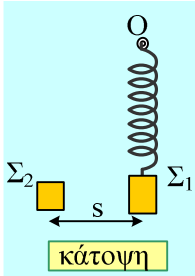
0. Επαναληπτικά θέματα. Ομάδα Γ.

61. Μια πλάγια πλαστική κρούση αλλά μετά τι;



Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και φυσικού μήκους ℓ_0=0,6m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Ο. Σε απόσταση s=0,628m ηρεμεί ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$, της ίδιας μάζας, όπως στο σχήμα. Τα δύο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων. Μετακινούμε το σώμα $Σ_1$ συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά 0,4m και σε μια στιγμή t_0=0 το αφήνουμε να ταλαντωθεί, ενώ ταυτόχρονα εκτοξεύουμε οριζόντια με ταχύτητα $υ_2$ το σώμα $Σ_2$. Μόλις το σώμα $Σ_1$ φτάσει στην θέση ισορροπίας του, τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά.

i) Με ποια ταχύτητα κινήθηκε το σώμα $Σ_2$ πριν την κρούση;

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.

iii) Πόση είναι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση;

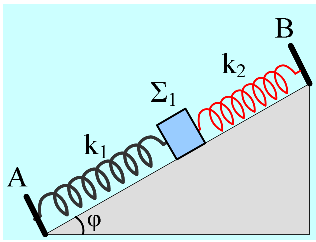
iv) Μετά από λίγο το ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια 4J. Για τη θέση αυτή:

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του συσσωματώματος Σ.

β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του Σ, ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο Ο του ελατηρίου;

γ) Να βρεθεί η απόσταση του σημείου Ο, από τον φορέα της ταχύτητας του συσσωματώματος.

62. Μια παραλλαγή στο θέμα Δ Εξετάσεων 2012.



Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $φ=30^o$. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές k_1=30N/m και k_2=70 N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα $Σ_1$, και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).

Τη χρονική στιγμή t_0=0 αφήνουμε το σώμα $Σ_1$ ελεύθερο, οπότε διανύει απόσταση 0,1m μέχρι να σταματήσει την προς τα κάτω κίνησή του και να επιστρέψει, εκτελώντας ΑΑΤ.

i) Να βρεθεί η μάζα m_1 του σώματος $Σ_1$.

ii) α) Πάρτε το σώμα σε μια θέση Π, η οποία απέχει 3cm από την χαμηλότερη θέση της ταλάντωσης. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

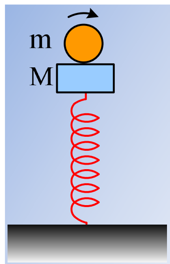
β) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ, υπολογίζοντας και την περίοδο ταλάντωσης.

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα $Σ_2$ μικρών διαστάσεων μάζας m_2=0,4 kg. Το σώμα $Σ_2$ δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα $Σ_1$ λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

iii) Έστω μια θέση Ρ, η οποία απέχει 3,5cm από την χαμηλότερη θέση της ταλάντωσης του συστήματος και στην οποία βρίσκεται κάποια στιγμή κινούμενο προς τα πάνω. Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο $Σ_2$ στην θέση Ρ και υπολογίστε τα μέτρα τους, την στιγμή αυτή.

63. Ταλάντωση με σφαίρα που περιστρέφεται

Στο πάνω μέρος κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθερά K=100N/m δένουμε ένα λείο κύβο μάζας M=1Kgκαι το σύστημα ισορροπεί κατακόρυφα. Δίνουμε σε μία λεία σφαίρα μάζας m=3Kg και ακτίνας R= 0,1m αρχική γωνιακή ταχύτητα $ω_0$=10r/s έτσι ώστε το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας να είναι παράλληλο με το έδαφος και τη στιγμή t=0 αφήνουμε τη σφαίρα πάνω στο σώμα μάζας M έτσι ώστε το κέντρο της σφαίρας να βρίσκεται πάνω στην κατακόρυφη που περνά από τον άξονα του ελατηρίου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Να βρεθούν:

A)Το είδος της κίνησης της σφαίρας

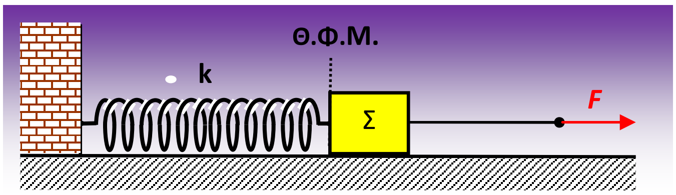
B)Η μέγιστη δύναμη που θα ασκεί το ελατήριο στον κύβο στην διάρκεια της κίνησης του συστήματος

Γ)Η μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος

Δ)Η εξίσωση του μέτρου της ταχύτητας του ανώτερου σημείου της σφαίρας καθώς και των σημείων που βρίσκονται στην επιφάνεια της σφαίρας και απέχουν από το πάνω μέρος του κύβου απόσταση R σε συνάρτηση με το χρόνο.

Για την σφαίρα δίνεται Icm=$0,4mR^2$.

64. Αρμονική ταλάντωση που μετατρέπεται σε φθίνουσα



Ένα σώμα Σ μάζας **m=2kg** είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς **k=50N/m**, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Αρχικά το σώμα ισορροπεί ακίνητο πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος **l_o=0,5m**. Στο σώμα έχουμε δέσει μη εκτατό αβαρές νήμα που έχει όριο θραύσεως T_{max}. Ασκούμε στο άλλο άκρο του νήματος κατάλληλη οριζόντια δύναμη , οπότε το σώμα αρχίζει να μετακινείται από τη θέση ισορροπίας του με σταθερή επιτάχυνση μέτρου **7,5m/s^2** και κάποια στιγμή, που τη θεωρούμε ως t=0, το ελατήριο έχει μήκος **l_1=0,7m** και το νήμα σπάει.

