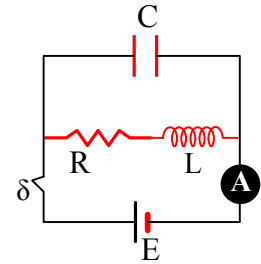


1.3 Φθίνουσες – Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις.

1.3.1. Φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.

Δίνεται το κύκλωμα, όπου το αμπερόμετρο δείχνει σταθερή ένδειξη $I=2\text{A}$, ενώ ο αντιστάτης έχει αντίσταση $R=5\Omega$. Σε μια στιγμή την οποία θεωρούμε $t=0$, ανοίγουμε το διακόπτη δ . Το πηνίο είναι ιδανικό.



- i) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας

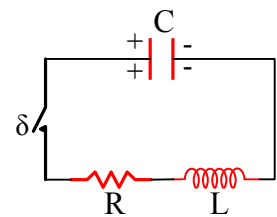
Αμέσως μετά (χρονική στιγμή $t=0^+$):

- α) Ο πυκνωτής εκφορτίζεται.
 β) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο θα αυξηθεί (κατά απόλυτο τιμή).
 γ) Ο πυκνωτής δίνει ενέργεια στο κύκλωμα με ρυθμό 20J/s .
 ii) Τη χρονική στιγμή $t_1=T$ όπου T η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης, πάνω στον αντιστάτη παράγεται θερμότητα με ρυθμό μικρότερο από 20J/s .

Δίνεται ότι οι τιμές της χωρητικότητας του πυκνωτή και της αυτεπαγωγής του πηνίου είναι τέτοιες, που στο κύκλωμα μετά το άνοιγμα του διακόπτη, να πραγματοποιούνται φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

1.3.2. Μέγιστη ένταση στη φθίνουσα Ηλεκτρική ταλάντωση

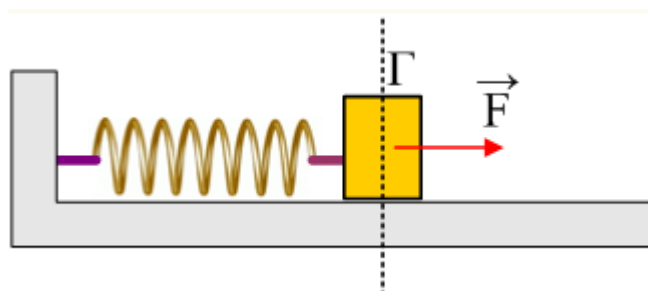
Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C=1\mu\text{F}$ και έχει φορτισθεί με φορτίο Q , και ο αντιστάτης έχει αντίσταση $R=50\Omega$. Σε μια στιγμή $t=0$ κλείνουμε τον διακόπτη και ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται. Σε μια στιγμή t_1 , μικρότερη από $T/4$ το φορτίο του πυκνωτή είναι $q_1=1\mu\text{C}$ και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι $i=0,02\text{A}$.



- i) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος τη στιγμή t_1 ;
 ii) Ποια είναι η μέγιστη τιμή του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο;
 iii) Να σχολιάσετε την παρακάτω πρόταση: «κατά τη φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση τη στιγμή που μηδενίζεται το φορτίο του πυκνωτή η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι μέγιστη».

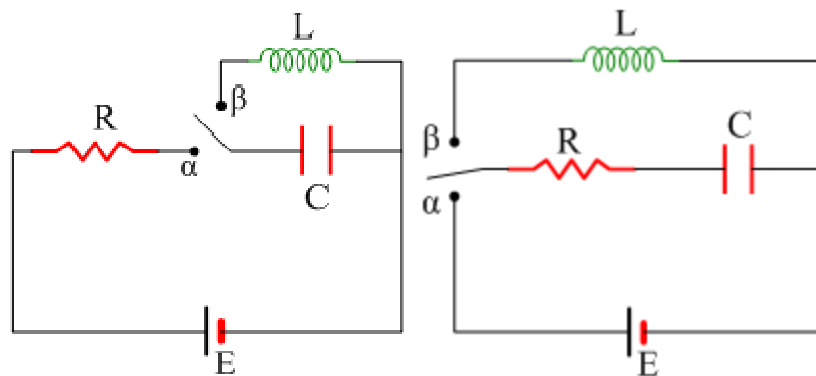
1.3.3. Αμείωτη και φθίνουσα Ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί στο σημείο Γ , πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=200\text{N/m}$. Σε μια στιγμή $t=0$ δέχεται την επίδραση μιας **σταθερής** οριζόντιας δύναμης $F=40\text{N}$, όπως στο σχήμα.



- Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει α.α.τ. και να βρεθεί η εξίσωσης της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική.
- Πόση ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα μέσω του έργου της δύναμης F κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου ταλάντωσης και πόση είναι η ενέργεια ταλάντωσης;
- Να γίνει το διάγραμμα της απόστασης s του σώματος από την αρχική θέση ηρεμίας του Γ , σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Αν η ταλάντωση του σώματος είναι φθίνουσα, εξαιτίας μικρών αποσβέσεων, να γίνει ένα ποιοτικό διάγραμμα της απόστασης s σε συνάρτηση με το χρόνο. Τι ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρθη στο σύστημα, μέσω του έργου της δύναμης F , αποθηκεύεται **τελικά** στο ελατήριο;

1.3.4. Αμείωτη και φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.

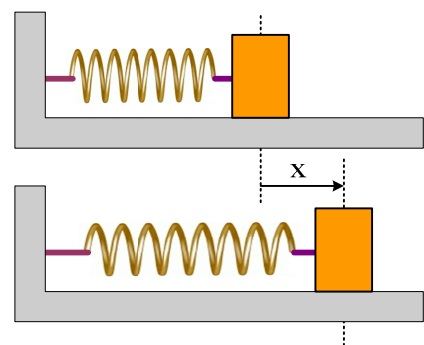


Στα κυκλώματα του σχήματος φέρνουμε το μεταγωγό στη θέση α , μέχρι που να φορτιστεί ο πυκνωτής και μετά μεταφέρουμε το μεταγωγό στη θέση β για $t=0$.

- Να χαράξετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις του φορτίου του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο και για τα δύο κυκλώματα.
- Αν στο πρώτο κύκλωμα το φορτίο του πυκνωτή μηδενίζεται για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή $t_1=1\mu\text{s}$, στο δεύτερο κύκλωμα θα μηδενιστεί τη χρονική στιγμή:
 - $0,9\mu\text{s}$
 - $1\mu\text{s}$
 - $1,1\mu\text{s}$

1.3.5. Φθίνουσα Ταλάντωση και ρυθμοί μεταβολής.

Ένα σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$ ηρεμεί, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς $k=40\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι σταθερά δεμένο, όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά κατά A_0 και για $t=0$, το αφήνουμε να κινηθεί. Η ταλάντωση, λόγω αντίστασης του αέρα είναι φθίνουσα, με σταθερά απόσβεσης $b=0,2\text{kg/s}$. Για τη χρονική στιγμή που το σώμα κατευθύνεται προς την αρχική θέση ισορροπίας απέχοντας από αυτήν κατά $x=0,1\text{m}$, έχει ταχύτητα μέτρου $v=5\text{m/s}$, ζητούνται:

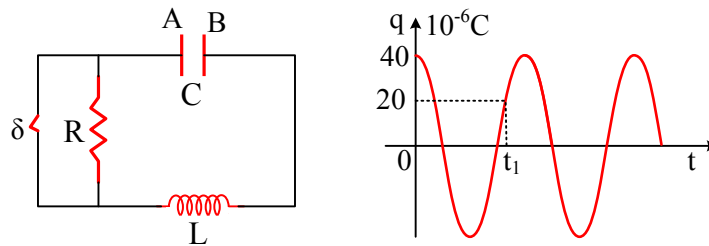


- Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης.
- Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.

iii) Η ισχύς της δύναμης απόσβεσης. Τι μετράει η ισχύς αυτή;

1.3.6. Μια αμείωτη Ηλεκτρική μετατρέπεται σε φθίνουσα.

Το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος, εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση με το διακόπτη κλειστό και στο διπλανό σχήμα δίνεται το φορτίο του πυκνωτή (το φορτίο του οπλισμού Α του πυκνωτή) σε συνάρτηση με το χρόνο. Δίνονται ακόμη η χωρητικότητα του πυκνωτή $C=0,4\mu\text{F}$, ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου $L=0,3\text{H}$ και η αντίσταση του αντιστάτη $R=100\Omega$.

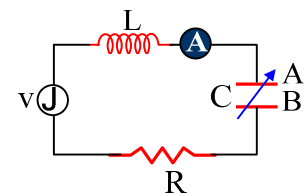


- i) Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης και το πλάτος του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- ii) Βρείτε την ένταση του ρεύματος τη χρονική στιγμή t_1 (που δίνεται στο διάγραμμα) και σχεδιάστε πάνω στο κύκλωμα τη φορά του ρεύματος.
- iii) Τη στιγμή t_1 ανοίγουμε το διακόπτη. Για αμέσως μετά (στιγμή t_1+0^+) να βρεθούν:
 - α) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή.
 - β) Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα στον αντιστάτη.
 - γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πηνίου.
- iv) Πόση συνολικά θερμότητα θα παραχθεί πάνω στον αντιστάτη με το διακόπτη ανοικτό;

1.3.7. Εξαναγκασμένη Ηλεκτρική Ταλάντωση.

Στο διπλανό κύκλωμα η τάση της πηγής δίνεται από την εξίσωση $V=20\cdot\eta\mu(5.000t+\varphi_0)$ (S.I.), ενώ το πηνίο έχει αυτεπαγωγή $L=2\text{mH}$ και ο μεταβλητός πυκνωτής έχει αρχικά χωρητικότητα $C_1=5\mu\text{F}$. Το φορτίο του οπλισμού Α του πυκνωτή δίνεται από την εξίσωση:

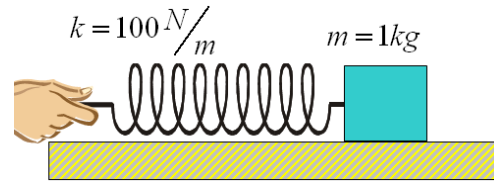
$$q=2\cdot 10^{-6}\cdot\eta\mu\omega t \text{ (S.I.)}$$



- i) Να βρεθεί η κυκλική ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος.
- ii) Πόσο είναι το φορτίο του οπλισμού Α του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t_1=\pi\cdot 10^{-4}\text{s}$;
- iii) Ποια είναι η εξίσωση της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα;
- iv) Να υπολογιστούν οι μέγιστες τιμές της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.
- v) Αν αυξήσουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή στην τιμή $C_2=6\mu\text{F}$, η ένδειξη του αμπερομέτρου:
 - α) θα αυξηθεί,
 - β) θα παραμείνει σταθερή
 - γ) θα μειωθεί.
- vi) Ποια τιμή πρέπει να πάρει η χωρητικότητα του πυκνωτή, ώστε το αμπερόμετρο να δείξει μέγιστη ένδειξη; Για την παραπάνω τιμή της χωρητικότητας, τι θα συμβεί με την ένδειξη του αμπερομέτρου, αν μειώσουμε την αντίσταση του αντιστάτη;

1.3.8. Ο διεγέρτης δρα στο άκρο του ελατηρίου.

Το σώμα του σχήματος βρίσκεται πάνω σε λεία σανίδα συνδεδεμένο με ιδανικό ελατήριο. Κινούμενο συναντά αντίσταση $F_{αντ} = -b.v$, όπου v η ταχύτητά του και $b = 5 \frac{N \cdot s}{m}$. Η ταλάντωση του χεριού το αναγκάζει να εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με εξίσωση $x = 0,2 \eta \mu 5t$ (S.I.).



- Να γραφούν οι εξισώσεις της ταχύτητας, της αντίστασης, της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης του χεριού.
- Υπολογίσατε συναρτήσει του χρόνου την επιμήκυνση του ελατηρίου και τη θέση του χεριού.
- Να υπολογίσατε συναρτήσει του χρόνου την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, την κινητική ενέργεια του σώματος και να τις παραστήσετε γραφικά.

1.3.9. Μια εξαναγκασμένη ταλάντωση και ρυθμοί μεταβολής.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=648N/m$. Σε μια στιγμή δέχεται περιοδική οριζόντια δύναμη F , με αποτέλεσμα να αρχίσει να ταλαντώνεται. Μόλις αποκατασταθεί σταθερή κατάσταση, λαμβάνοντας κάποια στιγμή σαν $t=0$, βρίσκουμε ότι το σώμα εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης

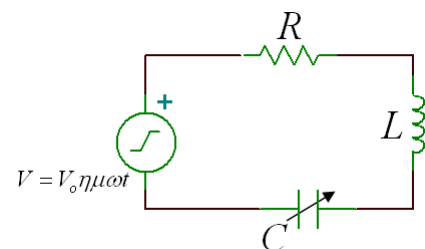
$$x=0,4 \cdot \eta \mu 20t \text{ (μονάδες στο S.I.)}$$

γύρω από την αρχική θέση ισορροπίας του. Στη διάρκεια της ταλάντωσης το σώμα δέχεται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ} = -4v$ (S.I.), όπου v η ταχύτητα του σώματος.

- Να βρεθούν η ιδιοσυχνότητα και η συχνότητα ταλάντωσης του σώματος.
- Για την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{4} s$ ζητούνται:
 - Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.
 - Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας.
 - Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα, μέσω του έργου της δύναμης απόσβεσης.
 - Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο σώμα μέσω της εξωτερικής δύναμης F .

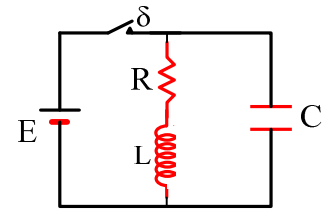
1.3.10. Συντονισμός.

