Ένα κύμα και η ταλάντωση σημείου.

Στο άκρο Ο ενός οριζόντιου γραμμικού ελαστικού μέσου, υπάρχει μια πηγή κύματος, η οποία αρχίζει να ταλαντώνεται αρμονικά, σε κατακόρυφη διεύθυνση, κινούμενη αρχικά προς την θετική κατεύθυνση (προς τα πάνω), τη στιγμή $t_0=0$. Το πλάτος ταλάντωσης της πηγής είναι 0,2m και η συχνότητά της 1Hz. Η διάρκεια της ταλάντωσης της πηγής είναι Δt=2,5s. Το παραγόμενο κύμα φτάνει σε ένα σημείο Σ του μέσου, το οποίο απέχει 2,5m από το άκρο Ο, τη στιγμή $t_1=1,25$s.

i) Να βρεθεί η εξίσωση του κύματος, θεωρώντας αρχή του άξονα (x=0) το άκρο Ο.

ii) Να σχεδιάστε στιγμιότυπα του κύματος τις χρονικές στιγμές:

α) $t_2=1,75$s και β) $t_3=4$s.

iii) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Σ, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Απάντηση:

i) Αφού η πηγή ξεκινά την ταλάντωσή της τη στιγμή t=0, κινούμενη προς την θετική κατεύθυνση, η απομάκρυνσή της είναι της μορφής y=A·ημωt ή y=0,2·ημ2πt (S.I.).

Εξάλλου η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με $\upsilon=\frac{d}{t}=\frac{(O\Sigma)}{\Delta t}=\frac{2,5m}{1,25s}=2m/s$.

Αλλά $\upsilon=\lambda \cdot f \rightarrow \lambda=\frac{\upsilon}{f}=2m$, οπότε η εξίσωση του κύματος είναι:

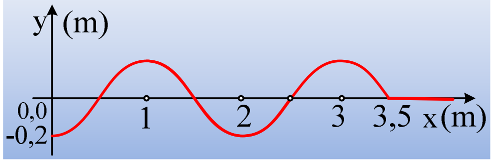
$$y=0,2\cdot \eta\mu 2\pi\left(t-\frac{x}{2}\right) \quad \text{(S.I.)} \quad (1)$$

ii) Αντικαθιστώντας στην εξίσωση του κύματος τις χρονικές στιγμές που μας δίνονται έχουμε:

α) $y=0,2\cdot \eta\mu 2\pi\left(t-\frac{x}{2}\right)=0,2\cdot \eta\mu 2\pi\left(1,75-\frac{x}{2}\right)=0,2\cdot \eta\mu(3,5\pi-\pi x)(2)$ ή

$$y=-0,2\cdot \sigma\upsilon\nu(\pi x)$$

ενώ το πεδίο ορισμού της σχέσης (2) βρίσκεται αν σκεφτούμε ότι σε κάθε σημείο στο οποίο έχει φτάσει το κύμα, θα πρέπει να έχει φάση φ≥0 ή 3,5π-πx ≥0 ή x≤3,5m, οπότε το ζητούμενο στιγμιότυπο είναι:



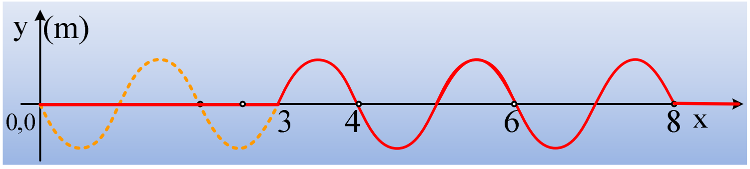
β) $y=0,2\cdot \eta\mu 2\pi\left(t-\frac{x}{2}\right)=0,2\cdot \eta\mu 2\pi\left(4-\frac{x}{2}\right)=0,2\cdot \eta\mu(8\pi-\pi x)(3)$ ή

$$y=-0,2\cdot \eta\mu\pi x$$

Με την ίδια, όπως παραπάνω λογική, το κύμα έχει φτάσει στη θέση: φ≥0 ή 8π-πx ≥0 ή x≤8m. Αλλά σε χρονικό διάστημα 2,5s που ταλαντώθηκε η πηγή, έκανε 2,5 ταλαντώσεις και δημιούργησε κύμα σε μια περιοχή 2,5λ=5m, οπότε η περιοχή που ταλαντώνεται είναι αυτή που ικανοποιεί την σχέση:

$$3m \le x \le 8m$$

Και η εικόνα του μέσου είναι η παρακάτω:

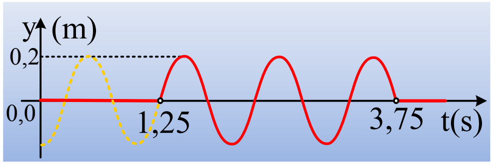


iii) Θέτοντας στην εξίσωση του κύματος x=2,5m παίρνουμε:

$$y = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(t - \frac{x}{2}\right) = 0,2 \cdot \eta\mu 2\pi\left(t - \frac{2,5}{2}\right) = 0,2 \cdot \eta\mu(2\pi t - 2,5\pi) \quad (4) \text{ ή}$$

$$y = -0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi t)$$

Με βάση τα δεδομένα το σημείο αρχίζει την ταλάντωσή του τη στιγμή 1,25s και θα ταλαντωθεί μέχρι τη στιγμή t΄=1,25s+2,5s=3,75s, όπου και θα ακινητοποιηθεί και η ζητούμενη γραφική παράσταση είναι η παρακάτω.



Σχόλια:

Προηγούμενα χρησιμοποιήσαμε τη φάση για να βρούμε μέχρι που θα χαράξουμε τις γραφικές παραστάσεις. Θα μπορούσαμε εναλλακτικά να σκεφτούμε την απόσταση που έχει διανύσει το κύμα στο χρονικό διάστημα που μας αφορά. Έτσι:

1) Τη στιγμή t_2=1,75s το κύμα έχει φτάσει μέχρι τη θέση $x_1=\upsilon \cdot t_2=2 \cdot 1,75m=3,5m$, ενώ η πηγή συνεχίζει να ταλαντώνεται, συνεπώς υπάρχει διαταραχή στις θέσεις $0 \le x \le 3,5m$.

2) Τη στιγμή t_3=4s το κύμα έχει φτάσει μέχρι τη θέση $x_2=\upsilon \cdot t_3=2 \cdot 4m=8m$, ενώ η πηγή έχει στο μεταξύ σταματήσει να ταλαντώνεται και το «τέλος» του κύματος έχει μετακινηθεί κατά $x_3=\upsilon \cdot (t_3-\Delta t)=2 \cdot 1,5m=3m$. Συνεπώς διαταραχή έχουμε στην περιοχή $3m \le x \le 8m$

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους….

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης