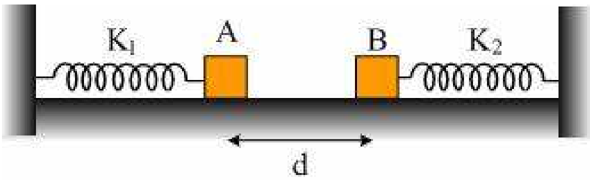
1.1. Μηχανικές Ταλαντώσεις. Ομάδα Δ.

1.1.51. Συνάντηση σωμάτων που ταλαντώνονται.



Τα σώματα Α και Β του σχήματος έχουν ίσες μάζες $m_1=m_2=m=1Kg$. Τα δύο σώματα ισορροπούν πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο, με τα ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος. Τα ελατήρια έχουν ίσες σταθερές σκληρότητας $k_1=k_2=k=$ =100 N/m. Η απόσταση μεταξύ των σωμάτων είναι ίση με d=10cm.

Απομακρύνουμε προς τα αριστερά το σώμα Α κατά x=20cm και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί από την ηρεμία. Το σώμα Α συγκρούεται με το σώμα Β, με αποτέλεσμα κατά την κρούση των δύο σωμάτων να πραγματοποιηθεί ανταλλαγή ταχυτήτων.

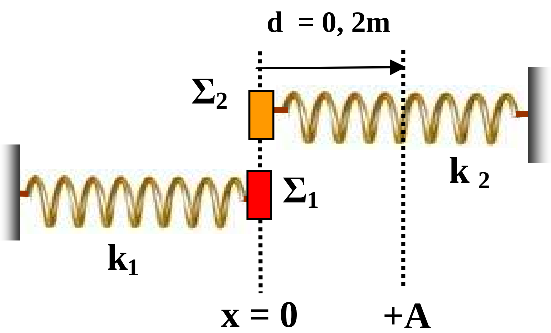
i) Πόση είναι η μέγιστη συσπείρωση του κάθε ελατηρίου μετά την κρούση και ποια χρονική στιγμή εμφανίζεται;

ii) Πότε θα συναντηθούν για πρώτη φορά μετά την κρούση τα δύο σώματα και σε ποια θέση; Ποια η ταχύτητα κάθε σώματος οριακά πριν τη συνάντηση;

Αρχή μέτρησης του χρόνου t=0 θεωρούμε τη στιγμή της 1ης κρούσης και αρχή του άξονα χ΄χ, ο οποίος συμπίπτει με τον κοινό άξονα των δύο ελατήριων, την αρχική θέση του σώματος Α.

Δίνεται: συν(α+β)=συνασυνβ-ημαημβ

1.1.52. Δυο ταλαντώσεις που ξεκινούν ταυτόχρονα



Τα σώματα Σ_1, Σ_2 του σχήματος , έχουν μάζες m_1 = 1 kg , m_2 = 4 kg αντίστοιχα, και ηρεμούν σε ισορροπία πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα σώματα , είναι δεμένα στα άκρα δυο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $K_1 = K_2$ =100 N/m και παράλληλους άξονες που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος.

Τα άλλα άκρα των ελατηρίων είναι ακλόνητα.

Μετατοπίζουμε τα σώματα κατά μήκος της διεύθυνσης των ελατηρίων , προς την ίδια κατεύθυνση κατά d = 0,2 m , και την χρονική στιγμή t = 0, τα αφήνουμε ελεύθερα ταυτόχρονα και τα δύο από την ηρεμία.

Να υπολογίσετε:

i) Τη χρονική στιγμή t_σ, τα δυο σώματα θα συναντηθούν στη θέση x = +A για πρώτη φορά.

ii) Το πλήθος των ταλαντώσεων που θα έχει εκτελέσει κάθε σώμα από t = 0 μέχρι t = t_σ.

iii) Την περίοδο του φαινόμενου, της συνάντησης των δυο σωμάτων στη θέση x = +A.

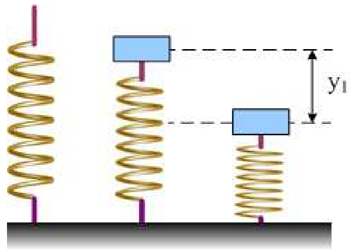
iv) Τις συναρτήσεις απομάκρυνσης – χρόνου για τις ταλαντώσεις που εκτελούν τα σώματα , με θετική τη φορά της αρχικής εκτροπής από τη θέση ισορροπίας , και να τις παραστήσετε γραφικά σε κοινό διάγραμμα.

v) Πόσες φορές πριν τη χρονική στιγμή tσ έχουν συναντηθεί και σε ποιες θέσεις της τροχιάς τους έχει συμβεί αυτό.

vi) Πόσες φορές θα συναντιούνται σε κάθε ταλάντωση του $Σ_1$, πόσες σε κάθε ταλάντωση του $Σ_2$, και σε ποιες θέσεις.

1.1.53. ΑΑΤ και εγκατάλειψη του ελατηρίου.

Ένα κατακόρυφο ελατήριο, σταθεράς k=200N/m, στηρίζεται στο έδαφος με το κάτω άκρο του, ενώ στο πάνω άκρο του ηρεμεί ένα σώμα μάζας m=8kg, χωρίς να είναι δεμένο με το ελατήριο. Ασκώντας κατάλληλη κατακόρυφη δύναμη, εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y_1=0,8m και για t=0 το αφήνουμε να κινηθεί.



i) Ν' αποδειχθεί ότι για όσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

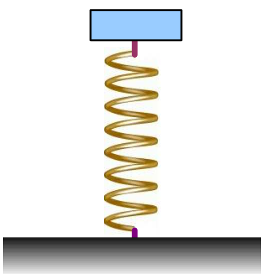
ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα εγκαταλείπει το ελατήριο; Τι κίνηση θα πραγματοποιήσει από κει και πέρα;

