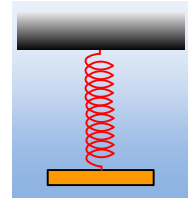


### Ενέργειες σε μια φθίνουσα ταλάντωση.

Ένα σώμα μάζας  $0,1\text{kg}$  ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k=10\text{N/m}$ . Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά  $A_0=0,3\text{m}$  και το αφήνουμε να ταλαντωθεί τη στιγμή  $t_0=0$ . Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της δράσης δύναμης απόσβεσης της μορφής  $F_{απ}=-0,1v$  (μονάδες στο S.I.), όπου  $v$  η ταχύτητα του σώματος. Σε μια στιγμή  $t_1$  το σώμα κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα  $v_1=2\text{m/s}$ , πλησιάζοντας την αρχική θέση ισορροπίας του σώματος και απέχοντας κατά  $2\text{cm}$  από αυτήν.



Να υπολογιστούν:

- i) Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης καθώς και η ενέργεια τη στιγμή  $t_1$ .
- ii) Το έργο της δύναμης απόσβεσης από  $t=0$ , μέχρι την στιγμή  $t_1$ .
- iii) Η επιτάχυνση του σώματος την παραπάνω στιγμή.
- iv) Οι ρυθμοί μεταβολής:

α) Της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης,    β) Της κινητικής ενέργειας

καθώς και η ισχύς της δύναμης απόσβεσης τη στιγμή  $t_1$ .

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

#### Απάντηση:

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στην αρχική θέση ισορροπίας και τη στιγμή  $t_1$ , όπου για τη θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F=0 \rightarrow k \cdot \Delta \ell = mg$$

- i) Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση:

$$E_0 = \frac{1}{2} DA_0^2 = \frac{1}{2} kA_0^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,3^2 \text{ J} = 0,45 \text{ J}$$

Ενώ τη στιγμή  $t_1$ :

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} D y_1^2 \rightarrow$$

$$E_1 = \frac{1}{2} 0,1 \cdot 2^2 \text{ J} + \frac{1}{2} 10 \cdot 0,02^2 \text{ J} = 0,2 \text{ J} + 0,002 \text{ J} = 0,202 \text{ J} .$$

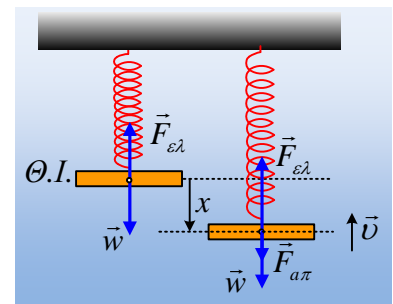
- ii) Το έργο της δύναμης απόσβεσης εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα και μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, είναι δε ίσο με τη μεταβολή της ενέργειας ταλάντωσης:

$$W_{F_{απ}} = \Delta E = E_1 - E_0 = 0,202 \text{ J} - 0,45 \text{ J} = -0,248 \text{ J}$$

Εναλλακτικά, η ενέργεια ταλάντωσης μειώθηκε κατά  $E_0-E_1=0,248\text{J}$ , συνεπώς αφαιρέθηκε ισόποση ενέργεια και  $W_{F_{απ}} = -0,248 \text{ J}$  .

- iii) Εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F=ma \rightarrow$$



$$F_{ελ-ω}/F_{απ} = m \cdot a \rightarrow$$

$$k(\Delta l + x) - mg - b v = ma \rightarrow$$

$$kx - b v = ma$$

$$a = \frac{kx - b v}{m} = \frac{10 \cdot 0,02 - 0,1 \cdot 2}{0,1} = 0$$

iv) Η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης, συνδέεται με το έργο της δύναμης επαναφοράς, αφού  $W_{F_{ελ}} = -\Delta U$  ενώ η κινητική ενέργεια, με το έργο της συνισταμένης δύναμης ( $\Delta K = W_{\Sigma F}$ ). Έτσι έχουμε:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_{F_{ελ}}}{dt} = -\frac{|F_{ελ}| dx | \cos \nu \vartheta}{dt} = -|Dx| |v| \cos \nu \vartheta \rightarrow$$

$$\frac{dU}{dt} = -|Dx| |v| \cos \nu \vartheta = -10 \cdot 0,02 \cdot 2 \cdot 1 J/s = -0,4 J/s$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \frac{|\Sigma F| dx | \cos \nu \vartheta}{dt} = |\Sigma F| |v| \cos \nu \vartheta = 0$$

$$P_{F_{απ}} = |F_{απ}| |v| \cos \nu \vartheta = -b v^2 = -0,1 \cdot 2^2 W = -0,4 W$$

### Σχόλιο.

Αξίζει να τονισθεί ότι τη στιγμή  $t_1$  το σώμα απέχει κατά 2cm από την αρχική θέση ισορροπίας του, αλλά τη στιγμή αυτή η συνισταμένη δύναμη είναι μηδενική, συνεπώς το σώμα δεν έχει επιτάχυνση.

Τη στιγμή αυτή η δυναμική ενέργεια μειώνεται με ρυθμό 0,4J/s. Προσέξτε όμως ότι δεν έχουμε ισόποση αύξηση της κινητικής ενέργειας  $\left(\frac{dK}{dt} = 0\right)$ , αφού στο σώμα ασκείται και η δύναμη απόσβεσης, η οποία αντιτίθεται στην κίνηση, αφαιρώντας ισόποση μηχανική ενέργεια, την οποία μετατρέπει σε θερμική ενέργεια.

### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιάζουν πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονύσης Μάργαρης