1.4. Σύνθεση Ταλαντώσεων. Ομάδα Γ.

1.4.21. Σύνθετη ταλάντωση και περιστρεφόμενα διανύσματα.

Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, της οποίας η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι $x=0{,}2\sqrt{2}\eta\mu\left(\omega t+\frac{5\pi}{12}\right)(S.I.)$ και προκύπτει από την επαλληλία των εξισώσεων απομάκρυνσης δύο άλλων απλών αρμονικών ταλαντώσεων $x_1=0{,}2\eta\mu\left(\omega t+\frac{\pi}{6}\right)(S.I.)$ και $x_2=A_2\eta\mu\left(\omega t+\varphi_{o,2}\right)(S.I.)$. Η δυναμική ενέργεια του σώματος κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του μηδενίζεται κάθε 0,1π s.

α) Να υπολογιστεί η περίοδος ταλάντωσης

β) Να βρεθεί η εξίσωση απομάκρυνσης $x_2=f(t)$

γ) Να βρεθεί η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη στιγμή $t_1=0{,}2\pi$ s.

δ) Να βρεθεί πόσες φορές μεγιστοποιείται η κινητική ενέργεια του σώματος μέχρι τη χρονική στιγμή 0,5π s.

1.4.22.Ταλάντωση τριών σωμάτων – Συνάντηση – Μέγιστη απόσταση

Σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A_1=0{,}5$m και συχνότητας $f=5Hz$ και την χρονική στιγμή t=0 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με u>0.Δεύτερο σώμα $Σ_2$ εκτελεί πάνω στην ίδια διεύθυνση και αυτό ταλάντωση ίδιου πλάτους, ίδιας συχνότητας και ίδιας θέσης ισορροπίας, η οποία προηγείται χρονικά της $x_1=f(t)$ κατά $\Delta t=\frac{1}{20}s$.

α) Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$ των ταλαντώσεων των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$.

Ένα τρίτο σώμα $Σ_3$ εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση απομάκρυνσης που μπορεί να θεωρηθεί το αποτέλεσμα της επαλληλίας των εξισώσεων απομάκρυνσης των $Σ_1$ και $Σ_2$.

β) Να γραφεί η χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του $Σ_3$.

γ) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 που τα $Σ_1$ και $Σ_2$ συναντιούνται για $1^η$ φορά μετά την t=0 και η απομάκρυνση του σώματος $Σ_3$ από τη θέση ισορροπίας του την ίδια στιγμή.

δ) Καθώς τα $Σ_1$ και $Σ_2$ ταλαντώνονται άλλοτε πλησιάζουν και άλλοτε απομακρύνονται. Να βρεθεί η μέγιστη απόσταση μεταξύ των $Σ_1$ και $Σ_2$ κατά την διάρκεια της ταλάντωσής τους για $1^η$ φορά και η ταχύτητα ταλάντωσης του $Σ_3$.

1.4.23.Σύνθεση Ταλαντώσεων και κρούση.

Σώμα $Σ_1$ μάζας $m_1=1$kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την βοήθεια ενός συστήματος ελατηρίων με εξίσωση κίνησης:

$$x=0{,}1\cdot\eta\mu 20t+0{,}1\cdot\sqrt{3}\cdot\eta\mu\left(20t+\frac{\pi}{2}\right)\quad (S.I.)$$

α) Να αποδείξτε ότι το σώμα εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση, της οποίας να βρείτε τα στοιχεία.

β) Τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{5}s$ το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα $Σ_2$ μάζας

m_2=0,5kg που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, προς την αντίθετη κατεύθυνση από το σώμα $Σ_1$ με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=1m/s. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει, εκτελεί α.α.τ. της ίδιας διεύθυνσης γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

i) Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ ελάχιστα πριν την κρούση.

ii) Να βρείτε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

iii) Η ενέργεια ταλάντωσης μετά την κρούση είναι:

Α) $E= ½\, m_1 \cdot υ_κ^2 + ½\, m_1 \cdot ω^2 \cdot x_1^2 = 6{,}5J$

Β) $E= ½\, (m_1 + m_2) \cdot υ_κ^2 + ½\, m_1 \cdot ω^2 \cdot x_1^2 = 6{,}75\ J$

Γ) $E= ½\, (m_1 + m_2) \cdot υ_κ^2 + ½\, (m_1 + m_2) \cdot ω^2 \cdot x_1^2 = 9{,}75\ J$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση.

1.4.24.Άλλη μια σύνθεση ταλαντώσεων.

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται με εξίσωση κίνησης:

$$x = 0{,}3\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) + 0{,}4\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ μονάδες στο S.I.}$$

i) Να αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος είναι μια αρμονική ταλάντωση.

ii) Αν η παραπάνω ταλάντωση είναι όχι μόνο αρμονική αλλά και ΑΑΤ, να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης.

iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση x_1=0,2m.

1.4.25.Διαφορά φάσης σε ήχους με διαφορετικές συχνότητες.