Στο κύκλωμα του σχήματος υπάρχει η δυνατότητα μεταβολής της συχνότητας της πηγής-διεγέρτη και της χωρητικότητας του πυκνωτή. Αυξάνουμε συνεχώς την συχνότητα και παρατηρούμε αρχικά αύξηση και κατόπιν μείωση του πλάτους του ρεύματος. Τι θα συνέβαινε αν αντί την συχνότητα αυξάναμε την χωρητικότητα του μεταβλητού πυκνωτή;

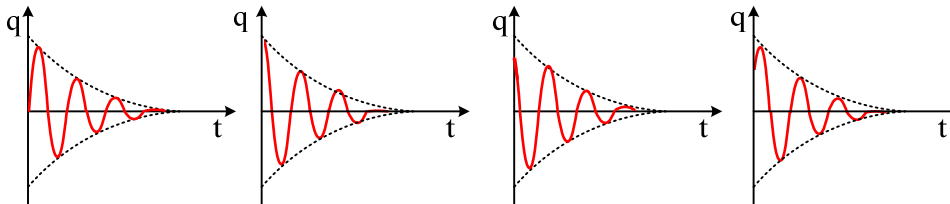


1.3.11. Πόση είναι η αρχική ενέργεια ταλάντωσης;

Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος, όπου ο διακόπτης είναι κλειστός για μεγάλο χρονικό διάστημα και η πηγή διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης. Δίνεται $E=20\text{V}$, $R=4\Omega$ και $C=5\mu\text{F}$, ενώ το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=4\cdot 10^{-3}\text{H}$

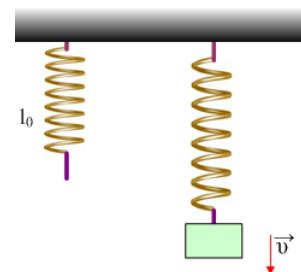


- i) Σε μια στιγμή, την οποία θεωρούμε $t=0$ ανοίγουμε το διακόπτη δ .
- ii) Αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη (για $t=0^+$), να βρεθούν:
 - α) Η ενέργεια της ταλάντωσης
 - β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.
 - γ) Ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του πυκνωτή και του πηνίου.
- iii) Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1 , το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα, η ένταση του οποίου παίρνει στιγμιαία τη μέγιστη τιμή της $I_1=4\text{A}$. Πόση θερμότητα έχει παραχθεί πάνω στον αντιστάτη από το άνοιγμα του διακόπτη, μέχρι τη στιγμή t_1 ;
- iv) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις παριστά το φορτίο του πυκνωτή (το φορτίο του πάνω οπλισμού, τον οποίο λαμβάνουμε σαν οπλισμό αναφοράς) σε συνάρτηση με το χρόνο;



1.3.12. Φθίνουσα Ταλάντωση και απώλεια ενέργειας.

Ένα ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ κρέμεται κατακόρυφα έχοντας φυσικό μήκος $l_0=0,5\text{m}$. Δένουμε στο κάτω άκρο του ένα σώμα μάζας 2kg και το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε αυτό εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της αντίστασης του αέρα, η οποία είναι της μορφής $F=-bv$. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα κάτω και το ελατήριο έχει μήκος $l_1=0,8\text{m}$. Στη θέση αυτή το σώμα έχει ταχύτητα $v_1=0,8\text{m/s}$ ενώ επιβραδύνεται με ρυθμό $5,2\text{m/s}^2$.



Να βρείτε:

- i) Την μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική από $0-t_1$.
- ii) Τη μείωση της ενέργειας ταλάντωσης
- iii) Τη σταθερά απόσβεσης b .
- iv) Τον ρυθμό με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1 .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

1.3.13. Ενέργειες στην εξαναγκασμένη ταλάντωση.

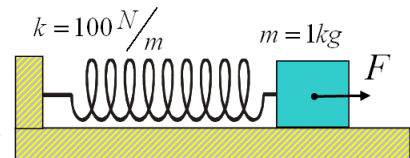
Ένα σώμα μάζα 1kg ταλαντώνεται κατά την διεύθυνση του άξονα x με την επίδραση μιας δύναμης επαναφοράς της μορφής $F_1=-80x$, όπου x η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, της δύναμης απόσβεσης της μορφής $F_2=-5v$, όπου v η ταχύτητά του και μιας εξωτερικής δύναμης της μορφής $F=F_0\cdot\eta\mu(10t+\phi_0)$. Μόλις σταθεροποιηθεί η κατάσταση, κάποια στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο

προς την θετική κατεύθυνση, θέτουμε $t=0$ και μετράμε το πλάτος της ταλάντωσης το οποίο βρίσκουμε $A=0,1\text{m}$.