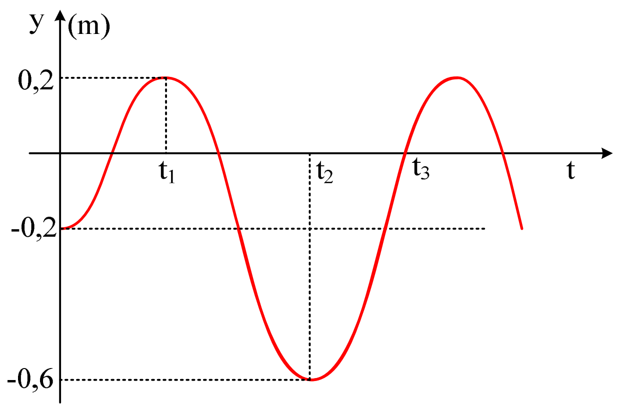
iii) Πόσο θα απέχει το σώμα από το πάνω άκρο του ελατηρίου, τη στιγμή που θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του;

Δίνεται g=10m/s^2.

1.1.54. Ένα σύστημα σωμάτων και μια γραφική παράσταση.

Ένα σώμα Σ ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα και για t=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί (με σταθερά επαναφοράς D=k). Τη χρονική στιγμή t_1 πάνω στο σώμα αφήνουμε ένα δεύτερο σώμα Γ μάζας 2kg, οπότε η ταλάντωση συνεχίζεται με το σύστημα των σωμάτων. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από την αρχική θέση ισορροπίας (y=0) του σώματος Σ, σε συνάρτηση με το χρόνο.





Δίνεται ότι $t_2=t_1+1s$, $π^2≈10$ και g=10m/s^2.

Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις.

i) Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος είναι τετραπλάσια της αρχικής ενέργειας ταλάντωσης του σώματος Σ.

ii) Η δύναμη Ν (δύναμη στήριξης) που δέχεται το σώμα Γ από το σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_2 έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο 28Ν.

iii) Η δύναμη που ασκεί το σώμα Γ στο σώμα Σ τη στιγμή t_3 έχει φορά προς τα κάτω και μέτρο 16Ν.

1.1.55. Ένα πρόβλημα δύο ταλαντώσεων

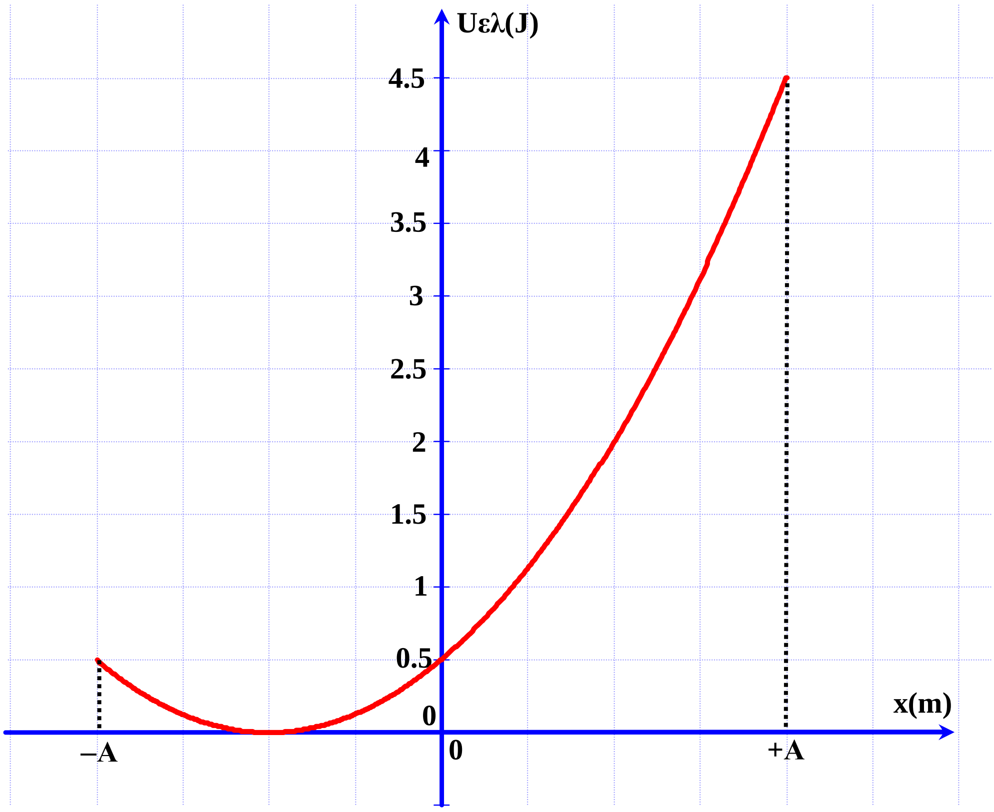
Σώμα είναι κρεμασμένο από κατακόρυφο ελατήριο και εκτελεί Γ.Α.Τ. πλάτους $\mathbf{A_1=12cm}$. Δίπλα βρίσκεται δεύτερο ίδιο σύστημα που εκτελεί Γ.Α.Τ. πλάτους $\mathbf{A_2=4\sqrt{3}\,cm}$ ώστε οι θέσεις ισορροπίας να βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Τα δύο σώματα φτάνουν ταυτόχρονα και με την ίδια φορά σε απομάκρυνση **y=6cm**. Χρησιμοποιώντας στρεφόμενα διανύσματα να βρείτε τα εξής:

i) Τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.

ii) Κάθε πότε γίνονται ίσες οι απομακρύνσεις των δύο σωμάτων;

1.1.56. Δυναμική ενέργεια ελατηρίου

Σώμα μάζας m=1kg ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οροφή. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d, και την χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας ελατηρίου συναρτήσει της απομάκρυνσης από την θέση ισορροπίας του σώματος.



i) Να υπολογιστεί η παραμόρφωση $\Delta\ell_o$ του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του σώματος και το πλάτος της ταλάντωσης.

ii) Να βρεθεί η σταθερά k του ελατηρίου και η περίοδος της ταλάντωσης.