α) Να υπολογίσετε το όριο θραύσεως του νήματος.

β) Για την κίνηση του σώματος μετά το σπάσιμο του νήματος, να υπολογίσετε:

i) την ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ

ii) την χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σώματος Σ, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά

iii) το χρονικό διάστημα στη διάρκεια μίας περιόδου στο οποίο ισχύει K≤3U

iv) το έργο της δύναμης επαναφοράς από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη χρονική στιγμή που το ελατήριο βρίσκεται για $1^{η}$ φορά στην κατάσταση μέγιστης επιμήκυνσής του.

γ) Την χρονική στιγμή $t_1=\frac{7T}{6}$, στο σώμα αρχίζει να ενεργεί δύναμη αντίστασης της μορφής $F_{αντ}=-b\cdot u$, όπου b θετική σταθερά, με αποτέλεσμα η ταλάντωση να μετατρέπεται σε φθίνουσα. Κάποια στιγμή t_2 όπου το ελατήριο έχει μήκος **0,8m** το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου **1m/s** και επιταχύνεται με ρυθμό **7,1m/s^2** ενώ την στιγμή t_3 το μέτρο της ταχύτητας είναι κατά 25% μεγαλύτερο του μέτρου της την στιγμή t_2, παίρνοντας έτσι την μέγιστη τιμή του για $1^{η}$ φορά μετά την επίδραση της δύναμης αντίστασης (με την έννοια του τοπικού ακρότατου). Να υπολογιστούν:

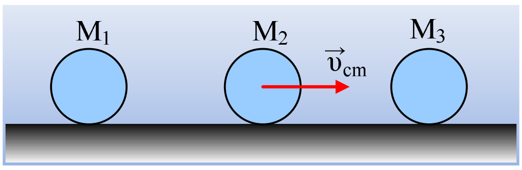
i) η απώλεια μηχανικής ενέργειας στην χρονική διάρκεια $\Delta t=t_2-t_1$,

ii) η τιμή της σταθεράς b,

iii) η απομάκρυνση του σώματος από την θέση x=0 την χρονική στιγμή t_3.

65. Κρούσεις τριών ελαστικών σφαιρών.

Τρεις τέλεια ελαστικές και ίδιας ακτίνας R=0,2m σφαίρες βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Με κάποιον τρόπο αναγκάζουμε την μεσαία σφαίρα να κυλίσει χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο λείο επίπεδο με αρχική ταχύτητα του κέντρου μάζας του $υ_{cm}$=10m/s έτσι ώστε να πλησιάζει προς την δεξιά σφαίρα όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Οι σφαίρες έχουν μάζες $M_1=M_2$=1Kg, ενώ η τρίτη σφαίρα έχει μάζα M_3=4Kg. Οι σφαίρες με μάζα M_1 και M_3 είναι αρχικά ακίνητες. Αν όλες οι κρούσεις που θα πραγματοποιηθούν είναι ελαστικές και γίνονται ακαριαία να βρεθούν:

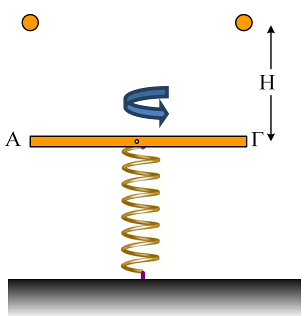
Α) Τα μέτρα των τελικών ταχυτήτων των κέντρων μάζας όλων των σφαιρών

Β) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας με μάζα M_2 που μεταφέρθηκε στην σφαίρα με μάζα M_3.

Γ) Το ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του χαμηλότερου σημείου της σφαίρας με μάζα M_2.

Για τη σφαίρα δίνεται Icm=0,4MR^2.

66. Ελικόπτερο και στόκοι



Μία λεπτότατη και άκαμπτη οριζόντια ράβδος ΑΓ μάζας M=4Kg και μήκους L=1m είναι αρχικά ακίνητη πάνω από ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=4π^{2}N/m με το κέντρο μάζας της ράβδου να βρίσκεται σε επαφή με το πάνω άκρο του ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος και που το άλλο του άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο στο δάπεδο όπως δείχνει το παρακάτω σχήμα Με κατάλληλη στιγμιαία ροπή ζεύγους την χρονική στιγμή t=0 δίνουμε αρχική κατακόρυφη γωνιακή ταχύτητα $ω_0$=2π r/s στη ράβδο και ταυτόχρονα την αφήνουμε ελεύθερη να εκτελέσει ταλάντωση. Την χρονική στιγμή t=0 στην ίδια κατακόρυφη με το Α και το Γ αφήνουμε δύο σημειακές μάζες m=2π/15 Kg από ύψος H. Αν οι δύο στόκοι βρεθούν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τα άκρα Α και Γ της ράβδου την χρονική στιγμή που η ράβδος περνάει από την Θέση ισορροπίας της για δεύτερη φορά μετά την χρονική στιγμή t=0 να βρεθούν:

Α) Αν θα πραγματοποιηθεί πλαστική κρούση της ράβδου με τους δύο στόκους.

Β) Το ύψος H από όπου αφέθηκαν ελεύθεροι οι στόκοι

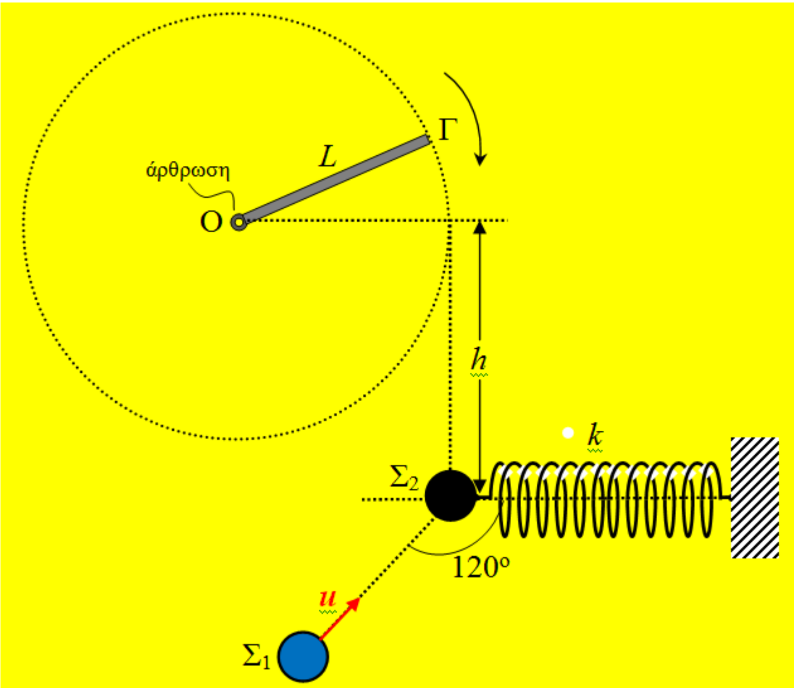
Γ) Το τελικό πλάτος ταλάντωσης του συστήματος ράβδου-στόκων. Θα χαθεί η επαφή του συστήματος ράβδου-στόκων με το ελατήριο;

Δ) Η τελική γωνιακή ταχύτητα του συστήματος ράβδου-στόκων.

Δίνεται για τη ράβδο Icm=1/12 ML^2 , g=10m/s^2 , π^2=10

67. Επαναληπτικη άσκηση στην Μηχανική Στερεού-Κρούσεις

Σφαίρα Σ_2 μάζας $\boldsymbol{m_2=m=2kg}$ ηρεμεί στερεωμένη στο αριστερό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς ***k=150N/m*** το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Μια λεπτή και ομογενής ράβδος ΟΓ μάζας ***M=6kg*** και μήκους ***L=1m*** έχει το άκρο της Ο στερεωμένο σε άρθρωση, γύρω από την οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές και σε κατακόρυφη απόσταση ***h=1,6m*** από τον άξονα του ελατηρίου. Η θέση ισορροπίας της σφαίρας Σ2 βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το άκρο Γ της ράβδου, όταν αυτή κατά τη διάρκεια της περιστροφής της διέρχεται από την οριζόντια θέση. Σφαίρα Σ_1 μάζας $\boldsymbol{m_1=m}$ κινείται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με τη ράβδο ΟΓ και σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία



$\boldsymbol{120^o}$ με τον άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται ελαστικά αλλά όχι κεντρικά με την ακίνητη σφαίρα Σ_2 έχοντας λίγο πριν την κρούση ταχύτητα μέτρου $\boldsymbol{u=4\sqrt{3}m/s}$, με αποτέλεσμα αμέσως μετά η Σ_2 να αρχίσει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωσης κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου. Οι σφαίρες Σ_1 και Σ_2, το ελατήριο και η ράβδος βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, ενώ οι σφαίρες μπορούν να θεωρηθούν υλικά σημεία.

α) Να αποδείξετε ότι αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα Σ_1 θα κινηθεί κατακόρυφα.

β) Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών αμέσως μετά την κρούση και το πλάτος ταλάντωσης της Σ_2.

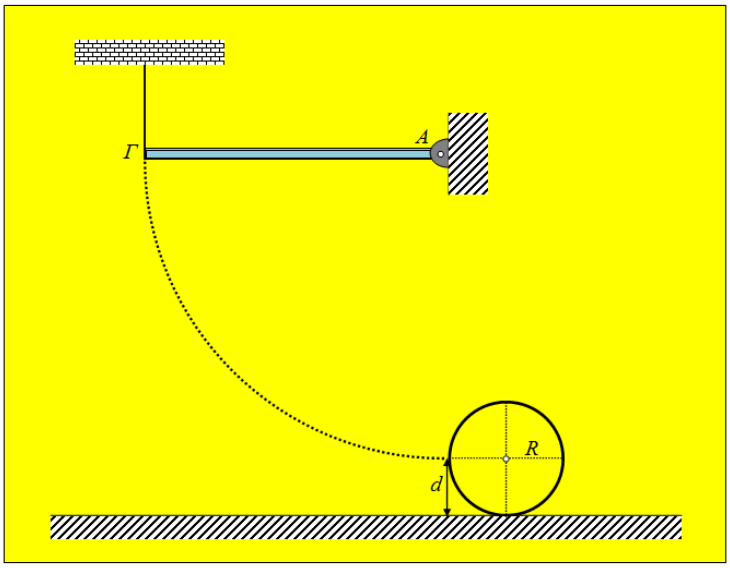
Καθώς η σφαίρα κινείται κατακόρυφα καρφώνεται στο άκρο Γ της ράβδου, η οποία περιστρέφεται κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού και την στιγμή της σύγκρουσης βρίσκεται σε οριζόντια θέση έχοντας γωνιακή ταχύτητα μέτρου ***ω₁=8rad/s***. Να υπολογίσετε:

γ) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος ράβδος-σφαίρα αμέσως μετά την πλαστική σύγκρουση της σφαίρας με το άκρο της ράβδου.

δ) το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τη σφαίρα Σ_1 τη στιγμή που η ράβδος – σφαίρα γίνεται κατακόρυφη για 1η φορά μετά την σύγκρουση.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσο της και είναι κάθετος σε αυτή υπολογίζεται από τη σχέση $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$ ενώ η σύγκρουση ράβδου -σφαίρας Σ_1 έχει αμελητέα χρονική διάρκεια.

68. Επαναληπτική άσκηση: Περιστροφή – Κρούση - Κύλιση με ολίσθηση



Η ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ του διπλανού σχήματος έχει μήκος ***L=1,2m*** και μάζα ***M=4kg*** και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο με τη βοήθεια άρθρωσης που βρίσκεται στο δεξιό άκρο της. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια καθώς το αριστερό της άκρο Γ είναι δεμένο με αβαρές και μη εκτατό σχοινί όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται. Να υπολογιστούν:

α) Το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση λίγο πριν και αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος,

β) η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου όταν γίνεται η ράβδος γίνεται για 1η φορά κατακόρυφη.

Ομογενής σφαίρα μάζας ***m=2kg*** και ακτίνας $\boldsymbol{R=\frac{2}{7}m}$ ισορροπεί ακίνητη σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\boldsymbol{\mu=\frac{6}{70}}$. Τη στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη, η οποία θεωρείται ως t=0, το άκρο της Γ της ράβδου συγκρούεται ελαστικά με σημείο της περιφέρειας της ομογενούς σφαίρας, το οποίο απέχει από το έδαφος απόσταση ***d=R***.

γ) Να υπολογιστούν τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση και της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

δ) Να μελετηθεί η κίνηση της σφαίρας.

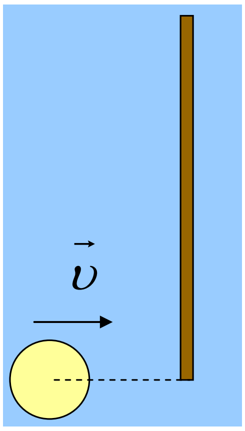
ε) Το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας σε σχέση με την κατακόρυφη που θα διαγράψει η ράβδος μετά την ελαστική της κρούση με την σφαίρα.

στ) Να βρεθεί η χρονική στιγμή $\mathbf{t_1}$ που σταματάει η ολίσθηση της σφαίρας στο οριζόντιο επίπεδο.

ζ) Να γίνει η γραφική παράσταση ***ω=f(t)*** της γωνιακή ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με τον χρόνο από την χρονική στιγμή ***t=0*** έως την χρονική στιγμή $\boldsymbol{t_2=3,3s}$, και να βρεθεί ο αριθμός των περιστροφών στην παραπάνω χρονική διάρκεια.

Δίνεται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της και είναι κάθετος σε αυτή $I_\rho=\frac{1}{3}ML^2$ και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I_{\sigma\varphi}=\frac{2}{5}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2.

69. Ελαστική κρούση δίσκου με ακίνητη ράβδο.

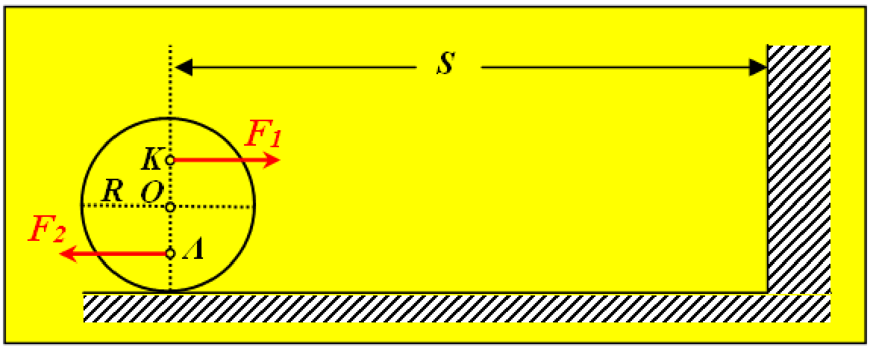


Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται δίσκος με μάζα m = 1kg με ταχύτητα υ = 4 m/s. Συγκρούεται ελαστικά με ράβδο στο άκρο της Α. Η ράβδος έχει μήκος ℓ = 2 m και μάζα Μ = 4 kg.

Μεταξύ ράβδου και δίσκου δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής.

Να υπολογιστούν οι ταχύτητες του δίσκου και τις ράβδου μετά την κρούση και η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου.

70. Ζεύγος δυνάμεων – Κύλιση - Κρούση



Ομογενής σφαίρα μάζας ***M=2kg*** και ακτίνας ***R=0,5m*** ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, με την κατακόρυφη διάμετρό της να απέχει απόσταση ***s=60,5m*** από λείο κατακόρυφο τοίχωμα. Από την χρονική στιγμή t=0 και μετά ασκούνται σε σημεία της κάθε φορά κατακόρυφης διαμέτρου που ισαπέχουν κατά x από το κέντρο, δύο οριζόντιες σταθερές δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, οι οποίες έχουν ίσα μέτρα($F_1=F_2=F$) και αντίθετες κατευθύνσεις, προκαλώντας συνολική ροπή ως προς το κέντρο Ο μέτρου ***2Nm***.

α) Να υπολογιστούν το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας και της γωνιακής επιτάχυνσης της σφαίρας.

β) Να βρεθεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας την χρονική στιγμή t=2s.

Την χρονική στιγμή $t_1=2s$, η δύναμη $\vec{F}_2$ καταργείται και ταυτόχρονα εκτοξεύεται η σφαίρα με ταχύτητα $\vec{u}_{o,cm}$ ώστε αμέσως μετά να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, υπό την επίδραση μόνον της $\vec{F}_1$.

γ) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας $u_{o,cm}$.

δ) Να υπολογιστεί η απόσταση των φορέων των δυνάμεων και το μέτρο των δυνάμεων αυτών.

Η δύναμη $\vec{F}_1$ ασκείται μέχρι και λίγο πριν η σφαίρα συγκρουστεί με το λείο τοίχωμα. Να βρεθούν:

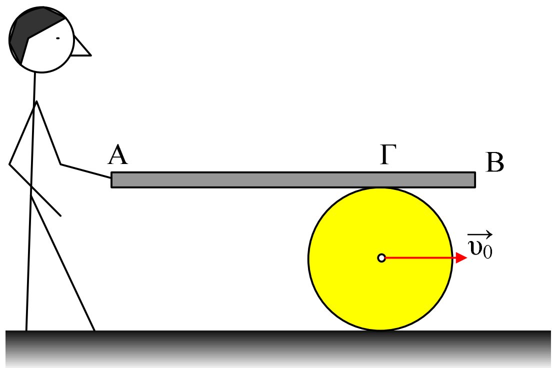
ε) η χρονική στιγμή t_2 της σύγκρουσης της σφαίρας με το τοίχωμα

στ) το έργο της $\vec{F}_1$ δύναμης από την χρονική στιγμή t=0 μέχρι την κατάργησή της.

ζ) τα μέτρα των ταχυτήτων του σημείου επαφής της σφαίρας με το δάπεδο και του ανώτερου σημείου της περιφέρειας της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I_{cm} = \frac{2}{5}MR^2$

71. Το φρενάρισμα του κυλίνδρου.



Σε οριζόντιο επίπεδο κυλίεται (χωρίς ολίσθηση) ένας βαρύς κύλινδρος μάζας M=200kg και ακτίνας R=0,4m με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{0cm}=4m/s. Προκειμένου να ακινητοποιήσουμε τον κύλινδρο, τοποθετούμε πάνω του μια δοκό μήκους 4m και μάζας m=30kg, συγκρατώντας την με το χέρι μας στο ένα της άκρο Α, φροντίζοντας να είναι διαρκώς σε οριζόντια θέση και να στηρίζεται στον κύλινδρο σε απόσταση (ΓΒ)= d=1m από το άλλο της άκρο Β, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι μ=0,3, ενώ ο κύλινδρος επιβραδύνεται χωρίς να ολισθαίνει, μέχρι τη θέση που ακινητοποιείται.

i) Να υπολογιστεί η κάθετη δύναμη στήριξης καθώς και η τριβή ολίσθησης που ασκείται στη δοκό στο σημείο Γ από τον κύλινδρο.

ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση (επιβράδυνση) του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

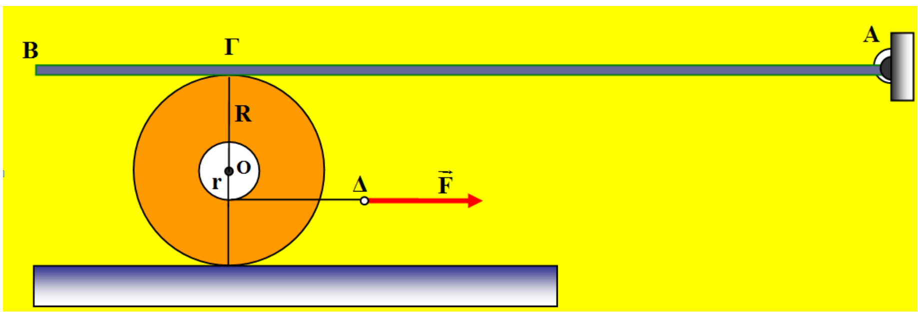
iii) Να υπολογιστεί η στατική τριβή που ασκείται στον κύλινδρο από το έδαφος κατά τη διάρκεια της επιβράδυνσης.

iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του (μέτρο και κατεύθυνση).

v) Να υπολογιστούν η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης που ασκούμε στο άκρο Α της ράβδου, στη διάρκεια της παραπάνω επιβράδυνσης του κυλίνδρου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I_{cm}= ½ MR^2 και και g=10m/s^2.

72. Που θα ολισθαίνει ο τροχός;



Στη διάταξη που φαίνεται στο σχήμα, μια οριζόντια λεπτή ομογενής και άκαμπτη σανίδα ΑΒ , μήκους ℓ = 12 m με βάρος μέτρου W_1 = 1000 N , είναι αρθρωμένη στο ένα άκρο της Α, και ακουμπά στο σημείο Γ πάνω σε τροχό ο οποίος ηρεμεί σε ισορροπία πάνω σε οριζόντιο επίπεδο.

Ο τροχός έχει βάρος μέτρου W_2= 500 N ακτίνα R = 1 m , το δε σημείο επαφής Γ απέχει από το άκρο Β της σανίδας απόσταση ΒΓ = 2 m .

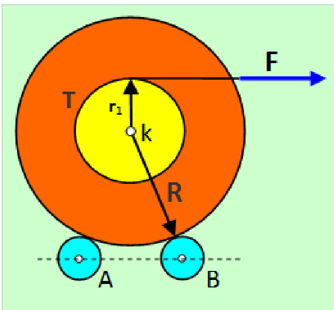
Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ τροχού και σανίδας είναι μ_1 = 0,2 και μεταξύ τροχού και οριζοντίου επιπέδου είναι μ_2 = 0,4.

Μια αβαρής τροχαλία ακτίνας r = 0,2 m είναι κολλημένη στον τροχό , έτσι ώστε το κέντρο της να πέφτει πάνω στον άξονά του όπως φαίνεται στο σχήμα.

i. Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή F_{min} , του μέτρου της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκηθεί στο άκρο Δ του αβαρούς νήματος, που είναι τυλιγμένο χωρίς να γλιστρά στην περιφέρεια της τροχαλίας , ώστε να μπορέσει να κινηθεί ο τροχός.

ii. Για την τιμή F_{min} που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, ο τροχός θα ολισθαίνει πάνω στη σανίδα ή πάνω στο οριζόντιο επίπεδο;

73. Ένας τροχός πάνω σε δυο μικρούς κυλίνδρους



Ένας τροχός μάζας M = 12 kg και ακτίνας R = 0,64 m , ακουμπά πάνω σε δυο μικρούς κυλίνδρους Α και Β όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι μικροί κύλινδροι, έχουν ίσες μάζες $m_A = m_B = m = M/4$, ακτίνες $r_A = r_B = r = R/8$, και μπορούν να στρέφονται χωρίς τριβές γύρω από σταθερούς οριζόντιους άξονες που συμπίπτουν με τον άξονά τους. Οι άξονες των μικρών κυλίνδρων βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Αβαρής τροχαλία Τ ακτίνας r_1 = R/2 είναι στερεωμένη στη βάση του τροχού όπως στο σχήμα , έχοντας πολλές φορές τυλιγμένο στην περιφέρειά της , αβαρές μη εκτατό νήμα που δεν γλιστρά κατά την περιστροφή.

Αρχικά το σύστημα ηρεμεί.

Ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σταθερή οριζόντια δύναμη **F** μέτρου F = 6,4π N , και ο τροχός αρχίζει να στρέφεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στους μικρούς κυλίνδρους.

A. Να υπολογίσετε τις τιμές που θα έχουν τα παρακάτω μεγέθη στο τέλος της δεύτερης περιστροφής του τροχού.

   i. Η γωνιακή ταχύτητα ω_1 του τροχού

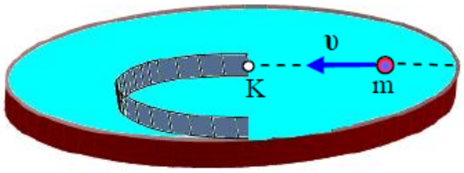
   ii. Η γωνιακή ταχύτητα ω_2 των μικρών κυλίνδρων

   iii. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κάθε μικρού κυλίνδρου.

B. Αν αλείψουμε με λάδι τους κυλίνδρους , να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του τροχού στο τέλος της δεύτερης περιστροφής του.

Η ροπές αδράνειας I_1 του τροχού και του κάθε κυλίνδρου I_2 , ως προς τον άξονα που στρέφονται είναι $I_1 = ½MR^2$, $I_2 = ½mr^2$ αντίστοιχα , και π^2=10.

74. Αρχές διατήρησης στροφορμής , ορμής , ενέργειας και μια απλή αρμονική ταλάντωση



Ένας δίσκος μάζας M = 2 kg και ακτίνας R =0,1m μπορεί να στρέφεται ως προς κατακόρυφο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.
Μια κατακόρυφη επιφάνεια που έχει σχήμα ημικυκλίου ακτίνας r = R/2 είναι στερεωμένη πάνω στον δίσκο όπως φαίνεται στο σχήμα, όπου K το κέντρο του δίσκου.
Αρχικά το σύστημα ηρεμεί.
Μια μικρή σφαίρα αμελητέων διαστάσεων σε σχέση με την ακτίνα του δίσκου , μάζας m =M/2 κινείται χωρίς να περιστρέφεται στη διεύθυνση μιας διαμέτρου του δίσκου, με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 8\sqrt{2}$ m/s , και φτάνοντας στο σημείο K , μπαίνει εφαπτόμενα στον κυκλικό οδηγό που ορίζει η κατακόρυφη ημικυκλική επιφάνεια.

A. Να υπολογίσετε τις τιμές που έχουν τα παρακάτω μεγέθη , τη χρονική στιγμή που βγαίνει η σφαίρα από τον κυκλικό οδηγό και εγκαταλείπει το δίσκο κατά τη διεύθυνση της κοινής εφαπτομένης στο απέναντι από το K σημείο της περιφέρειάς του:

  A1. το μέτρο V της ταχύτητας της σφαίρας

  A2. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.

B. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της στροφορμής της σφαίρας από τη στιγμή που μπαίνει στον κυκλικό οδηγό μέχρι τη στιγμή που βγαίνει.

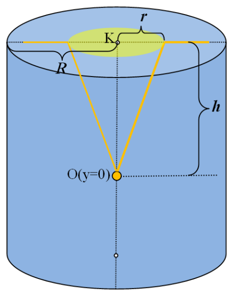
Γ. Η σφαίρα μετά που θα βγει από τον κυκλικό οδηγό, συνεχίζει να κινείται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται τη χρονική στιγμή t = 0 , μετωπικά πλαστικά, με σώμα Σ μάζας m_1 που κινείται με αντίθετη ταχύτητα , δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Αν το συσσωμάτωμα που προκύπτει , εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω στο οριζόντιο επίπεδο με απομάκρυνση της μορφής $x = 0{,}8\sqrt{3} \cdot \eta\mu\left(5\sqrt{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$ SI να υπολογίσετε:

  Γ1. Τη σταθερά k του ελατηρίου.

  Γ2. Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελούσε το σώμα Σ πριν την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου $I_{cm} = ½MR^2$, η μάζα του κυκλικού οδηγού αμελητέα σε σχέση με τη μάζα του δίσκου, η κρούση γίνεται ακαριαία και ότι κατά της κινήσεις των σωμάτων δεν υπάρχουν τριβές.

75. Ταλάντωση και Ολική ανάκλαση



Ένα κυλινδρικό δοχείο ακτίνας $\mathbf{R=\sqrt{3}m}$ περιέχει νερό ενώ σε σημείο Ο που βρίσκεται στην κατακόρυφη διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο της επιφάνειας του υγρού, σε βάθος **h** από την ελεύθερη επιφάνεια, βρίσκεται σημειακή φωτεινή πηγή, η οποία στέλνει κωνική δέσμη ακτίνων προς την επιφάνεια του υγρού. Η ακτίνα του φωτεινού δίσκου στην επιφάνεια του υγρού είναι $\boldsymbol{r}=\frac{4\sqrt{3}}{5}m$ και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της ακτινοβολίας μέσα στο νερό έχει εξίσωση:

$$\boldsymbol{E(y,t) = 1200\sqrt{3}\eta\mu\left(90\pi \cdot 10^{13}t - 20\pi\sqrt{3} \cdot 10^{5}y\right)}(S.I.)$$

α) Να υπολογιστούν:

α$_1$) Η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο νερό.

α$_2$) Ο δείκτης διάθλασης του νερού για την δεδομένη ακτινοβολία.

α$_3$) Η κρίσιμη γωνία εξόδου της ακτινοβολίας από νερό προς τον αέρα.

β) Να γραφεί η χρονική εξίσωση του μαγνητικού πεδίου της ακτινοβολίας στο νερό, θεωρώντας ότι τα δύο πεδία είναι συμφασικά.

γ) Να υπολογιστεί το ύψος h από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού που βρίσκεται η φωτεινή πηγή.

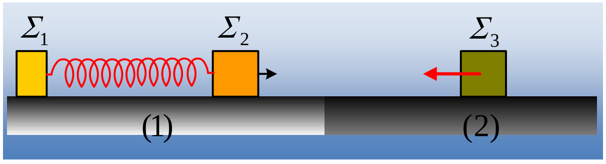
δ) Κάποια στιγμή που θεωρείται ως t=0 η φωτεινή πηγή αρχίζει να κινείται από το σημείο Ο(y=0) κατακόρυφα προς τα πάνω σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο Κ της επιφάνειας του υγρού εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου T=1,5 s. Εάν κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης φωτίζεται στιγμιαία ολόκληρη η επιφάνεια του υγρού, να υπολογίσετε:

δ$_1$) το πλάτος Α και η χρονική εξίσωση απομάκρυνσης της ταλάντωσης της φωτεινής πηγής, θεωρώντας ως θετική την φορά προς τα κάτω

δ$_2$) για πόσο χρόνο στη διάρκεια κάθε περιόδου το εμβαδόν του φωτεινού δίσκου είναι μεγαλύτερο από το 81% του εμβαδού της επιφάνειας του υγρού.

Για τον αέρα θεωρείστε δείκτη διάθλασης $\eta_{αερ}=1$ και ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο κενό $c=3\cdot 10^8$m/s.

76. Ένα μονωμένο σύστημα και ολίγον από ΑΑΤ.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο (1) ηρεμούν δυο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, με μάζες m_1=1kg και m_2=2kg αντίστοιχα, δεμένα στα άκρα ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=50N/m και φυσικού μήκους ℓ_0=0,7m. Μετακινούμε το $Σ_1$, μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει μήκος ℓ_1=0,3m και σε μια στιγμή αφήνουμε τα σώματα να κινηθούν. Στο σώμα $Σ_2$ έχει προσαρμοστεί ένα καρφάκι και μόλις περάσει στο οριζόντιο επίπεδο (2), όπου δεν είναι λείο, συγκρούεται με ένα ξύλινο σώμα $Σ_3$, μάζας m_3=4kg, το οποίο κινείται αντίθετα και το οποίο, τη στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα μέτρου $υ_3$=0,5m/s. Κατά τη διάρκεια της κρούσης το καρφάκι καρφώνεται στο ξύλο, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα, το οποίο έχει μηδενική ταχύτητα, αμέσως μετά την κρούση. Δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ του επιπέδου (2) και του συσσωματώματος $μ=μ_s$=0,2, τα σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων και g=10m/s^2.

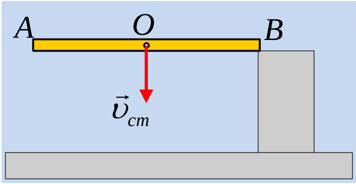
i) Να υπολογιστούν τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ ελάχιστα πριν την κρούση (να μην ληφθεί υπόψη η ανάπτυξη τριβής στο $Σ_2$ κατά την είσοδό του στο (2) επίπεδο).

ii) Ποια η απόσταση των σωμάτων $Σ_1$-$Σ_2$ τη στιγμή της κρούσης;

iii) Να υπολογιστεί η τριβή που θα ασκηθεί στο συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση.

iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του $Σ_1$, τη στιγμή που θα αρχίσει η ολίσθηση του συσσωματώματος.

77. Μια ράβδος συγκρούεται με ένα σκαλοπάτι.



Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ και μάζας Μ πέφτει ελεύθερα και σε μια στιγμή το άκρο της Β κτυπά στην πάνω πλευρά ενός λείου σκαλοπατιού. Ελάχιστα πριν την κρούση, το κέντρο μάζας Ο της ράβδου έχει κατακόρυφη ταχύτητα υ_{cm}=2m/s, ενώ το άκρο Α έχει μηδενική ταχύτητα.

i) Ποια η ταχύτητα του άκρου Β της ράβδου ελάχιστα πριν την κρούση;

ii) Κατά τη διάρκεια της κρούσης της ράβδου με το σκαλοπάτι:

α) Η δύναμη που ασκήθηκε στη ράβδο από το σκαλοπάτι, είναι κατακόρυφη.

β) Η ορμή της ράβδου παραμένει σταθερή.

γ) Η στροφορμή της ράβδου παραμένει σταθερή.

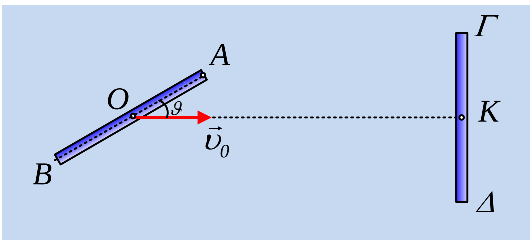
δ) Η στροφορμή της ράβδου παραμένει σταθερή ως προς κατάλληλα επιλεγμένο σημείο.

ii) Αν το άκρο Β, αμέσως μετά την κρούση, έχει κατακόρυφη ταχύτητα με φορά προς τα πάνω μέτρου 1m/s, ενώ το άκρο Α κατακόρυφη ταχύτητα με φορά προς τα κάτω μέτρου 3m/s, να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική ή όχι.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=\frac{1}{12}M\ell^2$.

78. Δυο ράβδοι συγκρούονται ελαστικά.

Πάνω σε μια παγωμένη λίμνη ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_O=\upsilon_A=\upsilon_0$=3,5m/s μια οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ=1m, όπου Ο το μέσον της. Μια δεύτερη όμοια ράβδος ΓΔ ηρεμεί όπως στο σχήμα, όπου η διεύθυνση της ταχύτητας του σημείου Ο, είναι κάθετη στην ΓΔ, στο μέσον της Κ. Οι δυο ράβδοι συγκρούονται ελαστικά.



(κάτοψη)

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του άκρου Β της πρώτης ράβδου, πριν την κρούση.

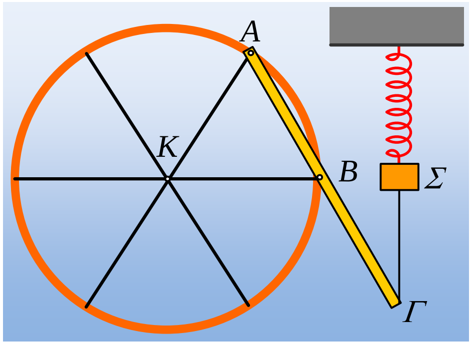
ii) Να εξηγείστε γιατί μετά την κρούση καμιά ράβδος δεν θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση.

iii) Ποια ράβδος θα αποκτήσει μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα; Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

iv) Αν το μέσον Κ της ράβδου ΓΔ αποκτήσει, αμέσως μετά την κρούση, ταχύτητα μέτρου υ_2=2m/s, να υπολογίστε την τελική ταχύτητα του μέσου Ο και τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου ΑΒ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=\frac{1}{12}m\ell^2$.

79. Ένα στερεό και μια ΑΑΤ.



Ο τροχός του σχήματος ακτίνας R=1,4m και μάζας M=6kg μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο του Κ. Καρφώνουμε πάνω του μια ομογενή ράβδο ΑΓ, μήκους 2R και μάζας m_1 =M, στο άκρο της Α και στο μέσον της Β, δημιουργώντας το στερεό S. Το άκρο Γ της ράβδου έχει δεθεί με αβαρές κατακόρυφο νήμα, με σώμα Σ μάζας m, το οποίο ισορροπεί στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, το οποίο έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell$ =0,5m. Το σύστημα ισορροπεί ενώ το μέσον Β της ράβδου βρίσκεται στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας του τροχού.

i) Να υπολογιστεί η μάζα m_2 του σώματος Σ.

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει τη ράβδο με το σώμα Σ. Να βρεθούν:

ii) Η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος Σ και του άκρου Γ (επιτρόχια επιτάχυνση) της ράβδου.

iii) Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος Σ και του άκρου Γ της ράβδου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I = \frac{1}{12}M\ell^2$ ενώ g=10m/s^2. Η μάζα του τροχού να θεωρηθεί συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του, αφού οι ακτίνες του θεωρούνται αμελητέας μάζας.