- i) Να βρεθούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
- ii) Κάποια στιγμή t_1 το σώμα κατευθύνεται προς τη θέση ισορροπίας του, ευρισκόμενο σε απομάκρυνση $x_1=+6\text{cm}$. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:
 - α) Η κινητική και η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.
 - β) Οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και δυναμικής ενέργειας.
 - γ) Η ισχύς της δύναμης απόσβεσης και ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα μέσω της εξωτερικής δύναμης F .
- iii) Αν αυξήσουμε την συχνότητα της εξωτερικής δύναμης στην τιμή $f_1=2\text{Hz}$ το πλάτος ταλάντωσης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει σταθερό;

1.3.14. Ρυθμοί μεταβολής στην εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Το σώμα του σχήματος βρίσκεται πάνω σε λεία σανίδα συνδεδεμένο με ιδανικό ελατήριο. Κινούμενο συναντά αντίσταση $F_{\text{αντ}} = -b \cdot v$, όπου v η ταχύτητά του και $b = 2\sqrt{3} \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}}$. Δεχόμενο περιοδική δύναμη F εκτελεί



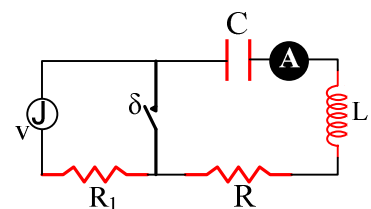
εξαναγκασμένη ταλάντωση με πλάτος $0,2\text{ m}$ και κυκλική συχνότητα $\omega = 5\text{ rad/s}$. Κάποια στιγμή μετά τη σταθεροποίηση του πλάτους βρίσκεται στη θέση $x = +0,1\text{ m}$ και πλησιάζει την θέση ισορροπίας.

- i) Να υπολογίσετε την ταχύτητα και την δύναμη αντίστασης εκείνη την στιγμή.
- ii) Υπολογίσατε την επιτάχυνση και την δύναμη του διεγέρτη την εν λόγω στιγμή.
- iii) Με ποιο ρυθμό προσφέρεται ενέργεια στο σύστημα εκείνη την στιγμή;
- iv) Ποιος είναι την ίδια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου;
- v) Ποιος είναι την ίδια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος και ποιος ο ρυθμός απώλειας ενέργειας λόγω της αντίστασης;

1.3.15. Μια εξαναγκασμένη αλλά και απεριοδική...

Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται $L=0,02\text{H}$ και $C=2\mu\text{F}$. Η γεννήτρια έχει τάση $v=20\cdot\eta\mu 4000t$ (S.I.) και ο διακόπτης δ είναι ανοικτός.

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λαθεμένες.



- i) Το κύκλωμα διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα με γωνιακή συχνότητα 5000rad/s .
- ii) Αν αφαιρεθεί ο αντιστάτης με αντίσταση R_1 , θα αυξηθεί η ένδειξη του αμπερομέτρου.
- iii) Αν η γωνιακή συχνότητα της γεννήτριας γίνει ίση με 5000rad/s η ένδειξη του αμπερομέτρου γίνεται μέγιστη.
- iv) Σε μια στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο, έστω $t=0$, κλείνουμε το διακόπτη δ .
 - α) Να κάνετε τα διαγράμματα $q=f(t)$ και $i=f(t)$ (ποιοτικά διαγράμματα), όπου i η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το αμπερόμετρο.

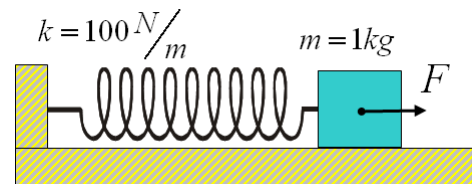
- β) Η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης θα είναι ίση, μεγαλύτερη ή μικρότερη από 5000 rad/s ;
- γ) Η κυκλική συχνότητα μιας φθίνουσας ηλεκτρικής ταλάντωσης σε κύκλωμα RLC δίνεται από τη σχέση:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Για ποια τιμή της αντίστασης το κύκλωμα σταματά να εκτελεί ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις;

1.3.16. Υπολογίσατε τη δύναμη στην εξαναγκασμένη ταλάντωση.

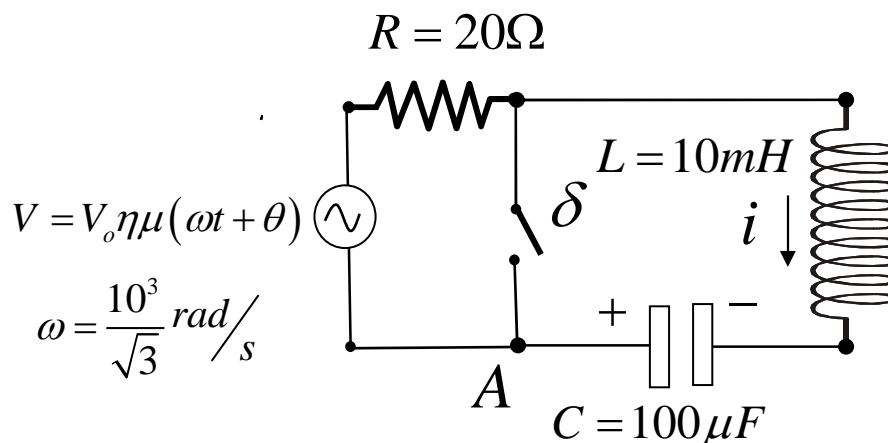
Το σώμα του σχήματος βρίσκεται πάνω σε λεία σανίδα συνδεδεμένο με ιδανικό ελατήριο. Κινούμενο συναντά αντίσταση $F_{αντ} = -b.v$, όπου v η ταχύτητά του και $b = 15 \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}}$. Δεχόμενο περιοδική δύναμη F εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με εξίσωση $x = 0,2\eta\mu 5t$ (S.I).



- Να γραφούν οι εξισώσεις της ταχύτητας, της αντίστασης, της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης του διεγέρτη.
- Υπολογίσατε και παραστήσατε γραφικά τον ρυθμό με τον οποίο το σύστημα, λόγω αντίστασης, χάνει ενέργεια για μια περίοδο.
- Τι παριστάνει το εμβαδόν της;

1.3.17. Ηλεκτρική ταλάντωση αρχικά εξαναγκασμένη, κατόπιν ελεύθερη.

Αρχικά ο διακόπτης δ είναι ανοικτός και το κύκλωμα εκτελεί εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ω . Το μέγιστο φορτίο στον πυκνωτή είναι $200 \mu\text{C}$.



Κάποια στιγμή όπου το φορτίο και το ρεύμα είναι όπως στο σχήμα κλείνει ο διακόπτης.

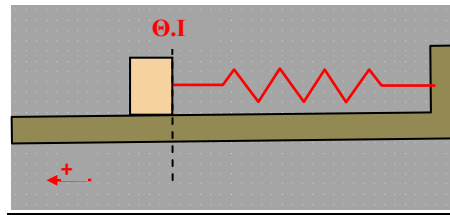
Το φορτίο στον πυκνωτή είναι την στιγμή αυτήν $100 \mu\text{C}$. Η χρονική στιγμή αυτή θα εκληφθεί στη συνέχεια ως μηδέν και ως οπλισμός αναφοράς ο A. (Το φορτίο θα χαρακτηρίζεται θετικό αν ο A έχει θετικό φορτίο και το ρεύμα θετικό αν η συμβατική φορά κατευθύνεται προς τον A).

- Βρείτε την αλγεβρική τιμή του ρεύματος τη στιγμή μηδέν.

- iv) Βρείτε την ίδια στιγμή τους ρυθμούς μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας στον πυκνωτή και τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας στον αντιστάτη.
- v) Μετά το κλείσιμο του διακόπτη γράψτε τις εξισώσεις του φορτίου και του ρεύματος.
- vi) Τη στιγμή του κλεισίματος του διακόπτη βρείτε τους ρυθμούς μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας στον πυκνωτή και της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.
- vii) Να παρασταθεί γραφικά το φορτίο συναρτήσει του χρόνου. Να απεικονίζεται και το παρελθόν.

1.3.18. Μια φθίνουσα και μια εξαναγκασμένη με τριβή ολίσθησης

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα ηρεμεί στην θέση ισορροπίας (Θ.Ι) που αντιστοιχεί στο φυσικό μήκος του ελατηρίου.



Απομακρύνω το σώμα από την (Θ.Ι) κατά (A_0) και το αφήνω ελεύθερο να κινηθεί.

- Ποιες είναι οι προϋποθέσεις για να κινηθεί το σώμα.
- Αν το σώμα κινηθεί και την στιγμή που περνά από την (Θ.Ι) έχει ταχύτητα ίση με το 80% της ταχύτητας που θα είχε αν η ταλάντωση ήταν Γ.Α.Τ. να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επίπεδου.
- Να βρείτε την ενέργεια που πρέπει να απορροφά σε κάθε περίοδο το σύστημα για να συντηρείται η Γ.Α.Τ. με πλάτος A_0 και συχνότητα ταλάντωσης ίση με την ιδιοσυχνότητα (ω_0).
- Το σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη Γ.Α.Τ. με πλάτος (A_0). Να βρεθεί η σχέση του χρονικού ρυθμού μετατροπής της ενέργειας ταλάντωσης σε θερμότητα με τον χρόνο. Να γίνει γραφική η παράσταση της.

Για τους υπολογισμούς γνωστά θεωρούνται : k , m , g , A_0 .

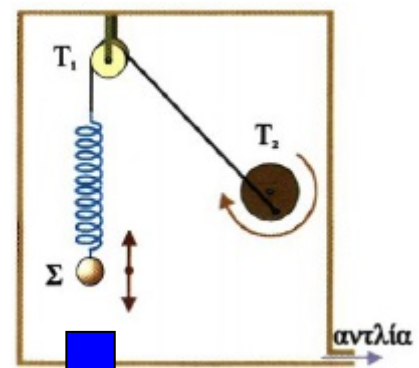
Επίσης σ' αυτές τις ταχύτητες ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι σταθερός.

