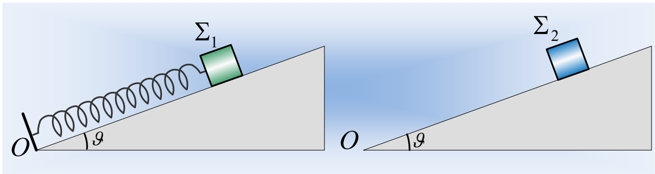
1.1. Μηχανικές Ταλαντώσεις. Ομάδα Στ.

101) Δυο σώματα αφήνονται να κινηθούν.



Δυο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, ίδιας μάζας m=2kg, συγκρατιόνται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο απέχοντας κατά D=1,5m από την κορυφή του Ο. Το $Σ_1$ είναι δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=20N/m με φυσικό μήκος l_0=1,2m, το άλλο άκρο του οποίου δένεται σε στήριγμα στη βάση του επιπέδου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή (t_0=0) αφήνουμε ταυτόχρονα τα σώματα να κινηθούν.

i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση κάθε σώματος.

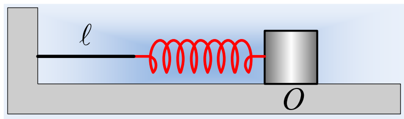
ii) Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σωμάτων, τη στιγμή t_1 που αποκτούν ίσες επιταχύνσεις για πρώτη φορά.

iii) Πόσο απέχει κάθε σώμα από την κορυφή Ο του επιπέδου τη στιγμή t_2 που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$;

iv) Να παρασταθεί γραφικά η ταχύτητα κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_2, στο ίδιο διάγραμμα.

Το κεκλιμένο επίπεδο έχει κλίση θ, με ημθ=0,3, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2 και $π^2$≈10.

102) Μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος.



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο στη θέση Ο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=20N/m, όπως στο σχήμα, όπου το ελατήριο συνδέεται με κατακόρυφο τοίχο με νήμα μήκους l=1m, το οποίο είναι τεντωμένο. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά κατά (π/5)m και τη στιγμή t_0=0, το αφήνουμε να κινηθεί. Λαμβάνοντας τη θέση Ο ως αρχή του άξονα (x=0) και θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, να βρεθούν:

i) Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

ii) Η χρονική στιγμή t_1 όπου θα σταματήσει η προς τα αριστερά κίνηση του σώματος.

iii) Η εξίσωση της θέσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο (x_1=f(t)) , μέχρι τη στιγμή t_1. Να γίνει και η αντίστοιχη γραφική.

iv) Αν σε μια άλλη περίπτωση, το σώμα εκτελούσε κίνηση με εξίσωση:

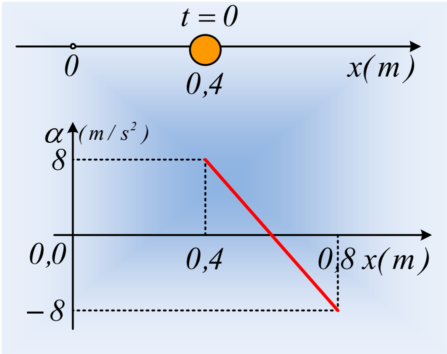
$$x=x_1+2\cdot συν(πt)$$

όπου x_1 η θέση του σώματος κατά την παραπάνω κίνηση, να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_2=0,75s.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

103) Η θέση και η απομάκρυνση σε μια ΑΑΤ.

Ένα σώμα μάζας m=0,1kg κινείται κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x, εκτελώντας ΑΑΤ, ενώ η επιτάχυνσή του σε συνάρτηση με τη θέση του, δίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



i) Γύρω από ποια θέση ταλαντώνεται το σώμα και με ποιο πλάτος;

ii) Να βρεθούν οι εξισώσεις:

α) της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και

β) της θέσης του σώματος

σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν οι γραφικές τους παραστάσεις, αν το σώμα τη στιγμή t_0=0 βρίσκεται στη θέση x_0=0,4m.

iii) Να παρασταθεί επίσης γραφικά η δυναμική ενέργεια του σώματος, σε συνάρτηση:

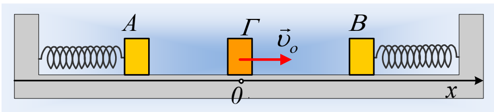
α) με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας

β) με την θέση του σώματος.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

104) Τέσσερες κρούσεις σε μια περίοδο

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα δύο όμοιων ελατηρίων, ηρεμούν δυο σώματα Α και Β, της ίδιας μάζας m=1kg, σε απόσταση 2m. Στο μέσον της απόστασής του, την οποία θεωρούμε ως αρχή ενός άξονα x, τοποθετούμε ένα τρίτο σώμα Γ, της ίδιας μάζας, το οποίο εκτοξεύουμε στη διεύθυνση x με ταχύτητα υ_o=2m/s, όπως στο σχήμα τη στιγμή t_0=0. Το σώμα Γ φτάνει στη θέση x=0, κινούμενο ξανά προς τα δεξιά με ταχύτητα υ_1 τη στιγμή t΄=3s, αφού προηγουμένως έχει συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά πρώτα με το Β και μετά με το Α σώμα.



