Σύνθετη ταλάντωση, φάσεις και διαφορές φάσεων.

Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις:

$$y_1 = 0{,}2\cdot\eta\mu(20\pi t + \frac{5\pi}{6}) \text{ και}$$

$$y_2 = 0{,}2\cdot\eta\mu(21\pi t) \quad \text{(S.I.)}$$

i) Ποια η αρχική φάση και η αρχική απομάκρυνση του σώματος εξαιτίας της σύνθετης ταλάντωσης;

ii) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για την σύνθετη ταλάντωση.

iii) Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 που το πλάτος μηδενίζεται για πρώτη φορά, καθώς και η στιγμή t_2 που μεγιστοποιείται επίσης για πρώτη φορά.

iv) Να βρεθούν οι φάσεις των δύο ταλαντώσεων και η διαφορά φάσης μεταξύ τους τις παραπάνω χρονικές στιγμές.

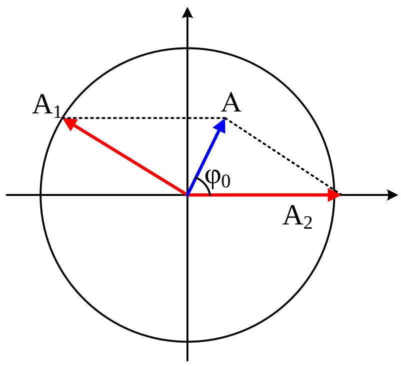
v) Να σχεδιάστε τα περιστρεφόμενα διανύσματα τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.

Απάντηση:

i) Για t=0 έχουμε $y_1=0{,}2\cdot\eta\mu(\frac{5\pi}{6}) = 0{,}1$m, ενώ $y_2=0$ και με βάση την αρχή της επαλληλίας παίρνουμε:

$$y_{o\lambda} = y_1+y_2 = 0{,}1\text{m}$$

ενώ η φάση της σύνθετης ταλάντωσης, μπορεί να βρεθεί με βάση τα περιστρεφόμενα διανύσματα:



από όπου προκύπτει ότι είναι $\varphi_0 = \frac{5\pi}{12}$ rad, αφού το σχηματιζόμενο παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος. **

ii) $y_{o\lambda} = y_1+y_2 = 2\cdot 0{,}2\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{\pi t - 5\pi/6}{2}\cdot\eta\mu\frac{41\pi t + 5\pi/6}{2} \rightarrow$

$$y = 0{,}4\cdot\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi t}{2} - \frac{5\pi}{12})\cdot\eta\mu(\frac{41\pi t}{2} + \frac{5\pi}{12}) \quad (1)$$

iii) Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι:

$$A = \left|0{,}4\cdot\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi t}{2} - \frac{5\pi}{12})\right|$$

Αν A=0 → συν(πt-5π/12) = 0 →

$$\pi t - 5\pi/12 = (2N+1)\pi/2 \rightarrow$$

$$t = 2N + \frac{11}{6}$$

και για N=0 παίρνουμε $t_1 = \frac{11}{6}$ s

Τη στιγμή που το πλάτος μεγιστοποιείται έχουμε:

$$\left|0{,}4 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{5\pi}{12}\right)\right| = 0{,}4 \text{ ή } \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi t}{2} - \frac{5\pi}{12}\right) = \pm 1 \text{ ή}$$

$$\pi t/2 - 5\pi/12 = N\pi \rightarrow$$

$$t = 2N + 5/6$$

και για N=0 έχουμε: $t_2 = \frac{5}{6}$ s.

iv) Για $t_1 = \frac{11}{6}$ s έχουμε:

$$\varphi_1 = 20\pi t + 5\frac{\pi}{6} = 220\frac{\pi}{6} + 5\frac{\pi}{6} = 37\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (rad) και}$$

$$\varphi_2 = 21\pi t = 231\frac{\pi}{6} = 38\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (rad)}$$

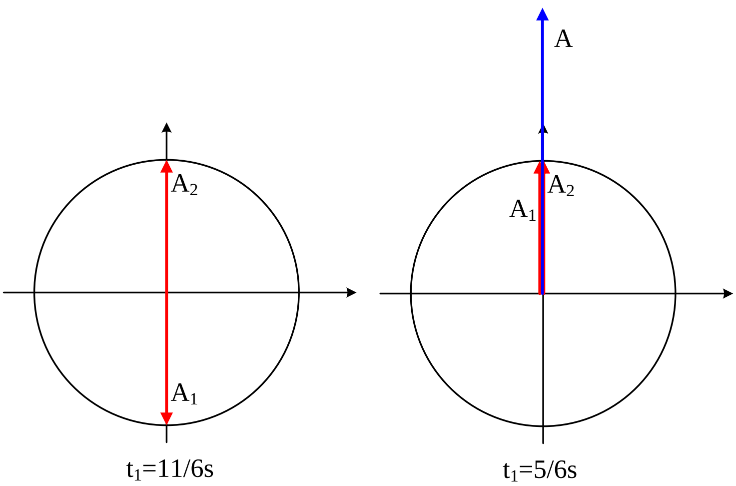
Συνεπώς $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi$ (rad)

Ενώ τη στιγμή $t_2 = \frac{5}{6}$ s έχουμε:

$$\varphi_1 = 20\pi t + 5\frac{\pi}{6} = 100\frac{\pi}{6} + 5\frac{\pi}{6} = 17\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (rad) και } \varphi_2 = 21\pi t = 105\frac{\pi}{6} = 17\pi + \frac{\pi}{2} \text{ (rad)}$$

Συνεπώς $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0$ (rad)

v) Με βάση τα παραπάνω τα περιστρεφόμενα διανύσματα που περιγράφουν τις ταλαντώσεις είναι τα παρακάτω:



** Η αρχική φάση της σύνθετης ταλάντωσης, προφανώς μπορεί να υπολογιστεί και από την εξίσωση (1), $\varphi_0 = 5\pi/12$, απλά προτιμήθηκε να δοθεί μέσω των περιστρεφομένων διανυσμάτων, για να μην θεωρηθεί ότι αυτά τα χρησιμοποιούμε, μόνον όταν οι δύο ταλαντώσεις έχουν την ίδια συχνότητα.

Υλικό Φυσικής - Χημείας.
Επειδή το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια

Διονύσης Μάργαρης