωσης του σημείου Ο είναι της μορφής *y=Aημωt*, η εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση θα είναι:

$$y(x,t) = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y(x,t) = 0{,}05 \cdot \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0{,}2} - \frac{x}{0{,}4}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\boldsymbol{y(x,t) = 0,05 \cdot \eta\mu(10\pi t - 5\pi x)}}$$

γ) Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του κύματος θα είναι:

$$u(x,t) = \omega A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{u(x,t) = 0,5\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(10\pi t - 5\pi x)}}$$

Η χρονική στιγμή t_1 είναι: $t_1 = \frac{x}{u} = \frac{0{,}7}{2} = 0{,}35s$.

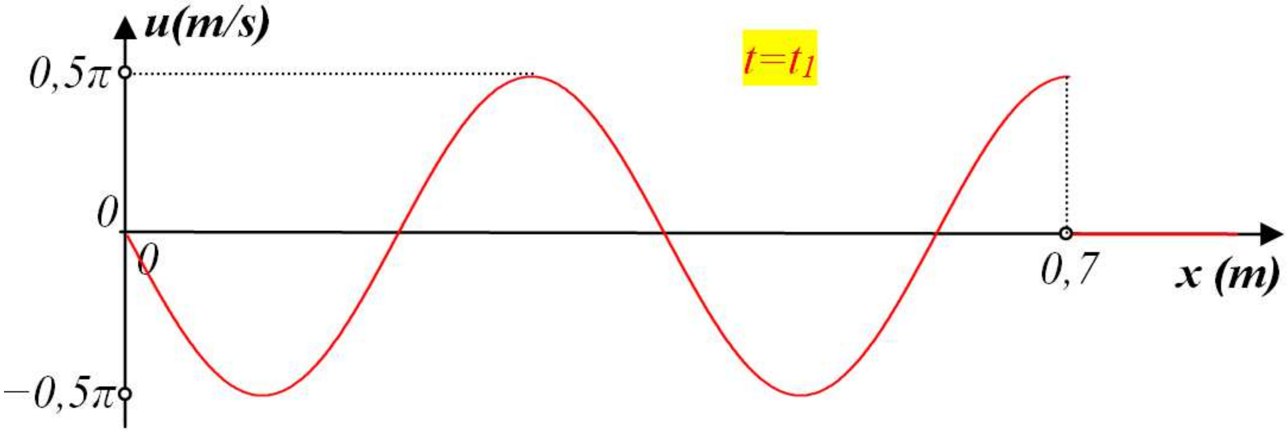
Η u(x,t) για $t=t_1$ δίνει:

$$u = 0{,}5\pi\sigma\upsilon\nu(3{,}5\pi - 5\pi x) = 0{,}5\pi\sigma\upsilon\nu\left(2\pi + \frac{3\pi}{2} - 5\pi x\right) = -0{,}5\pi \cdot \eta\mu 5\pi x$$

Επίσης η ταχύτητα ταλάντωσης της πηγής Ο την χρονική στιγμή t_1=0,35s είναι:

$$u = 0{,}5\pi \cdot \sigma\upsilon\nu 3{,}5\pi = 0{,}5\pi \cdot \sigma\upsilon\nu\left(2\pi + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

Στην περίπτωση μας, επειδή η πηγή ξεκίνησε να ταλαντώνεται από την Θ.Ι. με φορά προς τα πάνω, έτσι και οποιοδήποτε άλλο υλικό σημείο του μέσου ξεκινά να ταλαντώνεται όταν δεχθεί την κύμανση με τον ίδιο τρόπο. Έτσι, το σημείο με συντεταγμένη x=+0,7m την χρονική στιγμή t1 θα έχει $u=+u_{max}$.



δ) Για το σημείο Λ την χρονική στιγμή t_2 θα είναι:

$$+0{,}05 = 0{,}05 \cdot \eta\mu(10\pi t_2 - 5\pi x_K) \Rightarrow \eta\mu(10\pi t_2 - 5\pi x_K) = 1 \Rightarrow$$

$$(10\pi t_2 - 5\pi x_K) = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

Την ίδια στιγμή το σημείο Λ έχει απομάκρυνση;

$$y_\Lambda = 0{,}05 \cdot \eta\mu(10\pi t_2 - 5\pi x_\Lambda) = 0{,}05\eta\mu[10\pi t_2 - 5\pi(x_K - 0{,}15)]$$

$$y_\Lambda = 0{,}05\eta\mu(10\pi t_2 - 5\pi x_K + 0{,}75\pi) = 0{,}05\eta\mu\left(2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$y_\Lambda = 0{,}05\eta\mu\left(2\kappa\pi + \frac{5\pi}{4}\right) \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{y_\Lambda = -0,025\sqrt{2}m}}$$

ε) Σε χρονικό διάστημα Δt τίθενται σε ταλάντωση σημεία που βρίσκονται σε απομάκρυνση Δx=uΔt δεξιά της πηγής. Τα σημεία αυτά αποκτούν ενέργεια ταλάντωσης ΔΕ=$\frac{1}{2}\Delta m\omega^2 A^2$, όπου Δm η μάζα του ελαστικού μέσου μήκους Δx που τέθηκε σε ταλάντωση.
Επομένως θα είναι:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\Delta m \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \Delta x \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot u \cdot \Delta t \cdot \omega^2 \cdot A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot u \cdot \omega^2 \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}08 \cdot 2 \cdot (10\pi)^2 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 \Rightarrow \boxed{\boldsymbol{P = 0,2W}}$$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….
Επιμέλεια:
Πέτρος Καραπέτρος