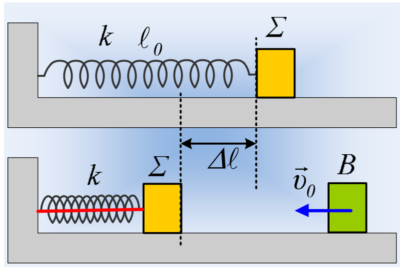
i) Να βρεθεί η ταχύτητα υ_1, καθώς και η σταθερά k των ελατηρίων.

ii) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης κάθε σώματος τις χρονικές στιγμές t_1=0,25s, t_2=0,6s, t_3=2,3s και t_4=2,7s.

iii) Να γράψετε τις εξισώσεις x=f(t) για τις θέσεις κάθε σώματος (πάνω στον καθορισμένο άξονα x) σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t΄.

Να παραστήσετε γραφικά τις παραπάνω εξισώσεις (συναρτήσεις) x=f(t).

105) Με την κρούση, κόβουμε και το νήμα



Ένα σώμα Σ μάζας m=4kg ηρεμεί δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μετακινούμε το σώμα προς τα αριστερά συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά Δl και στη θέση αυτή το δένουμε με το νήμα, όπως στο κάτω σχήμα.

Ένα δεύτερο σώμα Β της ίδιας μάζας m κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με διεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου, με σταθερή ταχύτητα υ_0=1m/s. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή t_0=0. Τη στιγμή της κρούσης, με ένα ψαλίδι, κόβουμε ταυτόχρονα και το νήμα που συγκρατούσε το σώμα Σ. Μετά την κρούση το Σ κινείται προς τα αριστερά μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του τη στιγμή t_1=1/3s.

i) Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους.

ii) Να βρεθεί η μεταβολή της φάσης της απομάκρυνσης του σώματος Σ, από την στιγμή της κρούσης έως τη στιγμή t_1.

iii) Να βρεθεί η αρχική συσπείρωση Δl του ελατηρίου.

iv) Αν τα δυο σώματα συγκρούονται ξανά κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή t_2, ζητούνται:

α) Η απόσταση των δύο σωμάτων, όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό μήκος του, για πρώτη φορά.

β) Πόσο καθυστέρησε η απόκτηση του φυσικού μήκους του ελατηρίου, εξαιτίας της δεύτερης κρούσης μεταξύ των σωμάτων;

γ) Θεωρώντας τη θέση φυσικού μήκος του ελατηρίου, ως αρχή ενός οριζόντιου άξονα x, με θετική φορά προς τα δεξιά, να γράψετε τις συναρτήσεις x=x(t), της θέσης κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις τους.

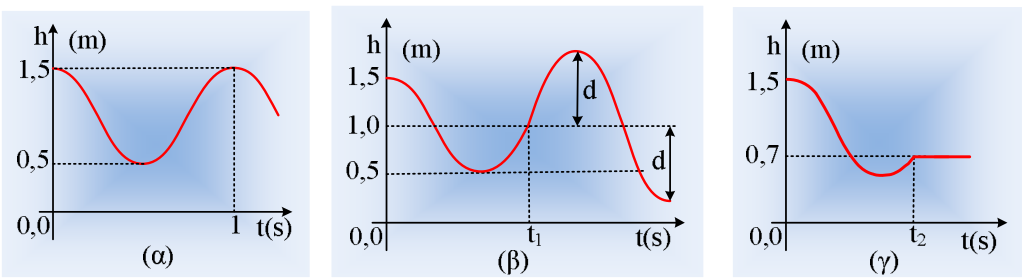
Δίνεται ότι η διάρκεια κάθε κρούσης είναι αμελητέα, τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων και $\pi^2 \approx 10$.

106) Μια ταλάντωση και το ύψος

Ένα σώμα Σ μάζας 1kg, εκτελεί αατ στο άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου.

i) Να αποδείξετε ότι το ύψος h του σώματος από το έδαφος, είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

ii) Αν η γραφική παράσταση του ύψους του σώματος από το έδαφος είναι της μορφής του (α) σχήματος, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική.



iii) Σε μια επανάληψη του πειράματος, το σώμα Σ κάποια στιγμή t_1 συγκρούεται με δεύτερο σώμα Β, το οποίο κινείται κατακόρυφα, με αποτέλεσμα η γραφική παράσταση του ύψους σε συνάρτηση με το χρόνο, να είναι της μορφής του (β) σχήματος.

α) Η κρούση αυτή είναι πλαστική ή όχι και γιατί;

β) Το σώμα Β πριν την κρούση είχε ταχύτητα προς τα πάνω ή προς τα κάτω;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

iv) Σε ένα άλλο πείραμα το σώμα Σ συγκρούεται με σώμα Γ, με αποτέλεσμα η αντίστοιχη γραφική παράσταση να είναι η (γ) στο παραπάνω σχήμα.

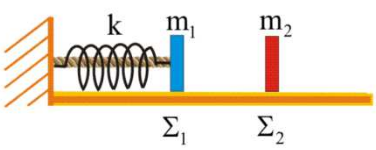
α) Πόση είναι η μάζα του σώματος Γ;

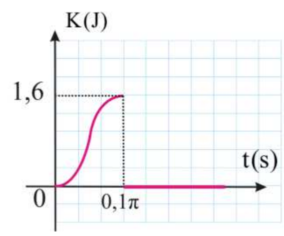
β) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Γ ελάχιστα πριν την κρούση.

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $\pi^2 \approx 10$.

107) Το ελάχιστο που μπορείς να κάνεις για να με σταματήσεις!

Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k = 20N/m το αριστερό άκρο του οποίο είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το δάπεδο πάνω στο οποίο μπορεί να κινηθεί το σώμα $Σ_1$ είναι λείο. Με τη βοήθεια νήματος το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά απόσταση d σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή t = 0 κόβουμε το νήμα με αποτέλεσμα το σώμα $Σ_1$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Σε κάποια άγνωστη απόσταση από το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2.





Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται το διάγραμμα της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο.

i) Η σύγκρουση των δύο σωμάτων γίνεται στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ii) Πόση είναι η μάζα m_1 του σώματος $Σ_1$;

iii) Πόση είναι η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων;

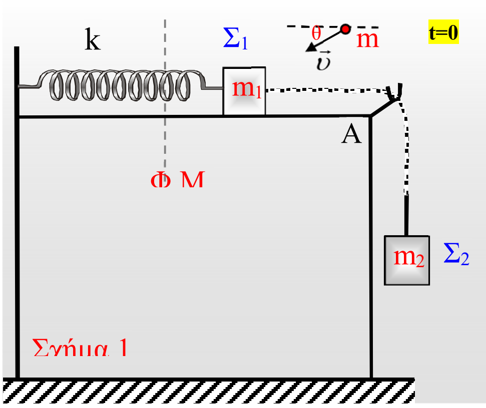
iv) Πόσο ήταν το μέτρο της τάσης του νήματος λίγο πριν το κόψουμε;

v) Ποια είναι η ελάχιστη τιμής της μάζας m_2 του σώματος $Σ_2$ έτσι ώστε να πραγματοποιηθεί η παραπάνω κρούση;

vi) Θεωρώντας ότι το σώμα $Σ_2$ έχει μάζα ίση με την ελάχιστη τιμή που μπορεί να έχει για να συμβεί το παραπάνω φαινόμενο, να βρείτε την απόσταση των σωμάτων τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,2\pi$ s.

Θεωρήστε αμελητέα τη χρονική διάρκεια της κρούσης.

108) Δύο σώματα ταλαντώνονται ύστερα από μια ιδιαίτερη κρούση...



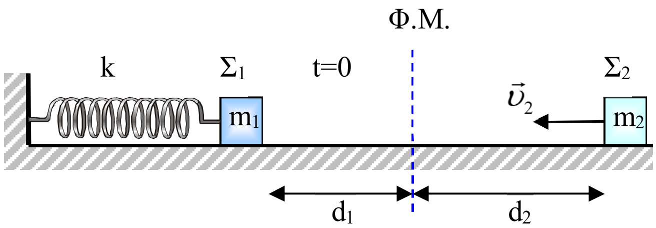
Το σώμα Σ_1 του διπλανού σχήματος έχει μάζα m_1=1,9kg και είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=500N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε τοίχο. Από την άλλη μεριά του σώματος Σ_1 μέσω ιδανικού μη εκτατού σχοινιού δένουμε το σώμα Σ_2 μάζας m_2=3kg και το σύστημα που προκύπτει αρχικά ισορροπεί. Ο οδηγός του σχοινιού που βρίσκεται στη γωνία Α δεν εμφανίζει τριβές με αυτό. Κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0 ένα βλήμα μάζας m=100g κινείται με ταχύτητα μέτρου υ=200m/s που σχηματίζει γωνία θ=60° με την οριζόντια διεύθυνση συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1.

i) Να βρείτε την αρχική επιμήκυνση ℓ_0 του ελατηρίου και να εξετάσετε κατά πόσο επηρεάζει το βάρος w_1 του σώματος την θέση ισορροπίας.
ii) Να βρείτε την ταχύτητα των σωμάτων του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.
iii) Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα (Σ_1-βλήμα) εκτελεί αρμονική ταλάντωση.
iv) Να βρείτε την εξίσωση της κίνησης του συσσωματώματος (Σ_1-βλήμα) και του σώματος Σ_2.
v) Αν το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{θρ}$=60N να βρείτε αν το νήμα αρχικά χαλαρώνει ή κόβεται και ποια είναι η ταχύτητα των σωμάτων τη στιγμή αυτή.
vi) Να βρείτε το νέο πλάτος ταλάντωσης του συστήματος (Σ_1-βλήμα) στηριζόμενοι στο ερώτημα ***v)*** και την νέα εξίσωσης ταλάντωσής του.
vii) Να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης των σωμάτων (Σ_1-βλήμα) από τη στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως ότου μηδενιστεί η ταχύτητά τους για $1^η$ φορά. Ως σημείο αναφοράς να θεωρείστε την αρχική θέση ισορροπίας των σωμάτων πριν την κρούση.

Θεωρείστε θετική φορά για τις κινήσεις των σωμάτων τη φορά κίνησης που έχουν μετά την κρούση. Η κρούση διαρκεί σχεδόν ακαριαία, το σχοινί μένει συνεχώς τεντωμένο και τα σώματα δεν αλλάζουν θέση κατά τη διάρκειά της. Οι ωθήσεις των εξωτερικών δυνάμεων είναι πολύ μικρότερες συγκριτικά με τις εσωτερικές.

Δίνεται $g=10m/s^2$, $\sqrt{0.0136}=0.12$, $\sqrt{10}=\pi$, $ημ(θ)=1/3 \Rightarrow θ \simeq \pi/10rad$

109) Πόσο θα πρέπει να απέχουν;



Το σώμα Σ_1 με μάζα m_1=1kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε τοίχο όπως φαίνεται στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα κατά d_1=0,4m από τη Θ.Ι. και την t=0 το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση στο λείο οριζόντιο δάπεδο.

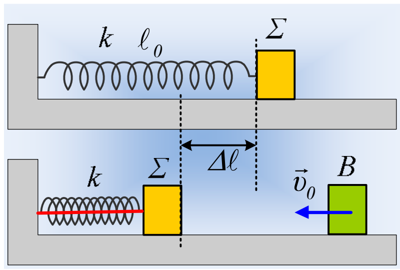
Στην ίδια ευθεία με το σώμα Σ_1 κινείται προς τα αριστερά με σταθερή ταχύτητα υ_2 δεύτερο σώμα Σ_2 με μάζα m_2=3kg που την χρονική στιγμή t=0 απέχει απόσταση d_2 από το δεξί άκρο του ελατηρίου όταν αυτό έχει το φυσικό του μήκος. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά στην θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος όταν το σώμα Σ_1 περνά για πέμπτη φορά από τη θέση αυτή.

Η απόσταση d που θα πρέπει να απέχουν αρχικά τα σώματα ώστε το συσσωμάτωμα που δημιουργείται να ταλαντώνεται με πλάτος ίδιο με το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 είναι:

α) $d = \frac{34,26}{15} m$ ***β)*** $d = \frac{32,26}{10} m$ ***γ)*** $d = \frac{30,26}{5} m$

Δίνεται π=3,14

110) Με την κρούση, κόβουμε και το νήμα



Ένα σώμα Σ μάζας m=4kg ηρεμεί δεμένο στο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μετακινούμε το σώμα προς τα αριστερά συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά Δl και στη θέση αυτή το δένουμε με το νήμα, όπως στο κάτω σχήμα.

Ένα δεύτερο σώμα Β της ίδιας μάζας m κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με διεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου, με σταθερή ταχύτητα υ_0=1m/s. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή t_0=0. Τη στιγμή της κρούσης, με ένα ψαλίδι, κόβουμε ταυτόχρονα και το νήμα που συγκρατούσε το σώμα Σ. Μετά την κρούση το Σ κινείται προς τα αριστερά μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του τη στιγμή t_1=1/3s.

i) Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση τους.

ii) Να βρεθεί η μεταβολή της φάσης της απομάκρυνσης του σώματος Σ, από την στιγμή της κρούσης έως τη στιγμή t_1.

iii) Να βρεθεί η αρχική συσπείρωση Δl του ελατηρίου.

iv) Αν τα δυο σώματα συγκρούονται ξανά κεντρικά και ελαστικά τη στιγμή t_2, ζητούνται:

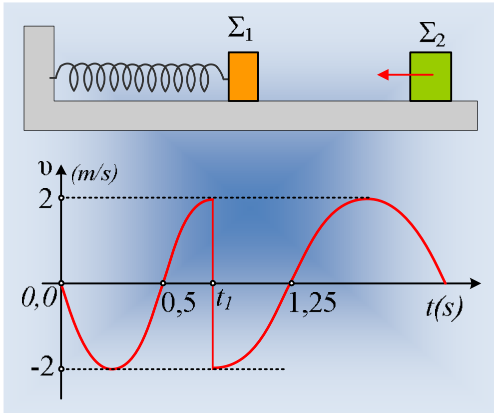
α) Η απόσταση των δύο σωμάτων, όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό μήκος του, για πρώτη φορά.

β) Πόσο καθυστέρησε η απόκτηση του φυσικού μήκους του ελατηρίου, εξαιτίας της δεύτερης κρούσης μεταξύ των σωμάτων;

γ) Θεωρώντας τη θέση φυσικού μήκος του ελατηρίου, ως αρχή ενός οριζόντιου άξονα x, με θετική φορά προς τα δεξιά, να γράψετε τις συναρτήσεις x=x(t), της θέσης κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις τους.

Δίνεται ότι η διάρκεια κάθε κρούσης είναι αμελητέα, τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων και $\pi^2 \approx 10$.

111) Πληροφορίες από ένα διάγραμμα ταχύτητας



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg εκτελεί ΑΑΤ δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη στιγμή t_1 το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο σώμα $Σ_2$, το οποίο κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Στο σχήμα δίνεται το διάγραμμα της ταχύτητας του $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική. Αντλώντας στοιχεία από το διάγραμμα αυτό, να απαντήσετε στις ακόλουθες ερωτήσεις:

i) Ποια η τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου και ποια η αρχική απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$;

ii) Η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι ελαστική ή όχι; Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

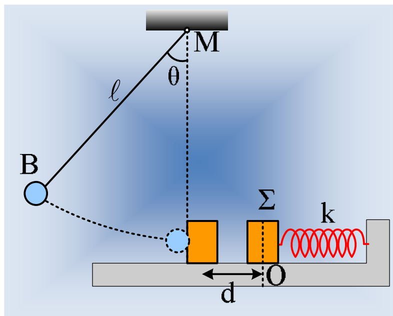
iii) Πόση είναι η μάζα του σώματος $Σ_2$ και ποια η ταχύτητά του ελάχιστα πριν την κρούση;

iv) Πόσο τοις εκατό μετεβλήθη το πλάτος ταλάντωσης, λόγω της κρούσης;

v) Να δώσετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο (x-t) για την νέα ταλάντωση που προκύπτει μετά την κρούση.

Δίνεται $π^2 \approx 10$.