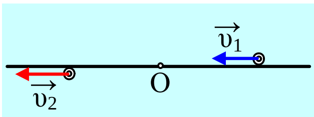
iii) Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας και της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, θεωρώντας ως θετική την φορά της αρχικής εκτροπής.
iv) Να υπολογιστούν τα έργα της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης επαναφοράς κατά την μετάβαση του σώματος από την κάτω ακραία στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσης του.
v) Να βρεθεί για πόσο χρονικό διάστημα στη διάρκεια μίας περιόδου το ελατήριο είναι επιμηκυμένο περισσότερο από 0,2m;

Δίνεται: $g=10m/s^2$.

1.1.57. Ταλάντωση δύο σωμάτων

Δύο υλικά σημεία εκτελούν Α.Α.Τ πάνω στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις έχουν ίδιο πλάτος Α και ίδια περίοδο Τ. Οι απομακρύνσεις από τη Θ.Ι δίνονται από τις σχέσεις:

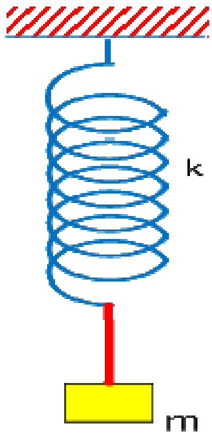
$$x_1=A\eta\mu(\omega t+\pi/2) \text{ και } x_2= A\eta\mu(\omega t+\pi).$$



i) Να σχεδιάσετε σε κοινό σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις x_1-t , x_2-t.
ii) Πόση είναι η μέγιστη απόσταση μεταξύ των υλικών σημείων;
iii) Ποιες χρονικές στιγμές η απόσταση μεταξύ των υλικών σημείων είναι μέγιστη για πρώτη και πότε για έβδομη φορά;

1.1.58. Απλή Αρμονική Ταλάντωση και Τεντωμένο Νήμα

Ένα σώμα μάζας m, κρέμεται από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k (αμελητέας μάζας) με τη βοήθεια ενός μη εκτατού νήματος, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



i) Να δείξετε ότι το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.
ii) Να προσδιορίσετε τη μέγιστη απομάκρυνση του ελατηρίου, ώστε το νήμα να είναι διαρκώς τεντωμένο.

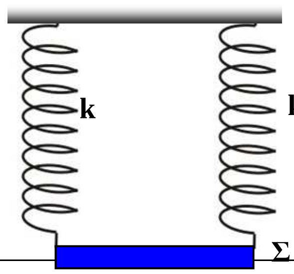
Δίνεται $g=10m/s^2$

1.1.59. Μια σανίδα αναρτημένη από δυο κατακόρυφα ελατήρια

Μια ομογενής σανίδα Σ μάζας Μ, είναι δεμένη στα κάτω άκρα δυο κατακόρυφων όμοιων ιδανικών ελατηρίων, και ηρεμεί σε ισορροπία όπως φαίνεται στο σχήμα, σε οριζόντια θέση. Τα επάνω άκρα των ελατηρίων είναι ακλόνητα στερεωμένα.

Τοποθετούμε στο μέσον της σανίδας σώμα $Σ_1$ μάζας m_1= 12 kg, και παρατηρούμε ότι, το σύστημα σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά σε χρόνο $\Delta t_1 = \pi/5$ s, αφού διανύσει διάστημα S_1= 0,6 m .

Αν αντί του $Σ_1$, τοποθετήσουμε στο ίδιο σημείο της σανίδας, σώμα $Σ_2$ μάζας m_2, το σύστημα σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά , σε χρόνο $\Delta t_2 = 3\pi/10$ s.



Να υπολογίσετε :

i) Τις σταθερές των ελατηρίων.

ii) Τη μάζα M της σανίδας.

iii) Τη μάζα m_2 .

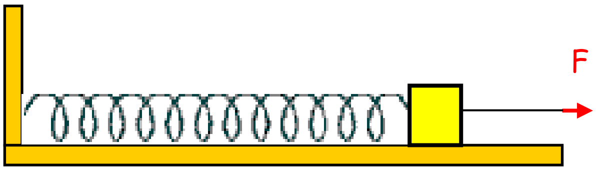
iv) Τη μέγιστη τιμή της κινητικής ενέργειας του συστήματος, όταν πάνω στη σανίδα είναι τοποθετημένο το σώμα $Σ_2$.

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

1.1.60. Ταλάντωση με τη βοήθεια νήματος

Σώμα μάζας m=0.2kg, βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k=20N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.

Κάποια χρονική στιγμή, που θεωρείται αρχή των χρόνων, το σώμα δέχεται, μέσω νήματος αντοχής F_o=30N, οριζόντια δύναμη F=10+20x, (S.I.), όπου x η μετατόπιση του σώματος,



που έχει διεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου και φορά όπως φαίνεται στην εικόνα.

A. i) να δειχτεί ότι το σώμα θα αρχίσει να κινείται

ii) να βρεθεί η μετατόπιση και η χρονική στιγμή που σπάζει το νήμα

iii) να γραφεί η εξίσωση της μετατόπισης και της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο

B. μετά το σπάσιμο του νήματος

v) να δειχτεί ότι το σώμα θα πραγματοποιήσει γραμμική αρμονική ταλάντωση

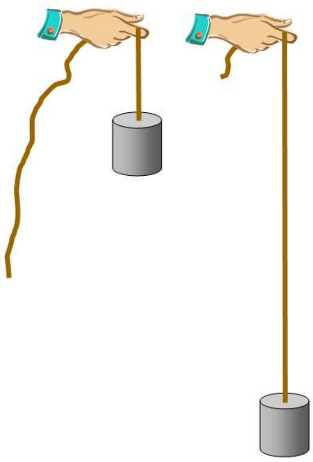
vi) να βρεθεί η περίοδος, η κυκλική συχνότητα και το πλάτος αυτής της ταλάντωσης

vii) να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο

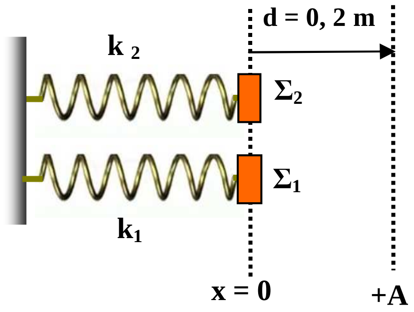
1.1.61. Ταλάντωση με μακρύτερο λάστιχο.

Κρατώ στο χέρι μου ένα λάστιχο στο οποίο έχω κρεμάσει ένα σώμα. Το θέτω σε ταλάντωση και διαπιστώνω ότι η περίοδος είναι 0,8 s. Αν τετραπλασιάσω το μήκος του λάστιχου ποια θα είναι η περίοδος.

Η μάζα του λάστιχου είναι αμελητέα.



1.1.62. Δυο ταλαντώσεις πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο



Τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ του σχήματος, έχουν μάζες m_1= 1 kg, m_2= 4 kg αντίστοιχα και ηρεμούν σε ισορροπία πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα σώματα, είναι δεμένα στα άκρα δυο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1 = k_2$ =100 N/m και παράλληλους άξονες, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος. Τα άλλα άκρα των ελατηρίων είναι ακλόνητα. Μετατοπίζουμε τα σώματα κατά μήκος της διεύθυνσης των ελατηρίων, προς την ίδια κατεύθυνση κατά d = 0,2 m, και την χρονική στιγμή t = 0, τα αφήνουμε ελεύθερα ταυτόχρονα και τα δύο από την ηρεμία.

Α . Να υπολογίσετε:

i) Την συνολική ενέργεια $E_δ$ που δαπανήθηκε για την αρχική εκτροπή και των δύο σωμάτων από τη θέση ισορροπίας τους.

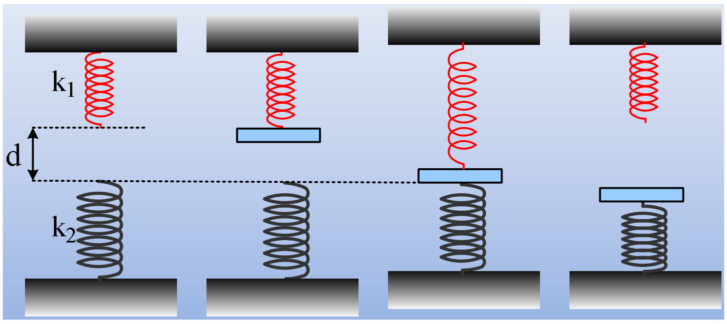
ii) Το ποσοστό επί τοις εκατό της ενέργειας $E_δ$ που μετατρέπεται σε μέγιστη κινητική ενέργεια κάθε σώματος ξεχωριστά.

Β. Κάποια χρονική στιγμή t_1 τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ κινούνται με ταχύτητες $\vec{υ}_1$, $\vec{υ}_2$ και απέχουν ίσες αποστάσεις από το σημείο ισορροπίας των . Να υπολογίσετε την τιμή που έχει το κλάσμα $|υ_1|/|υ_2|$ τη χρονική στιγμή t_1.

Γ. Κάποια χρονική στιγμή t_2 οι απομακρύνσεις των $Σ_1$, $Σ_2$ είναι $x_1 = x_2$ = -0,1 m.

Να υπολογίσετε τους ρυθμούς μεταβολής των κινητικών τους ενεργειών την χρονική στιγμή t_2.

1.1.63. Σε πόση απόσταση και πότε;



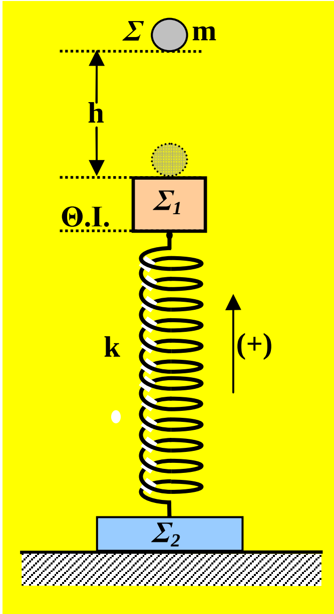
Δυο κατακόρυφα ελατήρια σταθερών k_1=200/3N/m και k_2=200N/m, βρίσκονται όπως στο πρώτο σχήμα, με τον άξονά τους στην ίδια ευθεία και τα ελεύθερα άκρα τους να απέχουν κατά d=0,3m. Σε μια στιγμή δένουμε στο κάτω άκρο του πάνω ελατηρίου, μια λεπτή πλάκα μάζας M=2kg και την αφήνουμε να κινηθεί. Μόλις η πλάκα έρθει σε επαφή με το κάτω ελατήριο, το πάνω αποσυνδέεται, οπότε η πλάκα ταλαντώνεται πλέον στο πάνω άκρο του κάτω ελατηρίου.

i) Πόση συνολικά απόσταση διανύει η πλάκα κινούμενη προς τα κάτω;

ii) Πόσο χρόνο διαρκεί η προς τα κάτω κίνηση της πλάκας;

Δίνεται ότι η κίνηση ενός σώματος στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου είναι ΑΑΤ και $g=10m/s^2$.

1.1.64. Πλαστική κρούση-Ταλάντωση-Χάσιμο επαφής



Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1=3kg και m_2=4kg είναι δεμένα στα άκρα κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, έτσι ώστε το $Σ_2$ να ακουμπά στο έδαφος και το $Σ_1$ να ισορροπεί ακίνητο στο πάνω άκρο του ελατηρίου. Τρίτο σώμα Σ μάζας m=1kg αφήνεται από ύψος h, στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, πάνω από το σώμα $Σ_1$ στην με το οποίο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται ταλαντώνεται με χρονική εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής $\mathbf{x = Aημ\left(ωt + \frac{5π}{6}\right)(S.I.)}$ θεωρώντας ως t=0 την στιγμή αμέσως μετά την κρούση και θετική την φορά προς τα πάνω. Αν το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου μεγιστοποιείται για $1^η$ φορά μετά την κρούση την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{2π}{15}$s, να υπολογιστούν:

α. η περίοδος ταλάντωσης Τ του συσσωματώματος.
β. η σταθερά k του ελατηρίου και το πλάτος Α της ταλάντωσης.
γ. το ύψος h από το οποίο αφήνεται το σώμα.
δ. η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της δύναμης που ασκείται στο σώμα $Σ_2$ από το οριζόντιο επίπεδο κατά την διάρκεια ταλάντωσης του συσσωματώματος.
ε. το μέγιστο ύψος h από το οποίο μπορεί να αφεθεί το σώμα Σ χωρίς να χάσει την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο το σώμα $Σ_2$ κατά την ταλάντωση του συσσωματώματος που θα δημιουργηθεί.

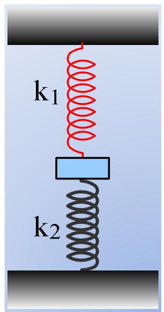
Δίνεται g=10m/s^2. Θεωρήστε αμελητέα τη χρονική διάρκεια της κρούσης καθώς και τις πάσης φύσεως τριβές κατά την κίνηση των σωμάτων.

1.1.65. Ταλάντωση και ρυθμός μεταβολής της ορμής

Ένα υλικό σημείο, μάζας m=0,2kg, εκτελεί ΑΑΤ και η εξίσωση της ταχύτητάς του είναι υ=2συν(5t+π/3) (μονάδες στο S.I.).

i) Να βρεθεί ποιες χρονικές στιγμές το σώμα περνά για πρώτη και δεύτερη φορά από την θέση x= -0,2m.
ii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τις παραπάνω χρονικές στιγμές.

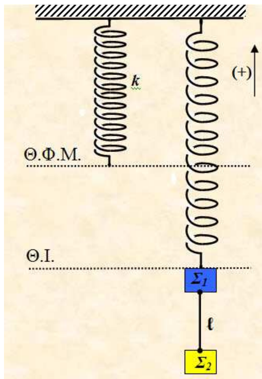
1.1.66. Εξασκούμαι με τη δυναμική της ταλάντωσης.



Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων, όπως στο σχήμα και ισορροπεί, έχοντας επιμηκύνει το πάνω ελατήριο κατά 10cm. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 20cm και το αφήνουμε να κινηθεί, τη στιγμή t=0. Αν δίνονται οι σταθερές των ελατηρίων k_1=200N/m και k_2=600N/m, ενώ g=10m/s^2, ζητούνται;

i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ και να υπολογιστεί η περίοδος ταλάντωσης.
ii) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση θετική.
iii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός με τον οποίο το κάτω ελατήριο προσφέρει ενέργεια στο σώμα τη χρονική στιγμή t_1=7π/80 s

1.1.67. Ταλάντωση και κόψιμο νήματος.



Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ που φαίνονται στο σχήμα έχουν μάζες m_1=1kg και m_2=3kg αντίστοιχα και είναι δεμένα μεταξύ τους με αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους l=0,7m. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή. Εκτρέπουμε το σύστημα από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=0,3m και την χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντωθεί.

Α. i) Να αποδείξετε ότι το σύστημα εκτελεί α.α.τ.

ii) Να γραφεί η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης του σώματος $Σ_2$ από τη θέση ισορροπίας του και η χρονική εξίσωση της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα $Σ_2$, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα πάνω.

iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση των σωμάτων τη στιγμή που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου ισούται με τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.

iv) Να βρείτε τη μέγιστη απόσταση d_{max} που μπορούμε να εκτρέψουμε αρχικά το σύστημα, ώστε το νήμα να παραμένει διαρκώς τεντωμένο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

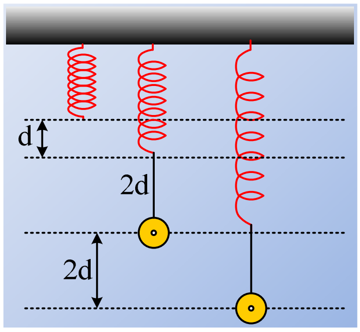
Β. Κάποια στιγμή που το σύστημα βρίσκεται στην κάτω ακραία θέση της ταλάντωσής του, κόβουμε το νήμα.

i) Να βρεθεί το νέο πλάτος ταλάντωσης του $Σ_1$.

ii) Να υπολογιστεί η απόσταση των σωμάτων, όταν το $Σ_1$ ακινητοποιηθεί για $1^η$ φορά μετά το κόψιμο του νήματος.

Δίνονται: g=10m/s^2, $π^2$=10, και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

1.1.68. Δυο γραφικές παραστάσεις για σώμα στο άκρο νήματος.



Ένα σώμα Σ ηρεμεί όπως στο σχήμα, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ=2d=20cm, έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά d=10cm, Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 2d και τη στιγμή t=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί.

i) Σε ποια θέση μηδενίζεται η τάση του νήματος; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

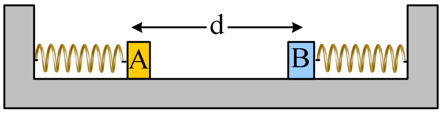
ii) Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας του.

iii) ii) Να βρεθεί η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

Θεωρείστε την προς τα πάνω κατεύθυνση σαν θετική, ενώ g=10m/s^2.

1.1.69. Μια ταλάντωση και η τάση του νήματος.

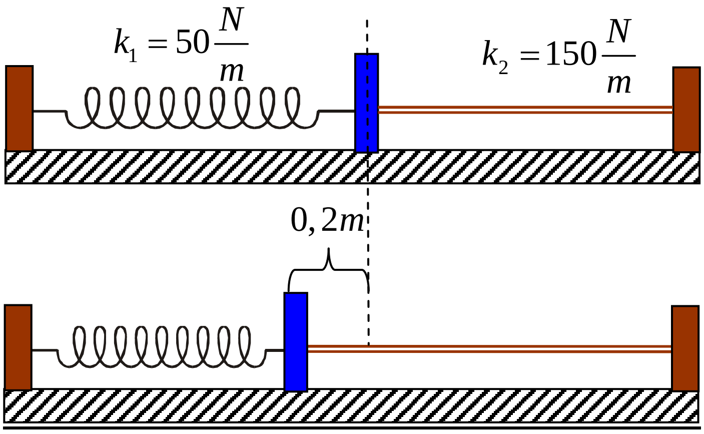
Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα Α και Β, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg, δεμένα στα άκρα δύο οριζόντιων ελατηρίων με σταθερές k_1=100N/m και k_2=300N/m. Τα σώματα θεωρούνται αμελητέων διαστάσεων και απέχουν d=1m. Σύρουμε το σώμα Α προς τα δεξιά, δένουμε τα σώματα με νήμα μήκους ℓ=0,2m και κατόπιν, κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0, αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί.



i) Να αποδειχθεί ότι το σύστημα των σωμάτων εκτελεί ΑΑΤ και να υπολογιστεί η ενέργεια ταλάντωσης.

ii) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, να βρεθεί η εξίσωση της δύναμης που ασκεί το Α σώμα στο Β, μέσω του νήματος, σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

1.1.70. Ένα ελατήριο και ένα λάστιχο.



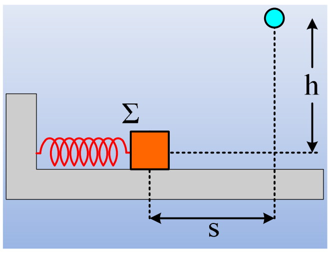
Ένα σώμα μάζας 2kg τοποθετείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συνδέεται όπως δείχνει το σχήμα με οριζόντιο ελατήριο και οριζόντιο λάστιχο που βρίσκονται στην ίδια με το σώμα ευθεία. Τα ελατήριο και το λάστιχο έχουν στη θέση μηδέν τα φυσικά τους μήκη. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα αριστερά κατά 0,2 m και το αφήνουμε ελεύθερο. Να θεωρήσετε ως δεδομένο ότι όταν το λάστιχο είναι τεντωμένο το σύστημα εκτελεί α.α.τ. με $D = k_1+k_2$.

i) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της θέσης και της ταχύτητας του σώματος συναρτήσει του χρόνου.

ii) Χρονική στιγμή μηδέν είναι αυτή που αφέθηκε και θετική κατεύθυνση η προς τα δεξιά.

1.1.71. Μια κρούση στη διάρκεια της ταλάντωσης.

Το σώμα Σ μάζας Μ=3kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=300N/m. Μετακινούμε το σώμα Σ προς τα αριστερά κατά 0,2m και σε μια στιγμή το αφήνουμε να ταλαντωθεί, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε από ορισμένο ύψος h μια μικρή σφαίρα, μάζας m=1kg, να πέσει. Τα σώματα συγκρούονται πλαστικά, αφού το Σ μετακινηθεί κατά s=0,3m. Τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων, ενώ $g=10m/s^2$.



i) Να υπολογιστεί το ύψος h.

ii) Πόση είναι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση;

iii) Να βρεθεί η μείωση της ενέργειας ταλάντωσης που οφείλεται στην κρούση.

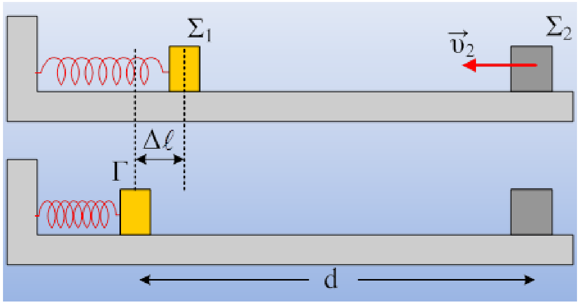
iv) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά η σφαίρα αφήνεται από μεγαλύτερο ύψος. Πόση είναι η ελάχιστη απόσταση y, κατά την οποία πρέπει να ανυψώσουμε τη σφαίρα, σε σχέση με την αρχική της θέση, ώστε τα δυο σώματα να ξανασυγκρουσθούν στην ίδια θέση με πριν;

v) Για την παραπάνω περίπτωση να υπολογιστούν:

α) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας και

β) Η μείωση της ενέργειας ταλάντωσης.

1.1.72. Μια πλαστική κρούση και ενέργειες ταλάντωσης.



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=20N/m. Μετακινούμε το σώμα $Σ_1$ συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά Δℓ=0,5m, φέρνοντάς το στη θέση Γ. Για t=0 αφήνουμε το σώμα Σ ελεύθερο να ταλαντωθεί, (δεχόμαστε ότι αυτό εκτελεί α.α.τ.) ενώ τη στιγμή αυτή απέχει απόσταση (ΓΔ)= d=5m από ένα δεύτερο σώμα μάζας m_2=3kg, το οποίο κινείται αντίθετα κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή t_1=1s τα δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά.

i) Σε ποια θέση συγκρούσθηκαν τα δύο σώματα και με ποια ταχύτητα $υ_2$ κινείτο το δεύτερο σώμα $Σ_2$;

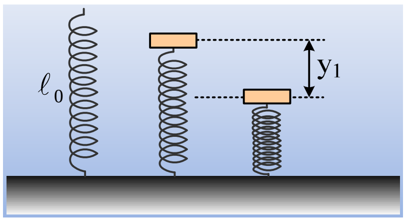
ii) Ποια η ενέργεια ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση;

iii) Με ποια ταχύτητα το συσσωμάτωμα θα φτάσει στη θέση Γ;

iv) Ποιο το πλάτος ταλάντωσης μετά την κρούση;

Θεωρείστε ότι και το σώμα $Σ_2$ κινείται χωρίς τριβές, η κίνηση μετά την κρούση είναι απλή αρμονική ταλάντωση και $π^2$ ≈10.

1.1.73. Μια ΑΑΤ…. τμήμα μιας ταλάντωσης.



Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=200N/m, στηρίζεται στο έδαφος με το κάτω άκρο του, ενώ στο πάνω άκρο του ηρεμεί ένα σώμα μάζας m=8kg, χωρίς να είναι δεμένο με το ελατήριο. Ασκώντας κατάλληλη κατακόρυφη δύναμη, εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y_1=0,8m και για t=0 το αφήνουμε να κινηθεί.

i) Ν' αποδειχθεί ότι, για όσο χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

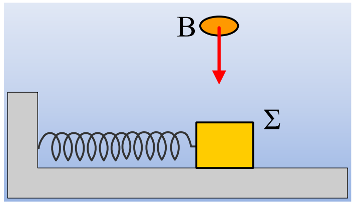
ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα εγκαταλείπει το ελατήριο; Τι κίνηση θα πραγματοποιήσει από κει και πέρα;

iii) Πόσο θα απέχει το σώμα από το πάνω άκρο του ελατηρίου, τη στιγμή που θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του;

iv) Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα επιστρέψει ξανά στην αρχική του θέση, για πρώτη φορά;

Δίνεται g=10m/s^2.

1.1.74. Μια ταλάντωση με κρούση. Ορμή και ενέργειες.



Το σώμα Σ μάζας m_1 ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, με πλάτος Α και περίοδο Τ. Όταν το σώμα μάζας Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Β, μάζας m_2 που έπεφτε ελεύθερα από ύψος h, και το σύστημα συνεχίζει να ταλαντώνεται.

i) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες:

α) Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης έμεινε η ίδια.

β) Κατά τη διάρκεια της κρούσης ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

γ) Η ορμή του συστήματος στην οριζόντια διεύθυνση, ελάχιστα πριν την κρούση, είναι ίση με την ορμή του ελάχιστα μετά την κρούση.

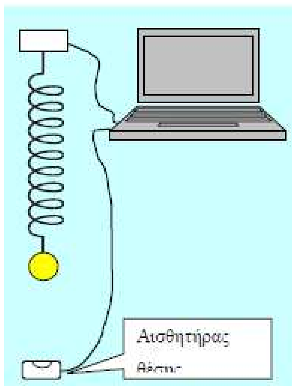
δ) Η περίοδος της ταλάντωσης αυξήθηκε.

ε) Η ενέργεια της ταλάντωσης μειώθηκε.

ii) Να υπολογίσετε την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση, σε συνάρτηση με το ύψος h. Πότε η απώλεια αυτή είναι ελάχιστη;

iii) Αν η κρούση δεν πραγματοποιηθεί στη θέση ισορροπίας, αλλά σε απομάκρυνση x, να βρεθεί η συνθήκη για την ελάχιστη μείωση της ενέργειας ταλάντωσης.

1.1.75. Οι δύο αισθητήρες.



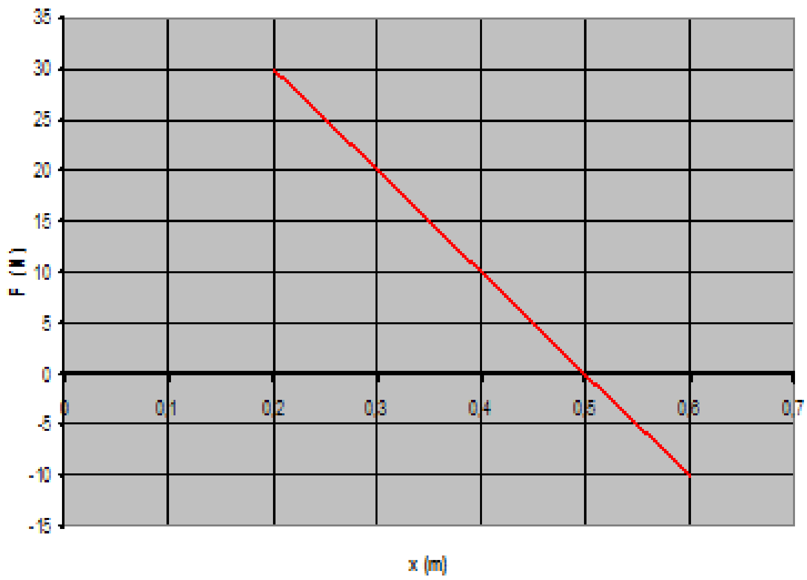
Το σώμα του σχήματος κρέμεται σε ελατήριο. Το κρατάμε με το χέρι μας ώστε το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος και του δίνουμε ώθηση προς τα κάτω.

Με τη βοήθεια δύο αισθητήρων καταγράφουμε την δύναμη του ελατηρίου (ας θεωρηθεί αμελητέας μάζας) και τη θέση του σώματος.

Περνάμε τις μετρήσεις σε λογιστικό φύλλο και κάνουμε τη γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου συναρτήσει της θέσης του αναφορικά με τον αισθητήρα θέσης.

Η ένδειξη του αισθητήρα δύναμης είναι θετική όταν το σώμα δέχεται δύναμη από το ελατήριο προς τα πάνω. $\left(g = 10\,{}^{m}\!/_{s^2}\right)$

Η γραφική παράσταση που κάναμε παρατίθεται.



Βρείτε:

i) Το πλάτος της ταλάντωσης.

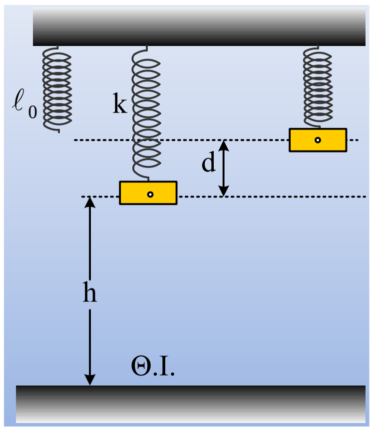
ii) Τη σταθερά του ελατηρίου.

iii) Τη μάζα του σώματος.

iv) Την ταχύτητα που προσδώσαμε στο σώμα όταν αυτό βρισκόταν στη θέση φυσικού μήκους του.

v) Την εξίσωση θέσης του σώματος ως προς τον αισθητήρα θέσης.

1.1.76. Μηχανική ενέργεια και ενέργεια Ταλάντωσης.



Ένα σώμα μάζας 3kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k_1= k=100N/m, όπως στο σχήμα, ευρισκόμενο σε ύψος h=0,7m από το έδαφος. Ασκώντας πάνω του μια εξωτερική δύναμη F_1, το μετακινούμε κατακόρυφα ανεβάζοντάς το κατά d=0,3m και το αφήνουμε να ταλαντωθεί, εκτελώντας ΑΑΤ. Θεωρείστε ότι το σώμα, αμελητέων διαστάσεων, έχει μηδενική δυναμική ενέργεια όταν βρίσκεται στο έδαφος και $g=10m/s^2$.

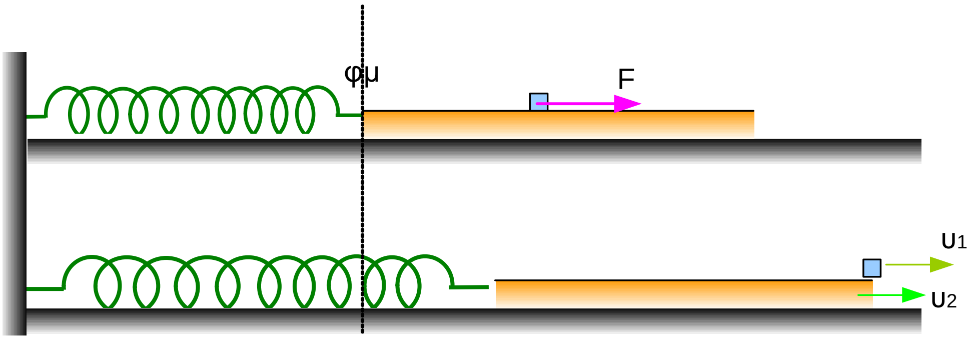
i) Να υπολογίσετε την αρχική μηχανική ενέργεια του συστήματος σώμα -Γη-ελατήριο καθώς και το έργο της εξωτερικής δύναμης F_1 για την εκτροπή του σώματος. Πόση είναι τελικά η μηχανική ενέργεια του συστήματος και πόση η ενέργεια ταλάντωσης;

ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα τοποθετούμε κάτω από το σώμα ένα δεύτερο κατακόρυφο ελατήριο, σταθεράς k_2=k και φυσικού μήκους ℓ_0=0,9m, με τον άξονά του να ταυτίζεται με τον άξονα του πάνω ελατηρίου και αφήνουμε το σώμα να κινηθεί. Να αποδείξτε ότι μόλις το σώμα έρθει σε επαφή με το κάτω ελατήριο, θα ξεκινήσει μια νέα ταλάντωση, η οποία είναι επίσης ΑΑΤ, υπολογίζοντας την ενέργεια ταλάντωσής της.

iii) Να υπολογίστε τη μηχανική ενέργεια του συστήματος σώμα-Γη-ελατήριο στη διάρκεια της δεύτερης ταλάντωσης.

1.1.77. *Δυο κινήσεις ενός δοκαριού, μια ΑΑΤ*

Ένα δοκάρι μάζας M=1,6kg και μήκους ℓ=1m βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=75N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ένα μικρό σώμα μάζας m=1kg βρίσκεται ακίνητο στο μέσο του δοκαριού. Ασκούμε στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη F=20N, οπότε αυτό αρχίζει να κινείται πάνω στο δοκάρι, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Τη στιγμή που το ελατήριο έχει επιμήκυνση Δl=0,1m, το σώμα εγκαταλείπει το δοκάρι και απομακρύνεται κατάλληλα.



Α. Να υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το δοκάρι.

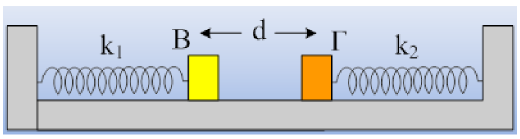
Β. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του δοκαριού την ίδια στιγμή.

Γ. Να υπολογίστε τη μέγιστη συσπείρωση που θα υποστεί στη συνέχεια το ελατήριο.

Δ. Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή που το σώμα θα εγκαταλείψει τη σανίδα το ελατήριο θα έχει τη μέγιστη συσπείρωσή του για πρώτη φορά;

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $\pi^2=10$.

1.1.78. *Άλλη μια κρούση κατά τη διάρκεια ταλάντωσης.*



Τα σώμα Β και Γ με μάζες m_1=0,1kg και $m_2=2m_1$=0,2kg ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένα στα άκρα οριζόντιων ελατηρίων με σταθερές k_1=30N/m και $k_2=2k_1$= 60N/m αντίστοιχα, όπως στο σχήμα, όπου οι άξονες των δύο ελατηρίων συμπίπτουν. Τα σώματα που θεωρούνται υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων απέχουν κατά d=0,3m. Ασκώντας κατάλληλες δυνάμεις στα σώματα, συσπειρώνουμε κάθε ελατήριο κατά 0,3m και αφήνουμε ταυτόχρονα τα σώματα να εκτελέσουν ΑΑΤ. Μετά από λίγο τα σώματα συγκρούονται πλαστικά, οπότε το συσσωμάτωμα εκτελεί μια νέα ΑΑΤ με σταθερά $D=k_1+k_2$.

Ζητούνται:

i) Η ενέργεια ταλάντωσης κάθε σώματος πριν την κρούση.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος.

iii) Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας (η ενέργεια που εμφανίζεται ως αύξηση της θερμικής ενέργειας των σωμάτων, συν ενέργεια μόνιμης παραμόρφωσης των σωμάτων, συν ενέργεια ήχου…), που οφείλεται στην κρούση.