1.3.19. Εξαναγκασμένη Ταλάντωση

Ένα σώμα Σ μάζας $m=1\text{kg}$, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου, είναι δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση σταθεράς απόσβεσης b με τη βοήθεια της διπλανής διάταξης. Ο τροχός περιστρέφεται με συχνότητα f_1 τέτοια ώστε να ολοκληρώνει 200 περιστροφές σε χρονική διάρκεια 20π s, με αποτέλεσμα το σώμα στη μόνιμη κατάσταση να ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης $x=0,05\eta\mu\omega t$ (S.I.).

Μειώνοντας την συχνότητα περιστροφής του τροχού κατά 55%, το πλάτος μεταβάλλεται κατά 3cm και γίνεται το μέγιστο δυνατό.

- α) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα του πλάτους σε συνάρτηση με την



συχνότητα περιστροφής του τροχού σε βαθμολογημένους άξονες.

β) Η ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης του συστήματος μπορεί να είναι:

$$\text{i) } \frac{3}{\pi} \text{ Hz}$$

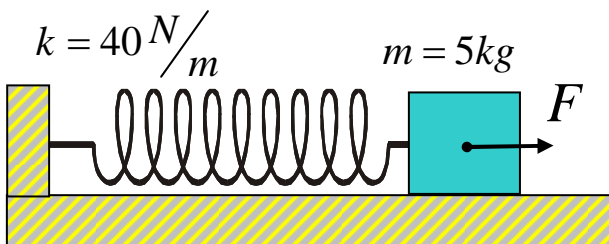
$$\text{ii) } \frac{4}{\pi} \text{ Hz}$$

$$\text{iii) } \frac{5}{\pi} \text{ Hz}$$

γ) Για την τιμή ιδιοσυχνότητας που υπολογίσατε στο (β) ερώτημα να υπολογίσετε την σταθερά του ελατηρίου και το πλάτος στην κατάσταση συντονισμού.

δ) Κάποια στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση $x_1 = +4\text{cm}$ πλησιάζοντας προς τη θέση ισορροπίας του και η διεγείρουσα δύναμη έχει τιμή $F_\delta = -12,12\text{N}$. Να υπολογιστεί η σταθερά απόσβεσης b .

1.3.20. Υπολογίσατε το πλάτος στην εξαναγκασμένη ταλάντωση.



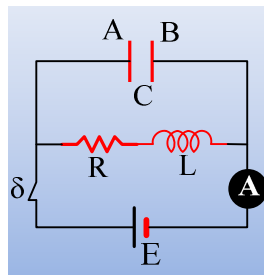
Το σώμα του σχήματος βρίσκεται πάνω σε λεία σανίδα συνδεδεμένο με ιδανικό ελατήριο. Κινούμενο συναντά αντίσταση $F_{αντ} = -b \cdot v$, όπου v η ταχύτητά του και $b = 10 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$. Δεχόμενο την περιοδική δύναμη $F = 0,8\sqrt{2}\eta\mu 2t$ (S.I) εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση.

σμένη ταλάντωση.

Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης μετά τα μεταβατικά φαινόμενα.

1.3.21. Μια Φθίνουσα Ηλεκτρική Ταλάντωση.

Δίνεται το κύκλωμα, όπου το αμπερόμετρο δείχνει σταθερή ένδειξη $I = 10\text{A}$, ενώ ο αντιστάτης έχει αντίσταση $R = 5\Omega$. Το πηνίο είναι ιδανικό με αυτεπαγωγή $L = 2\text{mH}$, ενώ ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C = 20\mu\text{F}$. Σε μια στιγμή την οποία θεωρούμε $t = 0$, ανοίγουμε το διακόπτη δ .



A) Για αμέσως μετά το άνοιγμα του διακόπτη, να βρεθούν:

- i) Η ενέργεια ταλάντωσης.
- ii) Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο.

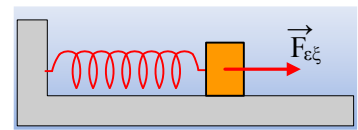
B) Μετά από λίγο, τη χρονική στιγμή t_1 το φορτίο του πυκνωτή (του οπλισμού αναφοράς μας A) είναι $q_1 = 0,5\text{mC}$, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα $i_1 = -2\text{A}$. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

- iii) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- iv) Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

- Γ) Μια άλλη χρονική στιγμή t_2 το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδενικό, ενώ η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα έχει αντίθετη φορά και τιμή $|i_2|=4,6$ A . Να βρεθούν για τη στιγμή αυτή:
- v) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
 - vi) Οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.
- Δ) Κάποια στιγμή t_3 ο πυκνωτής έχει φορτίο $q_3=-0,4$ mC ενώ η ένταση του ρεύματος είναι $i_3=-2$ A.
- vii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
 - viii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή και της ενέργειας μαγνητικού πεδίου του πηνίου.

1.3.22. Ας δούμε και μια εξαναγκασμένη...

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς $k=180$ N/m. Ασκούμε πάνω του μια περιοδική οριζόντια δύναμη, υποχρεώνοντάς το να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{av}=-bv$. Μόλις σταματήσουν τα μεταβατικά φαινόμενα, το σώμα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος $A=0,2$ m. Θεωρώντας $t=0$ κάποια στιγμή, που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, βρίσκουμε ότι η εξωτερική δύναμη παρέχεται από την εξίσωση:



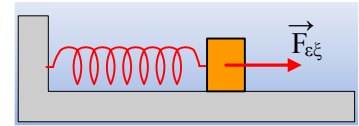
$$F_{εξ} = 4\sqrt{2} \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (S.I.)}$$

- i) Να βρεθούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο.
- ii) Να βρεθεί η δύναμη απόσβεσης τη στιγμή $t=0$, καθώς και η σταθερά απόσβεσης b .
- iii) Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{7\pi}{40}$ s να βρεθούν:
 - α) Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.
 - β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας.
 - γ) Ο ρυθμός με τον οποίο αφαιρείται ενέργεια από το σώμα μέσω της δύναμης απόσβεσης.
 - δ) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης.
- iv) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα, τη χρονική στιγμή $t_2 = \frac{\pi}{30}$ s ;
- v) Αν μεταβάλουμε τη συχνότητα της εξωτερικής δύναμης στην τιμή $f_2=2$ Hz, τι θα συμβεί με το πλάτος της ταλάντωσης (μετά το τέλος των μεταβατικών φαινομένων και την αποκατάσταση σταθερής κατάστασης);

$$\text{Δίνεται } \eta\mu\left(\frac{\pi}{12}\right) \approx 0,26$$

1.3.23. Ας δούμε κάτι ακόμη σε μια εξαναγκασμένη...

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου, σταθεράς $k=180\text{N/m}$. Ασκούμε πάνω του μια περιοδική οριζόντια δύναμη, υποχρεώνοντάς το να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση, όπου η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής $F_{\text{att}}=-bv$. Μόλις σταματήσουν τα μεταβατικά φαινόμενα, το σώμα ταλαντώνεται με σταθερό πλάτος $A=0,2\text{m}$. Θεωρώντας $t=0$ κάποια στιγμή, που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, βρίσκουμε ότι η εξωτερική δύναμη παρέχεται από την εξίσωση:



$$F_{\varepsilon\xi} = F_{\max} \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{4}\right) \text{ (S.I.)}$$

Να βρεθούν:

- i) το πλάτος της εξωτερικής δύναμης F_{\max}
- ii) η σταθερά απόσβεσης b .

1.3.24. Φθίνουσα και εξαναγκασμένη ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας 2kg δένεται από το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς 200N/m το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Μετακινούμε το σώμα προς τα πάνω και το φέρνουμε στην θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Την χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο από την θέση αυτή και εκτελεί ταλάντωση. Πάνω στο σώμα εκτός από την δύναμη επαναφοράς ασκείται και εξωτερική δύναμη αντίστασης της μορφής $F' = -bv$, όπου b η σταθερά απόσβεσης και v η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος. Παρατηρούμε ότι μετά από 2s το πλάτος της ταλάντωσης έχει υποτετραπλασιαστεί. Να βρείτε:

- i) την ενέργεια που προσφέρθηκε αρχικά στο σύστημα για να εκτελέσει ταλάντωση και την αρχική επιτάχυνση του σώματος.
- ii) την σταθερά Λ της ταλάντωσης και το έργο της δύναμης αντίστασης από την $t = 0$ ως την 2s.
- iii) την απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας συναρτήσει του χρόνου.

Μετά την 2s εξαναγκάζουμε το σύστημα σε αμείωτη ταλάντωση, οπότε ασκούμε μια κατάλληλη εξωτερική περιοδική δύναμη.

- iv) Ποια πρέπει να είναι η τιμή της συχνότητας της εξωτερικής δύναμης ώστε το σύστημα να ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος αυτό που είχε τη στιγμή $t=2\text{s}$;
- v) Ποιος είναι ο ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας της εξωτερικής δύναμης όταν το σώμα διέρχεται από την θέση ισορροπίας του;

Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $\ln 2=0,7$ και ότι η σταθερά απόσβεσης είναι αρκετά μικρή ώστε να θεωρήσουμε την περίοδο ίση με την περίοδο της αμείωτης ταλάντωσης του σώματος.