112) Στη διάρκεια της ταλάντωσης έχουμε μια κρούση



Ένα σώμα Σ μάζας M=3kg ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς k=375N/m, γύρω από μια θέση ισορροπίας Ο, όπως στο σχήμα, έχοντας ενέργεια ταλάντωσης E_1=7,5J. Μια σφαίρα μάζας m=1kg είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους l=2m, το άλλο άκρο του οποίου είναι σταθερά δεμένο στο σημείο Μ. Η σφαίρα συγκρατείται στη θέση Β, με το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ, όπου συνθ=0,6. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα να κινηθεί και αυτή συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ, τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο και το Σ απέχει κατά d, από τη θέση ισορροπίας του. Μετά την κρούση η σφαίρα επιστρέφει μέχρι τη θέση που το νήμα να σχηματίσει με την κατακόρυφο γωνία φ, όπου συνφ=0,9.

Να υπολογιστούν:

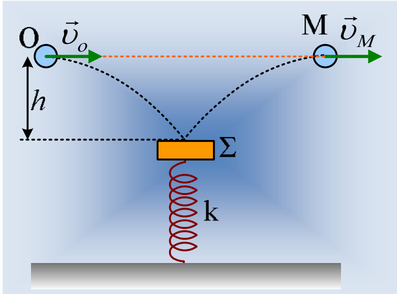
i) Οι ταχύτητες της σφαίρας, ελάχιστα πριν την κρούση και αμέσως μετά από αυτήν.

ii) Οι αντίστοιχες ταχύτητες του σώματος Σ.

iii) Η απόσταση d της θέσης κρούσης, από τη θέση ισορροπίας του σώματος Σ.

iv) Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα Σ, μετά την κρούση.

113) Μια κρούση στη διάρκεια μιας οριζόντιας βολής



Από μια θέση Ο, σε ορισμένο ύψος από το έδαφος, εκτοξεύεται οριζόντια μια σφαίρα μάζας m=1kg με ταχύτητα υ_o=1m/s. Η σφαίρα στην πορεία της και αφού μετατοπισθεί κατακόρυφα κατά h=0,2m, συναντά μια πλάκα Σ μάζας M=2kg. Η πλάκα πριν την κρούση ταλαντώνεται κατακόρυφα με πλάτος A_1=0,3m, στο πάνω άκρο ιδανικού ελατηρίου, με φυσικό μήκος l_o=1,2m και σταθερά k=25N/m. Η κρούση είναι ελαστική, χωρίς να εμφανιστούν τριβές στη διάρκειά της. Μετά από λίγο, η σφαίρα φτάνει στο σημείο Μ, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το σημείο εκτόξευσης Ο, έχοντας οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_M.

i) Να υπολογίσετε την ταχύτητα υ_M.

ii) Να βρείτε την μεταβολή της ορμής της σφαίρας, εξαιτίας της κρούσης.

iii) Ποια η ταχύτητα της πλάκας ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την κρούση της με τη σφαίρα;

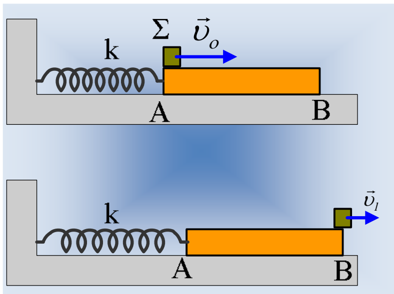
iv) Πόσο απέχει από το έδαφος η πλάκα της στιγμής της κρούσης;

v) Να βρεθεί το νέο πλάτος ταλάντωσης της πλάκας, μετά την κρούση.

Δίνεται g=10m/s^2.

114) Τριβή ολίσθησης και αρμονική ταλάντωση

Μια ομογενής σανίδα ΑΒ μήκους l και μάζας Μ=4kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένη στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=40N/m. Τοποθετείται πάνω στη σανίδα, στο άκρο της Α, ένα σώμα Σ, μάζας m=2kg, το οποίο εμφανίζει με τη σανίδα συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4.



Σε μια στιγμή t=0, το σώμα Σ δέχεται στιγμιαίο κατάλληλο κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτήσει ταχύτητα υ_o=6m/s και να κινηθεί κατά μήκος της σανίδας, εγκαταλείποντάς την, μετά από λίγο, από το άκρο της Β, με ταχύτητα υ_1=2m/s, όπως στο σχήμα.

i) Να υπολογιστεί το μήκος της σανίδας.

ii) Αν το άκρο της σανίδας Α βρίσκεται αρχικά στη θέση x=0, να γίνει η γραφική παράσταση x=x(t) της θέσης του σε συνάρτηση με το χρόνο

Δίνεται π^2≈10.

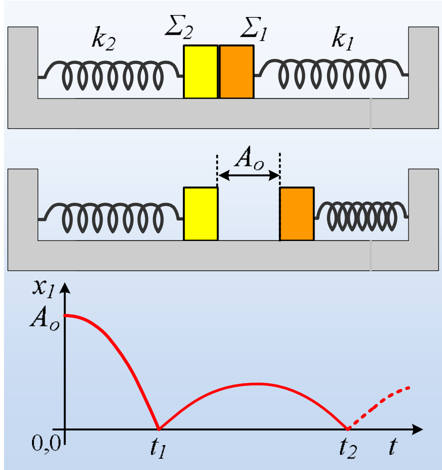
115) Οι ταλαντώσεις και ένα διάγραμμα

Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ του διπλανού σχήματος, είναι δεμένα στα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων και ισορροπούν σε επαφή, πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο.

i) Αν το πρώτο ελατήριο σταθεράς k_1 έχει το φυσικό μήκος του, να αποδείξτε ότι και το δεύτερο ελατήριο k_2, έχει επίσης το φυσικό του μήκος.

Εκτρέπουμε το σώμα $Σ_1$ προς τα δεξιά συμπιέζοντας το ελατήριο κατά A_0 και το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Στο κάτω σχήμα δίνεται η απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου τις στιγμές t_1 και

t_2 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα $Σ_2$.



ii) Για τις παραπάνω χρονικές στιγμές ισχύει:

α) $t_2 < 3t_1$, β) $t_2 = 3t_1$, γ) $t_2 > 3t_1$.

iii) Για τις μάζες m_1 και m_2 των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αντίστοιχα ισχύει:

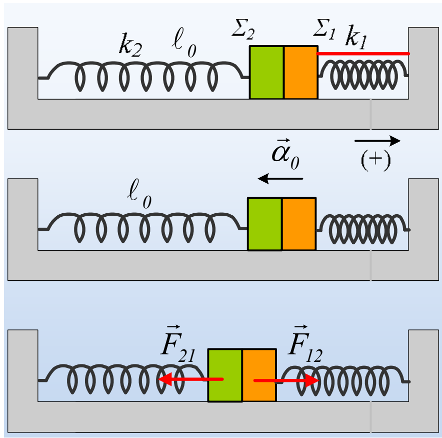
α) $m_1 < m_2$, β) $m_1 = m_2$, γ) $m_1 > m_2$.

iv) Αν $m_2=2m_1$ να υπολογίσετε τα πλάτη ταλάντωσης των δύο σωμάτων, μετά την πρώτη μεταξύ τους κρούση, σε συνάρτηση με το αρχικό πλάτος A_0 του $Σ_1$.

Δίνεται ότι οι κινήσεις των σωμάτων μεταξύ των δύο κρούσεων είναι τμήματα ΑΑΤ, ενώ ούτε και το σώμα $Σ_2$ έχει ολοκληρώσει μια πλήρη ταλάντωση μεταξύ πρώτης και δεύτερης κρούσης.

116) Ένα σύστημα δύο σωμάτων σε ταλάντωση

Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή, δεμένα στα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων με σταθερές k_1=100N/m και k_2=60N/m αντίστοιχα. Το $Σ_1$ διατηρεί το ελατήριο k_1 συσπειρωμένο κατά $Δl_1$=0,4m, με τη βοήθεια ενός νήματος που το συνδέει με κατακόρυφο τοίχο, ενώ το δεύτερο ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του.



i) Να υπολογιστεί η τάση το νήματος, καθώς και η δύναμη F_{12} που ασκείται στο σώμα $Σ_1$ από το $Σ_2$.

Σε μια στιγμή t_0=0 κόβουμε το νήμα.

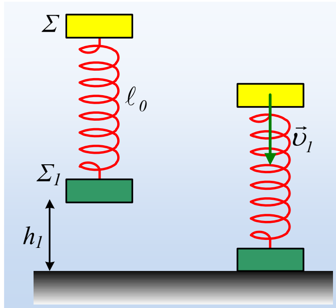
ii) Να υπολογίστε την αρχική επιτάχυνση $α_0$ που θα αποκτήσουν τα δυο σώματα, καθώς και το μέτρο της δύναμης F_{12}, αμέσως μόλις κοπεί το νήμα.

iii) Αφού αποδειχθεί ότι το σύστημα των δύο σωμάτων εκτελεί ΑΑΤ, να υπολογισθεί η περίοδος της ταλάντωσης, καθώς και η μέγιστη ταχύτητα του συστήματος των δύο σωμάτων.

iv) Υποστηρίζεται ότι τα δυο σώματα κάποια στιγμή της διάρκειας της ταλάντωσης αποχωρίζονται. Για να εξετάσουμε την υπόθεση αυτή, βρίσκουμε την δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωμάτων. Στη θέση που αυτή μηδενίζεται, τα σώματα θα αποχωρίζονται κινούμενα αυτόνομα. Να βρεθεί λοιπόν η δύναμη F_{21} σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας και να γίνει η γραφική της παράσταση. Τι συμπεραίνετε, αποχωρίζονται τα σώματα, εκτελώντας από κάποια θέση και μετά, το καθένα τη δική του ταλάντωση;

Δίνεται $π^2$≈10.

117) Μετά την πλαστική κρούση μια αατ.



Τα σώματα Σ και $Σ_1$ με μάζες m=4kg και m_1=2kg είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=400N/m και συγκρατούνται όπως στο αριστερό σχήμα, με τον άξονα του ελατηρίου, που έχει το φυσικό μήκος του l_0=0,4m, κατακόρυφο. Στη θέση αυτή το $Σ_1$ απέχει κατά h_1=0,15m, από το έδαφος. Κάποια στιγμή, την οποία θεωρούμε ως t_0=0, αφήνουμε ταυτόχρονα τα σώματα, να πέσουν, οπότε μετά από λίγο το $Σ_1$ προσκολλάται στο έδαφος, χωρίς να αναπηδήσει.

i) Να βρεθεί η επιτάχυνση κάθε σώματος, καθώς και η χρονική στιγμή που το $Σ_1$ θα συγκρουσθεί με το έδαφος.

ii) Να αποδειχτεί ότι το σώμα Σ θα εκτελέσει ΑΑΤ, μετά την προσκόλληση του $Σ_1$ με το έδαφος.

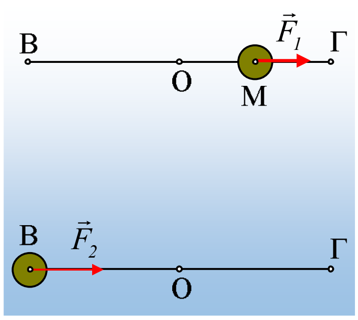
iii) Να υπολογιστεί το κλάσμα της αρχικής μηχανικής ενέργειας του συστήματος, το οποίο εμφανίζεται ως ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ. Για τον υπολογισμό της μηχανικής ενέργειας θεωρείστε το έδαφος ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

iv) Να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών θα μεταβάλλεται το μήκος του ελατηρίου, κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης και να κάνετε τη γραφική παράσταση της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική.

v) Να βρείτε επίσης τη συνάρτηση h=h(t), του ύψους από το έδαφος του σώματος Σ, σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

118) Ας ενισχύσουμε την ταλάντωση



Μια σφαίρα μάζας m=2kg εκτελεί μια απλή αρμονική ταλάντωση, μεταξύ των θέσεων Β και Γ, γύρω από τη θέση ισορροπίας Ο, όπως στο σχήμα, με εξίσωση απομάκρυνσης:

$$x=0{,}2\cdot ημ(2πt) \quad \text{μονάδες στο S.I.}$$

i) Να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης, καθώς και η ταχύτητα της σφαίρας, τη στιγμή t_1 που περνά από το μέσον Μ της ΟΓ, κινούμενη προς τα δεξιά (θετική κατεύθυνση).

Τη στιγμή t_1 στη σφαίρα ασκείται μια σταθερή δύναμη F_1 μέτρου F_1=21Ν, με κατεύθυνση προς τα δεξιά, όπως στο πάνω σχήμα, μέχρι να φτάσει η σφαίρα στη θέση Ν, έχοντας μετατοπισθεί κατά Δx=0,4m, οπότε η δύναμη παύει να ασκείται. Να βρεθούν:

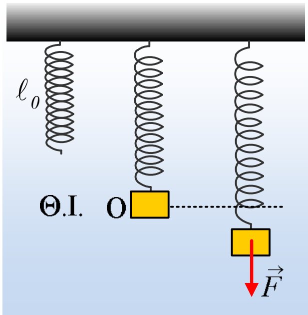
ii) Η επιτάχυνση της σφαίρας μόλις ασκηθεί η δύναμη F_1.

iii) Η τελική ενέργεια ταλάντωσης της σφαίρας, καθώς και η ταχύτητά της τη στιγμή που παύει να ασκείται πάνω της η δύναμη F_1.

iv) Αν δεν ασκείτο στη σφαίρα η παραπάνω δύναμη F_1, αλλά μια άλλη δύναμη F_2, με μέτρο F_2=8N , τη στιγμή που βρίσκεται στην ακραία αρνητική θέση της Β (κάτω σχήμα) και για χρονικό διάστημα Δt=0,5s, ποια θα ήταν τελικά η ενέργεια ταλάντωσης, μετά την κατάργησή της;

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$

119) Μετά την άσκηση μεταβλητής δύναμης



Ένα σώμα ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε στο σώμα, μια κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη $\vec{F}$, με φορά προς τα κάτω, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σύμφωνα με την εξίσωση F=400y+20 (S.I.), όπου y η μετατόπιση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του. Η δύναμη ασκείται στο σώμα, μέχρι αυτό να μετατοπισθεί κατά y_1=0,1m, φτάνοντας σε σημείο Ρ, οπότε η δύναμη καταργείται και το σώμα μένει ελεύθερο να εκτελέσει μια απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς D=k. Θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική και t=0 τη στιγμή που σταματά η εξάσκηση της δύναμης F, στη θέση Ρ, ενώ $g=10m/s^2$, ζητούνται:

i) Να υπολογιστεί η ενέργεια της ταλάντωσης, καθώς και το πλάτος ταλάντωσης.

ii) Η δυναμική και η κινητική ενέργεια του σώματος, τη στιγμή που το σώμα περνά από το σημείο Ρ, κινούμενο προς τα πάνω, για πρώτη φορά.

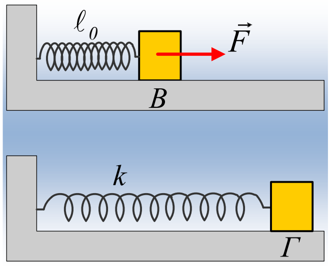
iii) Αν το σώμα επανέρχεται στο σημείο Ρ, κινούμενο προς τα πάνω (για πρώτη φορά), τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/15$ (s), να υπολογιστούν:

α) Η μάζα του σώματος

β) Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή t_1.

iv) Να υπολογιστούν η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης, η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου καθώς και οι ρυθμοί μεταβολής τους, τη χρονική στιγμή $t_2=\pi/10$ (s).

120) Η ενέργεια στη διάρκεια άσκησης της δύναμης

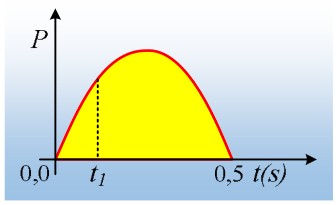


Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Β, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου έχει προσδεθεί σε κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή t_0=0 ασκούμε στο σώμα μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου F=16N, μέχρι να φτάσει το σώμα σε μια θέση Γ με μηδενική ταχύτητα, τη στιγμή t_1=0,5s, οπότε και παύουμε να ασκούμε τη δύναμη.

i) Να αποδειχτεί ότι στη διάρκεια της εξάσκησης της δύναμης $\vec{F}$, το σώμα εκτελεί μια αρμονική ταλάντωση, της οποίας να υπολογίσετε το πλάτος A_1 και την περίοδο T_1.

ii) Να υπολογιστεί ο μέγιστος ρυθμός, με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης F.

iii) Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η ισχύς της ασκούμενης δύναμης F, σε συνάρτηση με το χρόνο.



α) Να υπολογιστεί η ισχύς της δύναμης και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή t_1= 1/6 s, κατά την οποία περνά από μια θέση Δ.

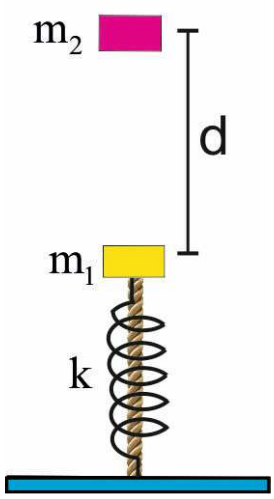
β) Να βρεθεί η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F, από 0-t_1.

γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του κίτρινου χωρίου στο διπλανό διάγραμμα.

iv) Να βρείτε το πλάτος και την ενέργεια της ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το σώμα, μόλις σταματήσει η δράση της δύναμης $\vec{F}$. Να υπολογιστεί επίσης η κινητική και η δυναμική ενέργεια τη στιγμή που το σώμα περνά ξανά από τη θέση Δ.

Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

121) Στην κατάλληλη θέση … για το μέγιστο πλάτος!



Σώμα Σ_1 μάζας m_1 = 2 kg είναι δεμένο και ισορροπεί στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 200 N/m το κάτω άκρο του οποίο είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Με τη βοήθεια ενός νήματος συμπιέζουμε και άλλο το ελατήριο, δένοντας τελικά το νήμα στο έδαφος. Στη θέση αυτή η τάση του νήματος είναι ίση με Τ = 40 Ν. Σε απόσταση d και στην ίδια κατακόρυφο συγκρατείται σώμα Σ_2 μάζας m_2 = 2 kg.

Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα οπότε το Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α. Πόσο είναι το πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ_1;

Κάποια κατάλληλη χρονική στιγμή, αφού κόψουμε το νήμα, αφήσαμε ελεύθερο το σώμα Σ_2 οπότε κάποια μεταγενέστερη χρονική στιγμή θα συγκρουστεί κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_1 έχοντας το σώμα Σ_2 τη στιγμή της κρούσης ταχύτητα μέτρου υ_2 = 3 m/s. Αν γνωρίζετε ότι η ελαστική κρούση των δύο σωμάτων γίνεται σε κατάλληλη θέση έτσι ώστε μετά την κρούση το σώμα Σ_1 να εκτελέσει ταλάντωση μέγιστου δυνατού πλάτους, να βρείτε:

β. Την απόσταση d που απείχαν αρχικά τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2.

γ. Το μέγιστο δυνατό πλάτος του Σ_1.

δ. Τη μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 λόγω της κρούσης και να εξηγήσετε ποια είναι η κατεύθυνσή της.

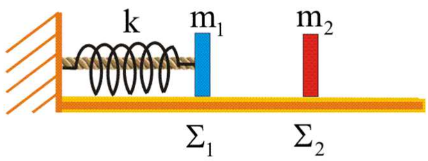
ε. Με ποια χρονική διαφορά ξεκίνησαν τα σώματα Σ_1 και Σ_2 να κινούνται.

•Δίνονται g = 10 m/s^2, π = 3,14.

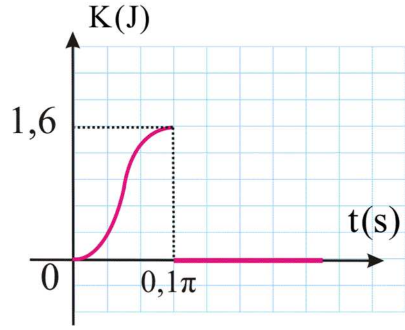
•Το σώμα Σ_2 ελάχιστα μετά την κρούση απομακρύνεται ώστε να μην ξανασυγκρουστεί με το σώμα Σ_1.

• Η κρούση των δύο σωμάτων γίνεται πριν το σώμα Σ_1 ολοκληρώσει μια πλήρη ταλάντωση.

122) Το ελάχιστο που μπορείς να κάνεις για να με σταματήσεις!



Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k = 20 N/m το αριστερό άκρο του οποίο είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το δάπεδο πάνω στο οποίο μπορεί να κινηθεί το σώμα $Σ_1$ είναι λείο. Με τη βοήθεια νήματος το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά απόσταση d σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή t = 0 κόβουμε το νήμα με αποτέλεσμα το σώμα $Σ_1$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Σε κάποια άγνωστη απόσταση από το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας m_2. Στο διπλανό σχήμα απεικονίζεται το διάγραμμα της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_1$ σε συνάρτηση με το χρόνο.



α. Η σύγκρουση των δύο σωμάτων γίνεται στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Πόση είναι η μάζα m_1 του σώματος $Σ_1$;

γ. Πόση είναι η αρχική απόσταση των δύο σωμάτων;

δ. Πόσο ήταν το μέτρο της τάσης του νήματος λίγο πριν το κόψουμε;

ε. Ποια είναι η ελάχιστη τιμής της μάζας m_2 του σώματος $Σ_2$ έτσι ώστε να πραγματοποιηθεί η παραπάνω κρούση;

στ. Θεωρώντας ότι το σώμα $Σ_2$ έχει μάζα ίση με την ελάχιστη τιμή που μπορεί να έχει για να συμβεί το παραπάνω φαινόμενο, να βρείτε την απόσταση των σωμάτων τη χρονική στιγμή t_1 = 0,2π s.

Θεωρήστε αμελητέα τη χρονική διάρκεια της κρούσης.