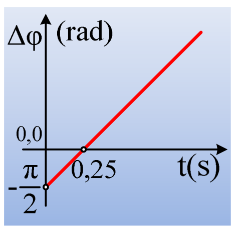
Διαθέτουμε δύο ηχητικές πηγές που παράγουν απλούς αρμονικούς ήχους με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2. Έστω ότι η ταλάντωση του τυμπάνου εξαιτίας του πρώτου ήχου έχει απομάκρυνση:

$$x_1 = 0{,}003 \cdot \eta\mu(2\pi f_1 t + \varphi_0) \text{ (S.I.) με } \varphi_0 \geq 0.$$

ενώ εξαιτίας του δεύτερου ήχου:

$$x_2 = 0{,}003 \cdot \eta\mu(2\pi f_2 t) \text{ (S.I.).}$$

Έστω ότι κάποια στιγμή ηχούν ταυτόχρονα και οι δύο ηχητικές πηγές, οπότε το τύμπανο εκτελεί σύνθετη ταλάντωση. Η διπλανή γραφική παράσταση εμφανίζει τη διαφορά φάσης μεταξύ των φάσεων της απομάκρυνσης των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Ποιος ήχος έχει μεγαλύτερη συχνότητα;

ii) Να βρεθεί η συχνότητα του διακροτήματος.

iii) Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης του τυμπάνου τη χρονική στιγμή t_1=0,25s;

iv) Να υπολογιστεί επίσης το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_2=3,75s.

v) Αν το τύμπανο του αυτιού μας εκτελέσει 410 ταλαντώσεις σε χρονικό διάστημα 4s, να βρεθεί η απομάκρυνση τη στιγμή t_1.

1.4.26.Μία σύνθεση ταλαντώσεων

Ένα σώμα μάζας m=0,2kg εκτελεί μία α.α.τ. της οποίας η απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας μπορεί να θεωρηθεί ότι προκύπτει από την επαλληλία των εξισώσεων απομάκρυνσης δύο άλλων απλών αρμονικών ταλαντώσεων με $x_1=\frac{1}{2}\eta\mu(20t+\varphi_{o,1})(S.I.)$ $\kappa\alpha\iota$ $x_2=\frac{\sqrt{3}}{2}\eta\mu\left(20t+\frac{2\pi}{3}\right)(S.I.)$

Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι A=1m.

α. Να υπολογίσετε την αρχική φάση $\varphi_{o,1}$ της αρμονικής ταλάντωσης με εξίσωση x_1=f(t), διακρίνοντας δύο περιπτώσεις.

β. Να γράψετε της εξίσωση της ταχύτητας της σύνθετης ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο, εάν $\varphi_{o,1}<\varphi_{o,2}$.

γ. Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_1, αν το έργο που εκτελείται από την δύναμη επαναφοράς για 1η φορά από τη στιγμή t=0, μέχρι τη στιγμή t_1, είναι ίσο με $W_{\Sigma F\varepsilon\pi}=+\frac{E}{4}$, όπου *E* η ενέργεια της σύνθετης ταλάντωσης.

δ. Όταν το σώμα διέρχεται από την θέση x=+0,5m απομακρυνόμενο την θέση ισορροπίας του, να υπολογίσετε:

δ₁) τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του

δ₂) τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής του ενέργειας

δ₃) τον χωρικό ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης $\left(\frac{dU}{dx}\right)$.

1.4.27.Μια κίνηση και η μελέτη της σαν σύνθετη Ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας 0,2kg κινείται παλινδρομικά γύρω από μια θέση Ο και η εξίσωση κίνησής του είναι:

$$x=0{,}5\cdot\sigma\upsilon\nu(20t)+0{,}5\sqrt{3}\cdot\eta\mu(20t) \quad \text{μονάδες στο S.I.}$$

όπου x η απομάκρυνση από το σημείο Ο.

i) Ν' αποδειχθεί ότι η κίνηση του σώματος είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{12}$ s.

iii) Αν επιπλέον η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ, να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσής του. Μπορεί η παραπάνω κίνηση να μην είναι ΑΑΤ, αλλά κάποια άλλη κίνηση; Εξηγείστε.

1.4.28.Η ταλάντωση μιας μεμβράνης.

Όταν μπροστά από ένα μικρόφωνο πάλλεται μια ηχητική πηγή Π_1, η μεμβράνη του μικροφώνου, μάζας 2g, εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $x_1=3\cdot\eta\mu(20\pi t)$ (mm). Αν ταυτόχρονα φέρουμε δίπλα και μια δεύτερη ηχητική πηγή Π_2 και θέσουμε ταυτόχρονα σε λειτουργία και τις δύο πηγές, τότε η μεμβράνη εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $x=4\cdot\eta\mu\left(20\pi t+\frac{3\pi}{2}\right)$ (mm).

i) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της μεμβράνης, αν αντί να πάλλονται και οι δύο, σιγήσει η πρώτη πηγή.

ii) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική ενέργεια της μεμβράνης, όταν:

α) πάλλεται μόνο η πηγή Π_1.

β) πάλλεται μόνο η πηγή $Π_2$.

γ) πάλλονται και οι δύο πηγές.

iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μεμβράνης, στην περίπτωση που πάλλονται και οι δύο πηγές, τη χρονική στιγμή t_1=1/30s.

Υλικό Φυσικής-Χημείας
Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους…