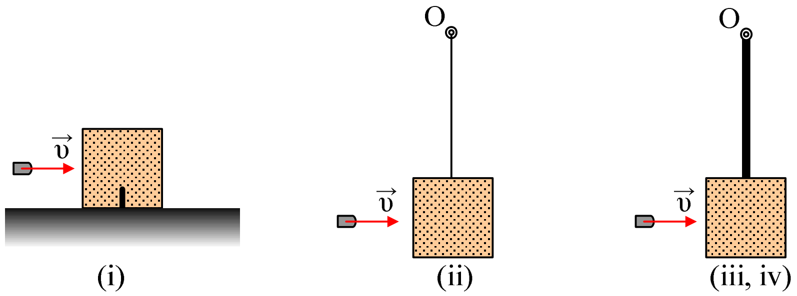
0. Επαναληπτικά θέματα. Ομάδα Β.

1) Απώλεια μηχανικής ενέργειας σε κρούση.



Ένα βλήμα μάζας 0,1kg που κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=100m/s σφηνώνεται σε ακίνητο ξύλο μάζας 1,9kg. Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας που οφείλεται στην κρούση, όταν το ξύλο είναι:

i) πακτωμένο στο έδαφος.

ii) κρέμεται στο άκρο νήματος μήκους ℓ.

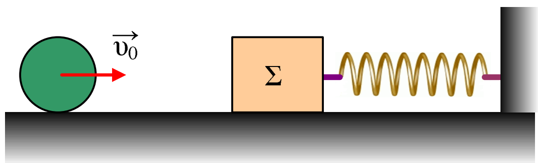
iii) κρέμεται στο άκρο αβαρούς ράβδου μήκους ℓ, το άλλο άκρο της οποίας μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα..

iv) κρέμεται στο άκρο της παραπάνω ράβδου, η οποία έχει μάζα 3kg.

Σε ποια από τις παραπάνω περιπτώσεις το έργο της δύναμης που δέχτηκε το βλήμα από το ξύλο, είναι μεγαλύτερο (κατά απόλυτο τιμή);

Δίνεται για την ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής της $I= 1/3\ m_1 \cdot \ell^2$.

2) Μια κρούση σφαίρας και αυτή…. η τριβή….



Ένα σώμα Σ μάζας M=20kg ηρεμεί σ' οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0{,}075$, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=50N/m που έχει το φυσικό του μήκος. Μια σφαίρα μάζας m_1=10kg και διαμέτρου 2R=h, όπου h το ύψος του σώματος Σ, η οποία δεν παρουσιάζει τριβή με το επίπεδο, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με ταχύτητα κέντρου μάζας υ_0=1,5m/s και με κατεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα Σ. Στη διάρκεια της κρούσης δεν αναπτύσσεται δύναμη τριβής μεταξύ σφαίρας και σώματος Σ.

i) Πόσο τοις εκατό μειώνεται η κινητική ενέργεια της σφαίρας λόγω κρούσης;

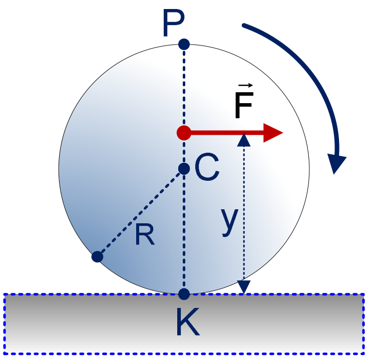
ii) Ποια είναι η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, μέχρι τη θέση που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος Σ;

iii) Πόσο συνολικά διάστημα θα διανύσει το σώμα Σ μέχρι να σταματήσει και ποια τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του στην θέση που σταματά;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I=\frac{2}{5}\ m_1 \cdot R^2$ και $g=10m/s^2$.

3) Κυκλικός Δίσκος ο οποίος Δέχεται Εξωτερική Δύναμη & Εκτελεί Κύλιση Χωρίς Ολίσθηση

Ένας κυκλικός δίσκος μάζας m=4Kg και ακτίνας R=0,2m ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή t=0, ασκείται στον κυκλικό δίσκο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=15N & αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει (ο συντελεστής τριβής μ σε κάθε περίπτωση παίρνει την ελάχιστη δυνατή τιμή) κατά μήκος του οριζοντίου επιπέδου. Εάν ο φορέας της δύναμης βρίσκεται στο επίπεδο του δίσκου και απέχει απόσταση y από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



i) 1. Να προσδιορίσετε τις παρακάτω συναρτήσεις και να κατασκευάσετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

ii) α) $\alpha = f(y)$ β) $T = f(y)$ γ) $\mu_{min} = f(y)$

iii) 2. Ποια η φόρα και ποιο το μέτρο της τριβής, όταν η δύναμη F ασκειται στα σημεια C, P;

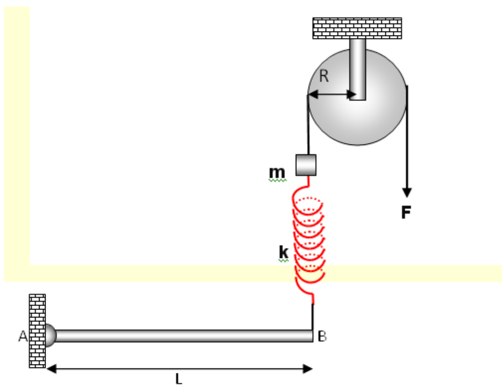
iv) 3. Σε πόση απόσταση (y) από το οριζόντιο επίπεδο πρέπει να ασκηθεί η δύναμη F, ώστε η συνολική δύναμη που δέχεται ο κυκλικός δίσκος από αυτό να είναι ίση με το βάρος του;

v) 4. Αν σε κάποια χρονική στιγμή η κινητική ενέργεια του κυκλικού δίσκου είναι K=90π J και η δύναμη F ασκείται σε απόσταση από το οριζόντιο επίπεδο ίση με εκείνη που προκύπτει από το ερώτημα 3, να προσδιορίσετε τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει ο κυκλικός δίσκος καθώς και το διάστημα που έχει διανύσει ως αυτή τη χρονική στιγμή.

Δίνεται: $I_{cm\ (κυκλικού\ δίσκου)} = \frac{1}{2}mr^2$, $g = 10\,m/s^2$

4) Μια τροχαλία σε ισορροπία, αλλά και σε περιστροφή

Δίνεται η διάταξη του παρακάτω σχήματος: Η ράβδος ΑΒ, μάζας M=2kg και μήκους L=1m ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια της άρθρωσης Α και του κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m. Στο άνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο μικρό σώμα, μάζας m=1kg, το οποίο με τη σειρά του είναι δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, το οποίο διέρχεται από το αυλάκι του δίσκου της σταθερής τροχαλίας, ακτίνας R. Στο άλλο άκρο του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου F. Να βρεθούν:



i) Η δύναμη F και η παραμόρφωση του ελατηρίου.

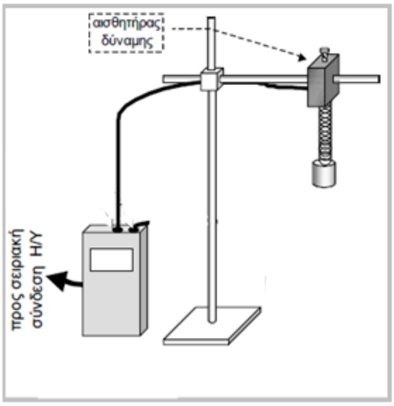
ii) Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται ελάχιστα πιο πάνω από το άκρο Β της ράβδου, έτσι ώστε το ελατήριο να μη συνδέεται πλέον με τη ράβδο. Πόσος είναι ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει γωνία $\varphi=30^o$ με την κατακόρυφη και πόση είναι η δύναμη από την άρθρωση τη στιγμή εκείνη, στη διεύθυνση της ράβδου;

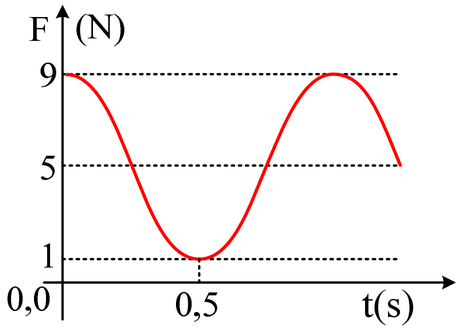
iii) Ο ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας της ράβδου τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει γωνία $\varphi'=60^o$ με την κατακόρυφη.

Δίνονται: $g=10m/s^2$ και για τη ράβδο $I_{cm}=ML^2/12$.

5) Η δύναμη του ελατηρίου σε μια ΑΑΤ.

Με τη βοήθεια του MultiLog πήραμε τη γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου στην περίπτωση ενός σώματος που ταλαντώνεται κατακόρυφα, στο άκρο ελατηρίου, η οποία είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.





i) Με βάση πληροφορίες που μπορείτε να αντλήσετε από τη γραφική παράσταση, χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

   α) Το ελατήριο είναι σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης τεντωμένο.

   β) Τη στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσής του.

   γ) Τη στιγμή $t'=0{,}25s$ το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του.

   δ) Τη στιγμή $t_1=0{,}5s$ το σώμα έχει επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω.

ii) Να βρεθεί η μάζα του σώματος που ταλαντώνεται, καθώς και η περίοδος ταλάντωσης.

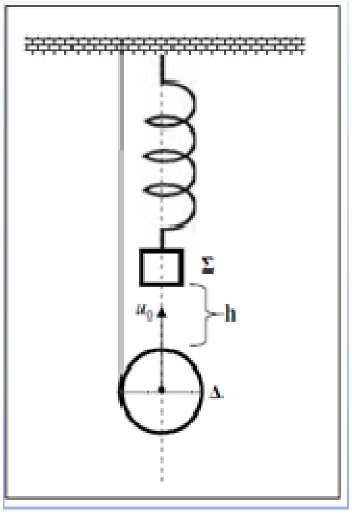
iii) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.

iv) Ποια η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=0{,}25s$ και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του;

Δίνονται ότι η μάζα του ελατηρίου θεωρείται αμελητέα $g=10m/s^2$ και $\pi^2\approx10$.

6) Ένα γιο-γιο και μια ταλάντωση

Μικρό σώμα (Σ) μάζας m=1kg ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m το άνω άκρο του οποίου είναι δέσμιο. Γιογιό αποτελείται από κυκλική λεπτή ομογενή άκαμπτη στεφάνη (Δ), μάζας M=3kg, τυλιγμένη με αβαρές μη εκτατό νήμα.Το ελεύθερο άκρο του νήματος είναι δεμένο. Προσδίδουμε στη στεφάνη (Δ) κατακόρυφη μεταφορική ταχύτητα u_0 και αυτή ανέρχεται περιστρεφόμενη περί του κέντρου της καθώς το νήμα τυλίγεται χωρίς ολίσθηση παραμένοντας κατακόρυφο. Το κέντρο της κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Όλες οι κινήσεις γίνονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Αντίσταση αέρα δεν υπάρχει. Δίνεται $g=10m/s^2$.



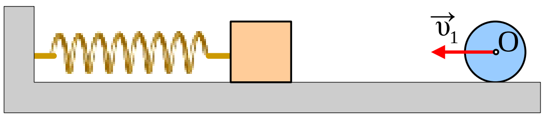
i) Η στεφάνη (Δ) έχει μηδενική ταχύτητα τη στιγμή που φτάνει στο σώμα (Σ). Αν η διάρκεια της ανοδικής κίνησής της είναι $\Delta t=2s$ να υπολογίσετε την αρχική κατακόρυφη απόσταση h μεταξύ στεφάνης (Δ) και σώματος (Σ).

ii) Να υπολογίσετε την ακτίνα R της στεφάνης (Δ) αν το μέτρο της στροφορμής είναι $L_1=15Kgm^2$ όταν η κινητική της ενέργεια είναι $K_1 75J$.

iii) Η στεφάνη (Δ) προσκολλάται στο σώμα (Σ) και την ίδια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης ταλάντωσης θεωρώντας $t_0=0$ τη στιγμή επαφής. Θεωρήστε τον ημιάξονα Οy προσανατολισμένο κατακόρυφα προς τα επάνω και το συσσωμάτωμα σημειακό αντικείμενο.

7) Ελαστική κρούση σφαίρας με ταλαντούμενο κύβο.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει μια σφαίρα ακτίνας R και μάζας 1kg με ταχύτητα κέντρου μάζας $\upsilon_1=3m/s$, κατευθυνόμενη προς έναν κύβο πλευράς α=2R και μάζας 2kg ο οποίος ταλαντώνεται με πλάτος 0,5m, στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς k=800N/m. Η ταχύτητα του κέντρου Ο της σφαίρας έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα.



Μετά την μετωπική ελαστική κρούση των δύο σωμάτων, η σφαίρα κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα κέντρου μάζας μέτρου $\upsilon_1'=9m/s$.

i) Να βρεθεί η ταχύτητα του κύβου πριν την κρούση.

ii) Κατά ποιο ποσοστό αυξήθηκε η κινητική ενέργεια της σφαίρας κατά την κρούση;

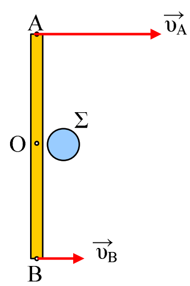
iii) Κατά ποιο κλάσμα μειώθηκε η ενέργεια ταλάντωσης του κύβου;

iv) Να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου επαφής της σφαίρας με το έδαφος, μετά την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I= 2/5\ MR^2$ και ότι κατά την κρούση μεταξύ σφαίρας και κύβου δεν αναπτύσσεται τριβή.

8) Μια σύνθετη κίνηση και μια κρούση.

Μια ομογενής ράβδος μήκους $\ell=1m$ και μάζας 1kg κινείται οριζόντια στην επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης, χωρίς τριβές και σε μια στιγμή, όπου τα άκρα της έχουν ταχύτητες της ίδιας φοράς με μέτρα $\upsilon_A=6m/s$ και $\upsilon_B=2m/s$, συγκρούεται ελαστικά με μια μικρή σφαίρα Σ, που θεωρείται υλικό σημείο, μάζας 1kg, η οποία ήταν ακίνητη, όπως στο σχήμα. Η σφαίρα Σ κτυπά τη ράβδο στο μέσον της Ο.



i) Υπολογίστε την ταχύτητα του μέσου Ο, καθώς και την κινητική ενέργεια της ράβδου, πριν την κρούση.
ii) Να βρεθούν οι κινήσεις που θα εκτελέσουν τα δυο σώματα μετά την κρούση.

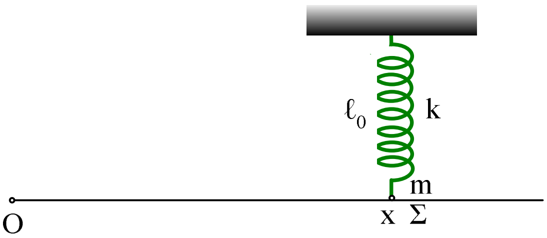
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=M\ell^2/12$.

9) Αρμονικό κύμα και ταλάντωση.

Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Οx, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Η πηγή του κύματος, που βρίσκεται στο αριστερό άκρο Ο του ελαστικού μέσου, την χρονική στιγμή t=0 βρίσκεται στην Θ.Ι. κινούμενη με u>0 και ταλαντώνεται με πλάτος 10cm. Τα κύματα που παράγει έχουν συχνότητα 20 Hz, ενώ η απόσταση μεταξύ των θέσεων ισορροπίας δύο υλικών σημείων του μέσου που οι ταλαντώσεις τους έχουν διαφορά φάσης 2π rad ισούται με 0.2m.

i) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.
ii) Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται στον θετικό ημιάξονα Οx.
iii) Να παραστήσετε γραφικά τη φάση των σημείων του μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή Ο την χρονική στιγμή 1s.

Σε απόσταση 6m από το Ο βρίσκεται ένα υλικό σημείο Σ μάζας 10gr που είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου όπως φαίνεται στο σχήμα.

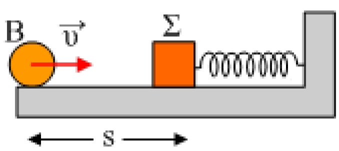


iv) Να βρείτε ποια χρονική στιγμή ξεκινά να ταλαντώνεται και ποια είναι η σταθερά του ελατηρίου ώστε το σύστημα ελατηρίου-μάζας να ταλαντώνεται σε συντονισμό με την πηγή Ο.
v) Να βρείτε το πλάτος του διαμήκους κύματος, που διαδίδεται στο ελατήριο.

Δίνεται : $\pi^2 \approx 10$.

10) Μια μετωπική κρούση και μια ταλάντωση με περίεργη αρχική φάση.

Μια σφαίρα μάζας m=1kg εκτοξεύεται για t=0 με ταχύτητα υ_1 από το σημείο Β, το οποίο απέχει απόσταση s=3m από ακίνητο σώμα Σ, το οποίο ηρεμεί δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=20N/m. Μετά από λίγο η σφαίρα συγκρούεται μετωπικά με το σώμα Σ, το οποίο μετά την κρούση εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση:



$$x=\left(\frac{2}{\pi}\right)\cdot ημ(\pi t-\pi) \text{ (μονάδες S.I.).}$$

Αν το επίπεδο είναι λείο και η διάρκεια της κρούσεως αμελητέα, η προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, ενώ $\pi^2 \approx 10$, ζητούνται:

i) Η ταχύτητα υ_1 της σφαίρας.

ii) Ποια χρονική στιγμή η σφαίρα θα ξαναπεράσει από το σημείο Β.

iii) Πόσο θα απέχουν μεταξύ τους τη στιγμή αυτή τα δύο σώματα;

11) Σύνθεση Ταλαντώσεων και κύμα.

Το σημείο Ο γραμμικού ελαστικού μέσου το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα χ΄Οχ, εκτελεί ταυτόχρονα δύο Α. Α. Τ που γίνονται στην ίδια διεύθυνση, κάθετα στον άξονα χ΄χ και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$y_1 = 0{,}1\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{3})(S.I) \text{ και } y_2 = 0{,}1\sqrt{3}\eta\mu(10\pi t - \frac{\pi}{6})(S.I).$$

i) Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σημείο Ο.

ii) Θεωρούμε το σημείο Ο σαν πηγή αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του Οχ ημιάξονα. Αν τη χρονική στιγμή t_1 που η πηγή ολοκληρώνει δύο ταλαντώσεις το κύμα φθάνει σε ένα σημείο Γ που απέχει από την πηγή $x_\Gamma = 20cm$, να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος της χορδής.

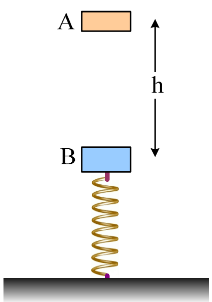
iii) Η φάση της ταλάντωσης ενός σημείου Κ του ελαστικού μέσου την ίδια χρονική στιγμή t_1 ισούται με $\varphi_K = \frac{3\pi}{2}$. Ποια χρονική στιγμή ξεκίνησε να ταλαντώνεται το σημείο αυτό; Να εξετάσετε προς τα πού θα κινηθεί το σημείο Κ αμέσως μετά τη στιγμή t_1.

iv) Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης μεταξύ του σημείου Κ και του πιο μακρινού σημείου Η (από την πηγή Ο) του ελαστικού μέσου που αρχίζει να ταλαντώνεται τη στιγμή $t_2 = 0{,}7s$.

v) Να βρείτε τον αριθμό των υλικών σημείων του μέσου, μεταξύ των Κ, Η που έχουν την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα με την πηγή κάθε στιγμή.

vi) Να βρείτε πόσα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου, τη χρονική στιγμή $t_2 = 0{,}7s$, έχουν μέγιστη κινητική και πόσα έχουν δυναμική ίση με $\frac{U_{max}}{4}$.

12) Ελαστική κρούση και ΑΑΤ.

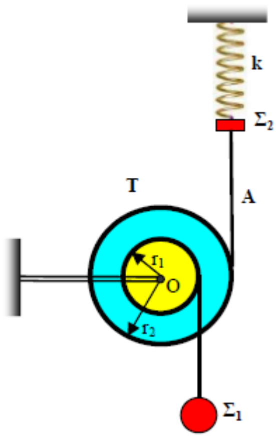


Ένα σώμα Α μάζας 1,2kg για t=0 αφήνεται να πέσει από ύψος h=5m πάνω σε δεύτερο σώμα Β μάζας 2kg, που ηρεμεί στο ανώτερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=8\pi^2= 80N/m$. Αν η κρούση είναι μετωπική και ελαστική και διαρκεί απειροελάχιστα, ενώ $g=10m/s^2$:

i) Ποιο ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Α, μεταφέρεται στο σώμα Β κατά την κρούση.

ii) Αποδείξτε ότι τα δύο σώματα θα ξανασυγκρουστούν την χρονική στιγμή $t_1 =0{,}5s$, δεχόμενοι ότι το σώμα Β θα εκτελέσει ΑΑΤ.

13) Ισορροπία – περιστροφή - ταλάντωση



Μια διπλή τροχαλία Τ, αποτελείται από δυο ομόκεντρες ομογενείς τροχαλίες με ακτίνες $r_1 = 0,2$ m , $r_2 = 0,4$ m και μάζες $M_1 = M_2 = 3,2$ kg . Οι δυο τροχαλίες συνδέονται μεταξύ τους έτσι ώστε να μπορούν να περιστρέφονται χωρίς τριβές, σαν ένα στερεό γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο τους Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό τους.

Στα αυλάκια των τροχαλιών, έχουν τυλιχτεί δυο αβαρή σταθερού μήκους νήματα, στα ελεύθερα άκρα των οποίων είναι δεμένα τα σώματα Σ_1 , Σ_2 με μάζες $m_1 = 2$ kg , $m_2 = 3$ kg αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα Σ_2 , είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m, και το σύστημα ισορροπεί σε ηρεμία. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.

Α. Να υπολογίσετε τις τάσεις των νημάτων και τη επιμήκυνση του ελατηρίου.

Β . Κόβουμε το νήμα που συνδέει το σώμα Σ_2 με την μεγάλη τροχαλία στο σημείο Α.

Να υπολογίσετε:

i) Την μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα Σ_2 .

ii) Την επιτάχυνση του σώματος Σ_1.

iii) Την ταχύτητα του σώματος Σ_1 , τη χρονική στιγμή που το Σ_2 θα σταματήσει να κινείται για δεύτερη φορά, μετά τη χρονική στιγμή που ξεκίνησε να ταλαντώνεται.

iv) Την γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας, τη χρονική στιγμή που το Σ_1 θα έχει μετατοπιστεί κατά h = 16 m από το σημείο που ξεκίνησε να κινείται.

Δίνεται g = 10 m/s² και ότι η ροπή αδράνειας τροχαλίας μάζας Μ και ακτίνας R ως προς άξονα που περνά από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της, υπολογίζεται με τη σχέση $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.\

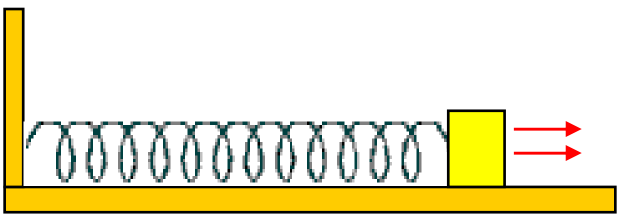
14) Ταλάντωση μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Σώμα μάζας m=1kg, φορτισμένο με φορτίο $q=+6.4 \cdot 10^{-3}$C βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k=64N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.

Στην περιοχή υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, που η έντασή του $E=10^3$N/C έχει διεύθυνση τον άξονα του ελατηρίου και φορά όπως φαίνεται στην εικόνα.

Α. i) να δειχτεί ότι το ελατήριο είναι παραμορφωμένο

ii) να βρεθεί η παραμόρφωση του ελατηρίου



Β. κάποια χρονική στιγμή που θεωρείται αρχή των χρόνων καταργείται το ηλεκτρικό πεδίο

iii) να δειχτεί ότι το σώμα θα πραγματοποιήσει στη συνέχεια γραμμική αρμονική ταλάντωση

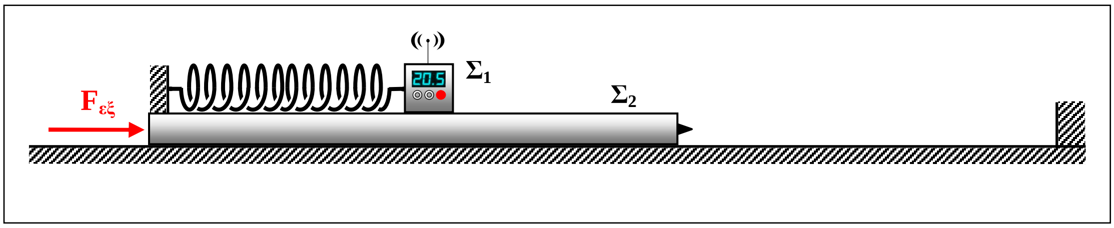
iv) να βρεθεί το πλάτος, η περίοδος και η κυκλική συχνότητα αυτής της ταλάντωσης

v) να γραφεί η εξίσωσης της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο κίνησης

15) Τεμαχισμός ελατηρίου.

Ιδανικό ελατήριο έχει φυσικό μήκος l_0 και σταθερά κ. Κόβουμε το ελατήριο σε δύο κομμάτια με μήκη l_1 ,l_2 τέτοια ώστε $l_1/l_2=2/3$. Στερεώνουμε τα ελατήρια με το ένα τους άκρο σε οροφή και στο άλλο άκρο συνδέουμε στο καθένα σώμα μάζας m. Εκτρέπουμε τα σώματα από τη Θ.Ι και τα αφήνουμε ελεύθερα να εκτελέσουν Α.Α.Τ Να βρείτε το λόγο των συχνοτήτων των δύο ταλαντώσεων.

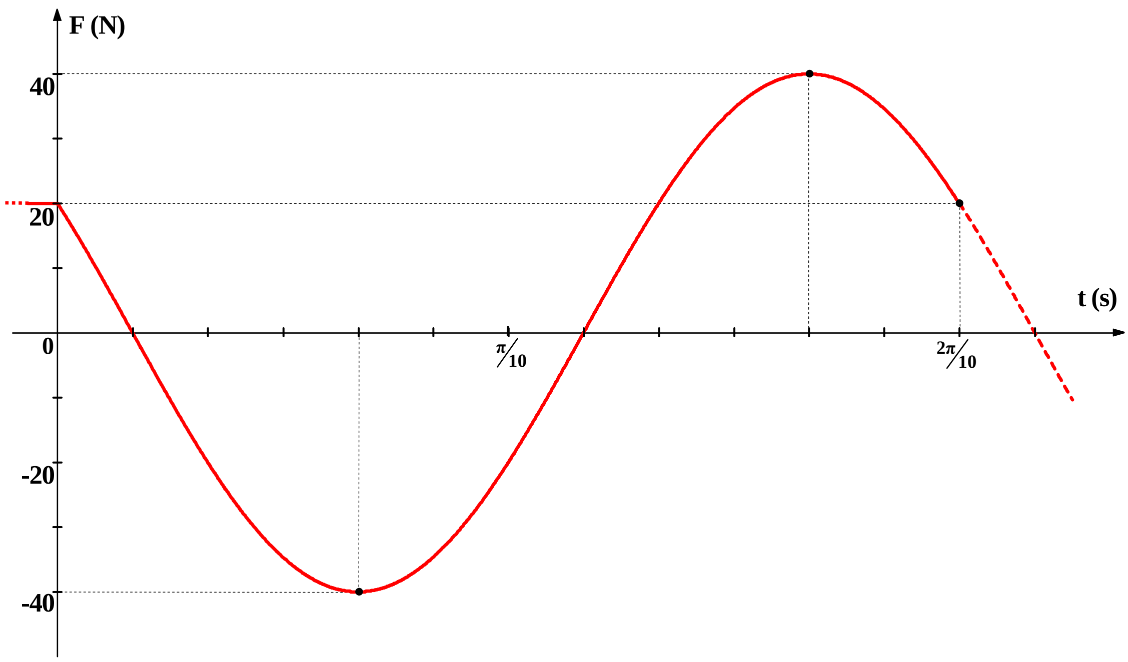
16) Ένα απότομο σταμάτημα και μια ταλάντωση



Η πλατφόρμα ($Σ_2$) του σχήματος έχει μάζα **M = 3kg** και έχει πάνω της στερεωμένο με κατάλληλη βάση οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς **k = 200N/m**, όπως στο σχήμα. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο, μέσω του αισθητήρα του, ένα … ασύρματο multilog ($Σ_1$), που έχει μάζα **m = 2kg**.

Σταθερή οριζόντια δύναμη $\mathbf{F_{εξ}}$ ασκείται στο σύστημα και το μετακινεί προς τα δεξιά έτσι ώστε το σώμα ($Σ_1$) να παραμένει ακίνητο ως προς το ($Σ_2$).

Κάποια στιγμή η πλατφόρμα συναντά ακλόνητο εμπόδιο και ακινητοποιείται απότομα, ενώ το σώμα ($Σ_1$) αρχίζει να εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η καταγραφή της δύναμης που δέχεται ο αισθητήρας του, όπου η στιγμή **t=0** είναι η στιγμή της ακινητοποίησης και ως θετική φορά θεωρείται η φορά της αρχικής κίνησης:



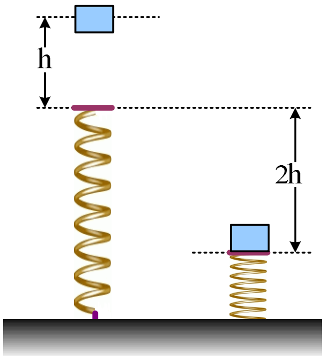
Ζητούνται:

i) Το μέτρο της δύναμης $\mathbf{F}_{εξ}$.

ii) Η ταχύτητα **υ** που είχε το σύστημα τη στιγμή της πρόσκρουσης με το εμπόδιο.

(Όλες οι επιφάνειες θεωρούνται λείες.)

17) Πόσο χρόνο διαρκεί η επαφή με το ελατήριο;



Αφήνεται ένα σώμα να πέσει από ύψος h=6cm, πάνω στο ελεύθερο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου στηρίζεται στο έδαφος. Παρατηρούμε δε, ότι προκαλεί συσπείρωση του ελατηρίου κατά 2h=12cm πριν κινηθεί ξανά προς τα πάνω.

i) Να αποδείξτε ότι για όσον χρόνο το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, η κίνησή του είναι ΑΑΤ.

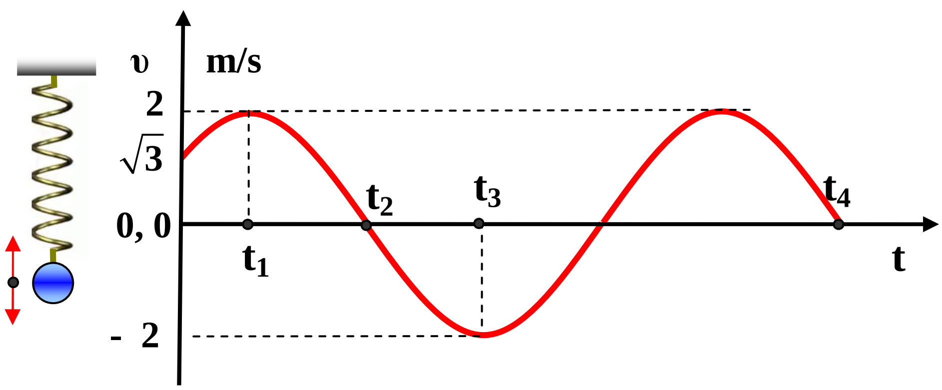
ii) Να βρεθεί το πλάτος ταλάντωσης.

ii) Να υπολογιστεί ο χρόνος που το σώμα θα βρίσκεται σε επαφή, (μέχρι τη στιγμή που κινούμενο προς τα πάνω εγκαταλείπει το ελατήριο).

Δίνεται $g=10m/s^2$ και $\pi^2 \approx 10$.

18) Αξιοποίηση του διαγράμματος ταχύτητας - χρόνου

Ένα σώμα μάζας m = 4 kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο.



Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος , σε συνάρτηση με το χρόνο όπου $t_4 - t_2 = \pi/5$ s . Με δεδομένο ακόμη ότι, τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα επάνω να υπολογίσετε :

i) Την απομάκρυνση x_o του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή t = 0.

ii) Την συνάρτηση απομάκρυνσης - χρόνου x = f(t) και να την παραστήσετε γραφικά.

iii) Τις χρονικές στιγμές t_1 , t_2 και t_3.

iv) Την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου την χρονική στιγμή $t = t_2$.

v) Την δυναμική ενέργεια λόγω της ταλάντωσης την χρονική στιγμή $t = t_2$

vi) Τις τιμές των παρακάτω μεγεθών από $t = 0$ μέχρι $t = t_2$

α. έργο της δύναμης επαναφοράς

β. έργο της δύναμης του ελατηρίου

γ. έργο του βάρους

Δίνεται $g = 10$ m /s²

19) Α.Α.Τ και μέγιστο επιτρεπτό πλάτος.

Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο με σταθερά $k = 100$ N/m έχει το ένα άκρο του ακλόνητα στερεωμένο και στο άλλο έχει συνδεθεί σώμα μάζας $m_1 = 1{,}5$ kg που είναι συνδεδεμένο μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 0{,}18$m με άλλο σώμα μάζας $m_2 = 0{,}5$kg. Το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{θρ}=15$N. Καθώς το σύστημα ισορροπεί το εκτρέπουμε προς τα κάτω και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}}$.

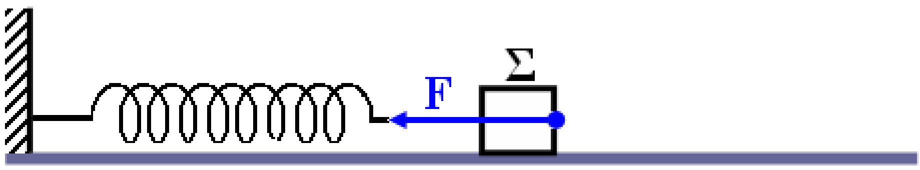
i) Να υπολογιστεί το μέγιστο πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που μπορεί να εκτελέσει το σώμα μάζας m_2.

ii) Εκτρέπουμε το σύστημα προς τα κάτω κατά A=0,05m και το αφήνουμε να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t=0 που το σώμα μάζας m_1 βρίσκεται σε απόσταση x =0,03m πάνω από τη θέση αρχικής ισορροπίας του και κινείται με φορά προς τα πάνω, κόβουμε το νήμα. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο $y_1=y_1(t)$ για την απλή αρμονική ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα μάζας m_1. Δίνεται ότι η θετική φορά των απομακρύνσεων είναι προς τα κάτω.

iii) Να υπολογιστεί η απόσταση d των σωμάτων m_1 και m_2 τη χρονική στιγμή, που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1,

Να θεωρήσετε ότι $g=10m/s^2$, π=3,14, $\pi^2=10$, $\sqrt{3} = 1{,}732$.

20) Τρεις ασκήσεις με το ίδιο σχήμα, ίδιο ζητούμενο...



i) Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα Σ .Το σώμα Σ είναι σταθερά συνδεδεμένο με οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=100 N/m. Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο κατακόρυφο στήριγμα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ασκούμε στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη , μέτρου F=10N , και συμπιέζουμε το ελατήριο. Όταν συμπιέσουμε το ελατήριο κατά $\Delta\ell$ =5 cm σταματάμε να ασκούμε την δύναμη F και αφήνουμε το σώμα Σ να ταλαντωθεί ελεύθερα.

Να προσδιορίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του Σ

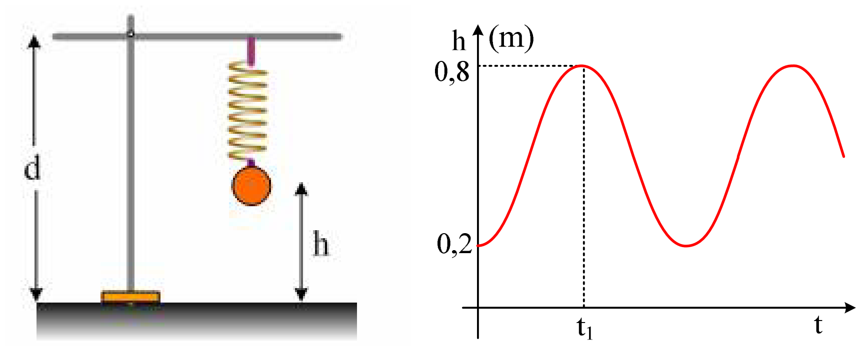
ii) Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα Σ. Το σώμα Σ είναι σταθερά συνδεδεμένο με οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=20 N/m. Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο κατακόρυφο στήριγμα, όπως φαίνεται στο σχήμα.. Το ελατήριο στη αρχική θέση ισορροπίας του Σ είναι στο φυσικό του μήκος. Κάποια χρονική στιγμή αρχίζει να ενεργεί στο Σ σταθερή οριζόντια δύναμη F=8 N προς τα αριστερά .

Να προσδιορίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του Σ.

iii) Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα Σ μάζας m=2 Kg. Το σώμα Σ είναι σταθερά συνδεδεμένο με οριζόντιο ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=32 N/m. Η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο κατακόρυφο στήριγμα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Την χρονική στιγμή t_o=0 αρχίζουμε να ασκούμε στο σώμα Σ οριζόντια δύναμη F οπότε το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση , μέτρου $\alpha=1{,}8m/s^2$. Την χρονική στιγμή $t_1=\frac{2}{3}s$ σταματάμε να ασκούμε τη δύναμη F οπότε το Σ αρχίζει να ταλαντώνεται.

Να προσδιορίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του Σ.

21) Ταλάντωση και γραφικές παραστάσεις.



Στο σχήμα φαίνεται μια σφαίρα, μάζας 2kg, να εκτελεί γ.α.τ κρεμασμένη στο άκρο ελατηρίου με φυσικό μήκος l_0=0,4m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε απόσταση d=1m από το έδαφος. Μετρήσαμε το ύψος h της σφαίρας από το έδαφος και σχεδιάσαμε την γραφική του παράσταση σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνοντας την καμπύλη του διπλανού σχήματος.

i) Γύρω από ποια θέση ταλαντώνεται η σφαίρα;

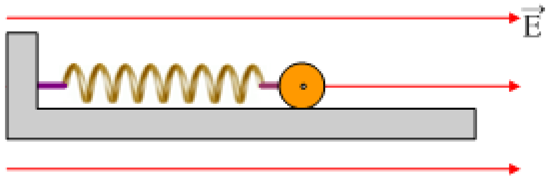
ii) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.

iii) Να σχεδιάστε την γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση σαν θετική.

iv) Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα απέχει 0,8m από το έδαφος για πρώτη φορά;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

22) Πόσο είναι το πλάτος της ταλάντωσης;



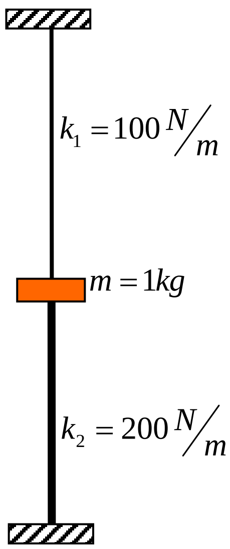
Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας m=0,1kg φέρει ηλεκτρικό φορτίο $q= 10^{-3}C$. Η σφαίρα είναι δεμένη με μονωτικό σύνδεσμο στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=10^3$ N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα βρίσκεται σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E=2.10^5$ N/C, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες προς τον άξονα του ελατηρίου. Η σφαίρα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο από μονωτικό υλικό και το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά x_0=0,1m και την αφήνουμε να κινηθεί.

i) Ν' αποδειχθεί ότι η σφαίρα θα εκτελέσει ΑΑΤ.

ii) Να γράψετε την εξίσωση του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο, αν ως αρχή του χρόνου t=0, θεωρήσουμε τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά.

iii) Αν κατά τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά, καταργηθεί ακαριαία το ηλεκτρικό πεδίο, για το νέο πλάτος ταλάντωσης της σφαίρας, υποστηρίζεται ότι ισχύει $A=\Delta l+x_0$. Να εξετάσετε αν αυτό είναι σωστό.

23) Ταλάντωση με δύο λάστιχα εκατέρωθεν.



Το σώμα του σχήματος έχει μάζα 1 kg και ισορροπεί όπως στο σχήμα συνδεδεμένο με δύο ιδανικά αβαρή λάστιχα. Το επάνω έχει τεντωθεί κατά 0,3 m. Αν $g = 10\ m/s^2$ τότε:

i) Βρείτε την παραμόρφωση του κάτω λάστιχου.

ii) Θεωρώντας δεδομένο το ότι με κατάλληλο πλάτος εκτελεί α.α.τ. με $k = k_1 + k_2 = 300\, N/m$, να υπολογίσετε το μεγαλύτερο επιτρεπόμενο πλάτος της ταλάντωσης.

iii) Ανεβάζουμε το σώμα κατά 20 cm από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε να κινηθεί. Με ποια ταχύτητα φτάνει στη θέση στην οποία το κάτω λάστιχο αποκτά το φυσικό του μήκος ;

iv) Πόσο θα μετατοπιστεί το σώμα από τη θέση που το αφήσαμε ελεύθερο;

v) Πόσο χρόνο διαρκεί η μετατόπιση αυτή;

24) Μια ταλάντωση, δυο συστήματα αναφοράς

Ένα σώμα μάζας $m = 4$ kg αφήνεται ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t = 0$ στη θέση $x = 0$ ενός άξονα x΄x και στη συνέχεια κινείται κατά μήκος του άξονα. Αν η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του σώματος αυτού, δίνεται από τη σχέση $\alpha(x) = 0{,}2 - x$ στο SI , με $x \geq 0$:

Α. Να αποδείξετε ότι το σώμα αυτό , θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση, και να βρείτε την περίοδό της.

Β. Να βρείτε και να παραστείσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

Β1. της απομάκρυνσης y από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο t , $y = f(t)$

Β2. της απομάκρυνσης από την θέση $x = 0$, σε συνάρτηση με το χρόνο t , $x = f(t)$

Γ. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης.

Δ. Να βρείτε και να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

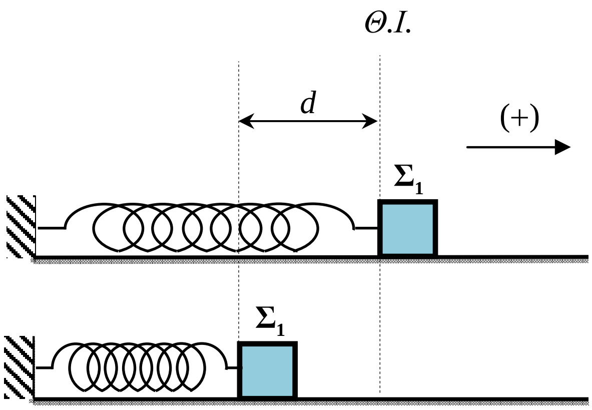
Δ1. Δυναμική ενέργεια ταλάντωσης ως συνάρτηση του x , $U = f(x)$

Δ2. Κινητική ενέργεια ως συνάρτηση του x , $K = f(x)$

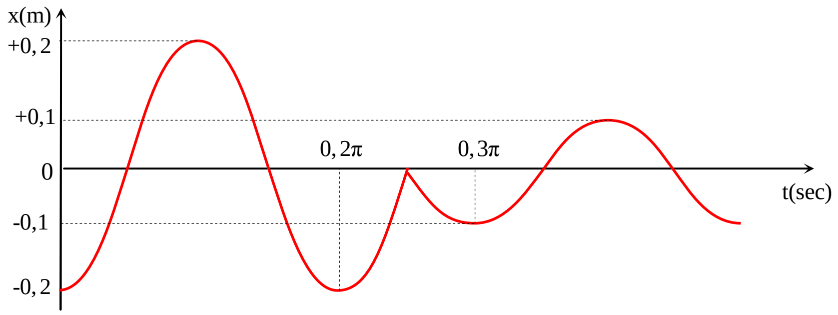
Δ3. Χωρικός ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης ως συνάρτηση του x , $\frac{dU}{dx} = f(x)$

25) Α.Α.Τ. και κρούση

Σώμα Σ_1 μάζας m_1=1Kgr είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K, η άλλη άκρη του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένη σε κατακόρυφο τοίχο. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το Σ_1 κατά απόσταση d όπως φαίνεται στο σχήμα και την χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο.



Κάποια στιγμή και ενώ το Σ_1 εκτελεί την ταλάντωσή του, τοποθετείται (χωρίς αρχική ταχύτητα) σώμα Σ_2 μάζας m_2=3Kgr στη διεύθυνση κίνησης του Σ_1 και ακολουθεί κεντρική κρούση, η διάρκεια της οποίας θεωρείται αμελητέα. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, για το Σ_1 φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



i) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.

ii) Να βρεθεί η τιμή της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ πριν και μετά την κρούση.

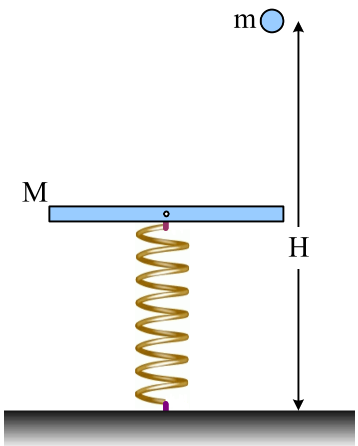
iii) Να διερευνήσετε αν η κρούση είναι ελαστική ή ανελαστική.

iv) Για ποια άλλη τιμή της μάζας του $Σ_2$ η ολική ενέργεια της ταλάντωσης του $Σ_1$ μετά την κρούση του με το $Σ_2$ είναι η ίδια;

v) Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων όταν το μέτρο της ταχύτητας του $Σ_1$ γίνει ίσο με $υ_1=υ_{max}\sqrt{3}/2$ για δεύτερη φορά μετά την κρούση;

$g=10m/s^2$

26) Μια κρούση με ταλάντωση και στροφική κίνηση.



Στο παραπάνω σχήμα το κατακόρυφο ελατήριο έχει σταθερά K=400N/m και φυσικό μήκος L_0=0,9m. Η οριζόντια πολύ λεπτή και ελαστική ράβδος έχει μήκος L=1m, μάζα M και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο καρφί που είναι στερεωμένο στο ανώτερο σημείο του ελατηρίου. Ένα μικρό σώμα μάζας m αφήνεται από τον Βασίλη, που σκέφτηκε αυτή την άσκηση, σε απόσταση H= 1,6m από το έδαφος και μετά την ελαστική στιγμιαία κρούση με το ένα άκρο της εκτελεί ελεύθερη πτώση.

i) Ποια η σχέση των δύο μαζών που συγκρούονται ελαστικά;

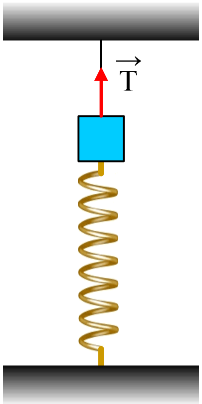
ii) Αν m=1Kg, κινδυνεύει η οριζόντια ράβδος να συγκρουστεί με το έδαφος;

iii) Πόσες περιστροφές έχει διαγράψει η ράβδος όταν το μικρό σώμα φτάνει στο έδαφος;

iv) Ποια η ταχύτητα του άκρου της ράβδου όπου έγινε η κρούση, όταν για πρώτη φορά η ράβδος γίνεται στιγμιαία κατακόρυφη;

Δίνεται ότι το ελατήριο παραμένει συνεχώς κατακόρυφο, $g=10m/s^2$ ενώ για τη ράβδο $I_{cm}=ML^2/12$.

27) Μια άσκηση σε ένα test.



Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί όπως στο σχήμα, επιμηκύνοντας το κατακόρυφο ελατήριο κατά $\Delta\ell=0{,}2m$, ενώ η τάση του νήματος είναι $T=60N$.

α) Να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου.

β) Σε μια στιγμή t=0, κόβουμε το νήμα.

i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει ΑΑΤ, βρίσκοντας πρώτα την θέση ισορροπίας και το πλάτος της ταλάντωσης.

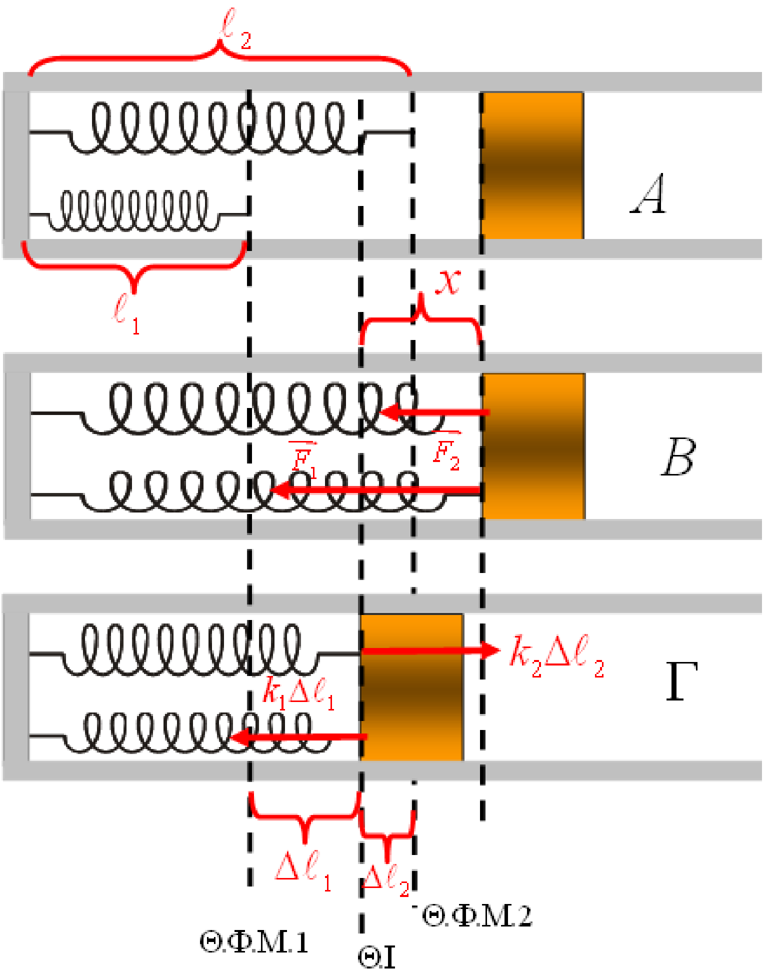
ii) Σε πόσο χρόνο το σώμα θα αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα για πρώτη φορά; Να υπολογίστε την ταχύτητα αυτή.

δύναμη του ελατηρίου.

Δίνεται $g=10m/s^2$.

28) Δύο ελατήρια με διαφορετικό αρχικό μήκος.

Δύο αβαρή ,ιδανικά, οριζόντια ελατήρια 1 και 2 έχουν φυσικά μήκη $\ell_1 = 0{,}6m$ και $\ell_2 = 1m$ και σταθερές $k_1 = 100\,N/m$ και $k_2 = 300\,N/m$. Το σώμα του σχήματος , μάζας $m = 4kg$, κινείται χωρίς τριβές στον οριζόντιο σωλήνα. Στερεώνονται τα ελατήρια πάνω σ' αυτό, το εκτρέπουμε ώστε να απέχει $1{,}1m$ από το σημείο πρόσδεσης των ελατηρίων και το αφήνουμε να κινηθεί.



i) Προσδιορίσατε τη θέση στην οποία το σώμα ισορροπεί και αποδείξατε ότι θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

ii) Γράψτε την εξίσωση θέσης συναρτήσει του χρόνου. Χρονική στιγμή μηδέν αυτή που το αφήνουμε και θετική φορά η προς τα δεξιά.

iii) Ποια χρονική στιγμή το ελατήριο 2 αποκτά για πρώτη φορά το φυσικό του μήκος;

iv) Πόση είναι τη στιγμή εκείνη η ταχύτητα του σώματος;

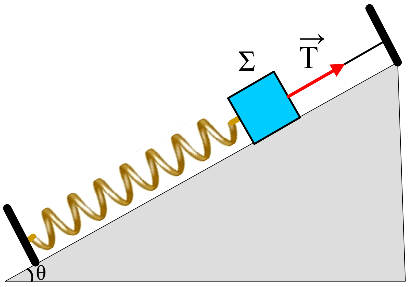
v) Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια κάθε ελατηρίου τη στιγμή εκείνη;

vi) Να γραφούν οι εξισώσεις των δυναμικών ενεργειών των ελατηρίων συναρτήσει του χρόνου.

vii) Με ποιο ρυθμό μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση του ερωτήματος 3 ;

29) Μια ταλάντωση με κρούση σε κεκλιμένο επίπεδο.

Ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1=2kg ισορροπεί όπως στο σχήμα, όπου η τάση του νήματος έχει μέτρο T=50N. Δίνονται ακόμη η σταθερά του ελατηρίου k=200N/m, το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο με κλίση θ=30°, το νήμα είναι παράλληλο προς το επίπεδο και g=10m/s^2.



Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα κινείται.

i) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ.

ii) Να βρεθεί το πλάτος και η ενέργεια ταλάντωσης.

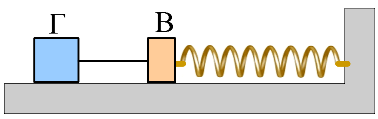
iii) Αφού το σώμα συμπιέσει το ελατήριο, κινείται προς τα πάνω. Τη στιγμή που απέχει d=10cm από την αρχική του θέση, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ένα άλλο σώμα Σ_2, μάζας m_2=3kg, το οποίο κατέρχεται κατά μήκος του επιπέδου. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει μηδενική ταχύτητα.

α) Ποια η ταχύτητα του Σ_2, ελάχιστα πριν την κρούση;

β) Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης που θα πραγματοποιήσει το συσσωμάτωμα.

30) Η τάση του νήματος πριν την κρούση.

Το σύστημα των σωμάτων Β και Γ, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg αντίστοιχα ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα, όπου το ελατήριο έχει σταθερά k=400N/m και το νήμα μήκος d. Τραβάμε το σώμα Γ προς τα αριστερά επιμηκύνοντας το ελατήριο κατά 0,4m και για t=0, αφήνουμε το σύστημα να εκτελέσει ΑΑΤ.



Α) Να βρεθεί η τάση του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

Β) Αν τα δυο σώματα συγκρούονται πλαστικά και δημιουργείται συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{3\pi}{40}$s, να βρεθούν:

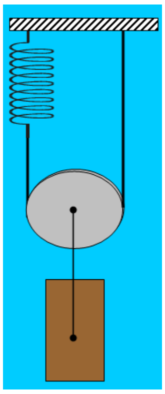
i) Το μήκος του νήματος που συνδέει τα δυο σώματα.

ii) Η ενέργεια ταλάντωσης τις χρονικές στιγμές:

α) $\frac{3\pi}{80}$s, β) $\frac{5\pi}{80}$s, γ) $\frac{7\pi}{80}$s

iii) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας, τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση.

31) Ταλάντωση τροχαλίας

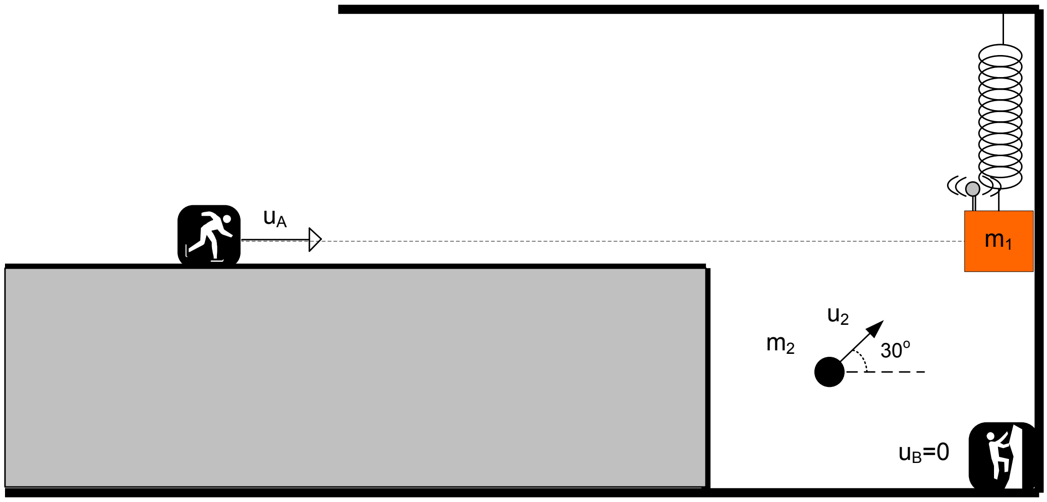


Το ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά k . Η τροχαλία μάζας m παρουσιάζει μεγάλο συντελεστή τριβής με το μη εκτατό νήμα έτσι ώστε αυτό να μην ολισθαίνει σ' αυτήν. Από την τροχαλία κρέμεται σώμα μάζας M.

Αποδείξατε ότι το σώμα εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση και υπολογίσατε την περίοδο.

32) Κρούσεις-Ταλαντώσεις –Doppler.

Σώμα μάζας m_1=3 kg είναι δεμένο στην άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατήριου σταθεράς k=100 N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισορροπεί. Η μία πλευρά του σώματος m_1 βρίσκεται σε επαφή με λεία επιφάνεια τοίχου. Επίσης, στο σώμα μάζας m_1 είναι εγκατεστημένη συσκευή παραγωγής ηχητικών κυμάτων συχνότητας fs=680 Hz, η οποία έχει αμελητέα μάζα. Σώμα μάζας m_2=1 kg συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Η ταχύτητα του σώματος m_2 είναι $u_2 = 4\sqrt{3}\ m/s$ και το διάνυσμα αυτής σχηματίζει γωνία 30^o με την οριζόντια διεύθυνση. Ως χρονική στιγμή t=0 θεωρείται αυτή της κρούσης.



Επίσης δύο παρατηρητές (A) και (B) αντιλαμβάνονται τον ήχο από την πηγή παραγωγής ηχητικών κυμάτων. Ο παρατηρητής (A) κινείται σε οριζόντιο επίπεδο η προέκταση του οποίου «περνάει» από την αρχική θέση του σώματος μάζας m_1. Η ταχύτητα του παρατηρητή (A) είναι 3 m/s. Ο παρατηρητής (B) είναι ακίνητος και βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σώμα μάζας m_1.

Δίνεται, επίσης, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340 m/s. Θεωρήστε θετική φορά την άνω. Επίσης, μην λάβετε υπόψη τις ανακλάσεις του ήχου.

Να απαντηθούν τα ακόλουθα ζητήματα:

i) Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα που θα δημιουργηθεί εκτελεί ΑΑΤ.

ii) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ΑΑΤ.

iii) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου και τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς.
iv) Να υπολογιστεί ο χρόνος που απαιτείται ώστε το συσσωμάτωμα να ακινητοποιηθεί ακαριαία για $2^{η}$ φορά.
v) Να βρεθεί το έργο του βάρους και το έργο της δύναμης ελατηρίου κατά την προαναφερθείσα κίνηση.
vi) Σε ποιες χρονικές στιγμές αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Β) τον ήχο με την ίδια συχνότητα με αυτή που εκπέμπεται από την πηγή.
vii) Ποια η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Α) τη στιγμή που το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα $u = \frac{\sqrt{3}}{2}\ m/s$ με φορά προς τα κάτω.
viii) Να γραφεί η εξίσωση της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής (Β) σε σχέση με το χρόνο.

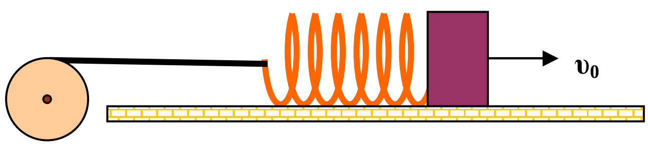
33) Σύνθεση ταλαντώσεων ή συγκεκαλυμμένη τριγωνομετρία;

Δύο υλικά σημεία $Σ_1$ και $Σ_2$ εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με περίοδο T=4s και πλάτη A_1=6cm και $A_2=2\sqrt{3}$ cm. Τα σώματα αυτά συναντώνται κάποια χρονική στιγμή σε ένα σημείο Μ που απέχει x_0=3cm από την κοινή θέση ισορροπίας τους. Την στιγμή της συνάντησης το πρώτο απομακρύνεται από την θέση ισορροπίας και το δεύτερο κατευθύνεται προς αυτήν.
Να υπολογίσετε:

i) Την μέγιστη απόσταση των δύο σωμάτων.
ii) Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την στιγμή της συνάντησής τους μέχρι η απόστασή τους να γίνει μέγιστη για πρώτη φορά
iii) Την περίοδο των συναντήσεων τους και τις θέσεις συνάντησης.

34) Τροχαλία - σώμα - ελατήριο

Στη διάταξη του σχήματος εικονίζεται μια τροχαλία μάζας Μ, η οποία μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδό της, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της. Το σώμα Σ έχει μάζα m και είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k. Το άλλο άκρο του ελατηρίου με μη εκτατό αβαρές νήμα τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Στην αρχή όλα τα σώματα της διάταξης είναι ακίνητα και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.
Δίνουμε μια αρχική ταχύτητα $υ_0$ στο σώμα προς τα δεξιά.
Αν η κίνηση του σώματος γίνεται χωρίς τριβές να υπολογιστούν:



α) Η ταχύτητα του σώματος την στιγμή που η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι μέγιστη.
β) Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου

γ) Η ταχύτητα του σώματος και η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας την στιγμή που το ελατήριο αποκτά ξανά το φυσικό του μήκος.

δ) Υπό ποία συνθήκη το σώμα θα επιστρέψει στην αρχική του θέση;

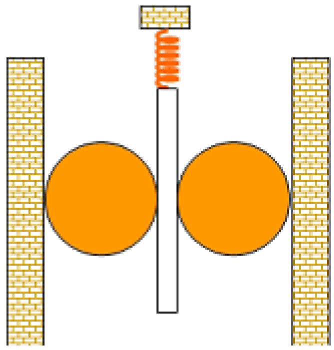
ε) Αν ικανοποιείται η συνθήκη του ερωτήματος δ, με πόση ταχύτητα θα επιστρέψει το σώμα στην αρχική του θέση;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

35) Δύο δίσκοι, μια ράβδος και ένα ελατήριο

Στην διάταξη στου σχήματος εικονίζονται μια ράβδος μάζας Μ, δύο δίσκοι ακτίνας R και μάζας m και ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς k. Αρχικά το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία.



Ανυψώνουμε την ράβδο τόσο ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.

Η κίνηση γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε οι δίσκοι να μην ολισθαίνουν ούτε στην ράβδο ούτε στα πλευρικά τοιχώματα.

Α) Να αποδείξετε ότι στην θέση ισορροπίας η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στην ράβδο είναι ίση με το βάρος της ράβδου αυξημένο κατά το ημιάθροισμα των βαρών των δύο δίσκων.

Β) Να αποδείξετε ότι οι δύο δίσκοι περιστρέφονται με αντίθετες γωνιακές ταχύτητες

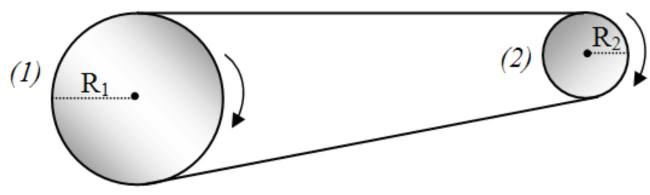
Γ) Να αποδείξετε ότι η ράβδος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση της οποίας να βρείτε την περίοδο.

Δ) Να βρεθεί η ενέργεια που προσφέραμε για να ανεβάσουμε την ράβδο στην θέση μέγιστης απομάκρυνσης

Δίνεται η ροπή αδράνειας λεπτού ομογενούς κυλίνδρου μάζας m και ακτίνας R ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό του διερχόμενο από το κέντρο του $I = \frac{1}{2}mR^2$

36) Ιμάντας και κύλιση χωρίς ολίσθηση πάνω σ' αυτόν

Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο δίσκοι με ακτίνες R_1***=0,6m*** και R_2***=0,3m*** αντίστοιχα, οι οποίοι συνδέονται με ιμάντα, το οριζόντιο τμήμα του οποίου έχει μήκος ***8m***. Οι δίσκοι μπορούν να περιστρέφονται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος



στο επίπεδό τους και αρχικά είναι ακίνητοι. Τη χρονική στιγμή ***t=0*** προσδίδουμε στο δίσκο (1) σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{1,\gamma}$***=5rad/s***^{2}, οπότε οι δύο δίσκοι ξεκινούν να περιστρέφονται δεξιόστροφα χωρίς ο ιμάντας να γλιστρά στην περιφέρειά τους. Να υπολογίσετε το μέτρο:

α) της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου (1) την χρονική στιγμή ***t_1=2s***

β) της επιτρόχιας επιτάχυνσης των σημείων της περιφέρειας του δίσκου (2) και το μέτρο της γωνιακής του επιτάχυνσης

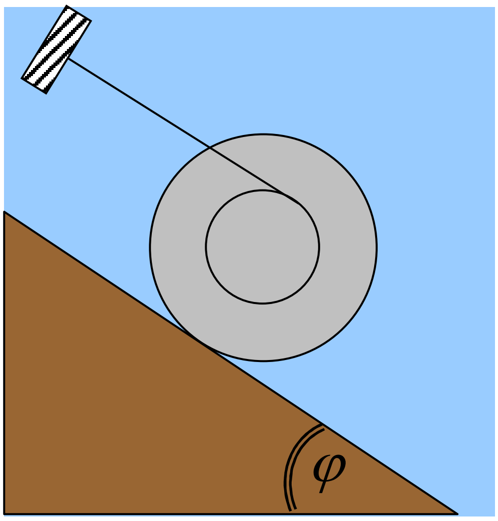
Την ***t=0*** από σημείο που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονα περιστροφής του δίσκου (1), τοποθετείται μικρός τροχός ακτίνας ***r=0,05m*** και με τη δράση κατάλληλης δύναμης αποκτά σταθερή επιτάχυνση α_{cm} με φορά προς τα δεξιά και σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_\gamma = 20 rad/s^2$ έτσι ώστε ο τροχός να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στον ιμάντα, χωρίς αυτός να λυγίζει. Να υπολογίσετε το:

γ) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου.

δ) την ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού που απέχει απόσταση ***3R/2*** από τον ιμάντα την χρονική στιγμή ***1s***.

ε) την χρονική στιγμή που ο τροχός εγκαταλείπει τον ιμάντα.

37) Γιο-γιο σε κεκλιμένο επίπεδο.

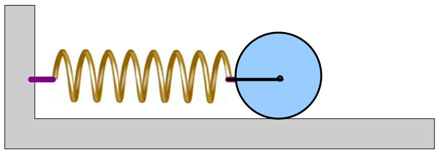


Ο αρχικά ακίνητος, ομογενής κύλινδρος του σχήματος έχει μάζα 10 kg και ακτίνα 0,2 m. Έχει λεπτή εγκοπή βάθους 0,1 m έτσι ώστε νήμα αμελητέου πάχους να τυλίγεται και να απέχει 0,1 m από το κέντρο του κυλίνδρου.

Για την γωνία φ ξέρουμε ότι ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8.

i) Ποια πρέπει να είναι η ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής ώστε να ισορροπεί;
ii) Αν οι συντελεστές στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης είναι και οι δύο 0,2 να υπολογισθούν η επιτάχυνση και η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.
iii) Ποια θα είναι η μετατόπιση του κυλίνδρου την στιγμή 2s , ποια η γωνιακή μετατόπιση του κυλίνδρου και πόσο νήμα θα έχει ξετυλιχθεί;
iv) Την ίδια στιγμή βρείτε την μεταβολή της δυναμικής , την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου και το έργο κάθε εμπλεκόμενης δύναμης.

38) Τρία στερεά σε δύο ταλαντώσεις



Τρία ίδιας μάζας Μ=3/14 Kg και ίδιας ακτίνας στερεά σώματα ,ένας λεπτός δίσκος, μία σφαίρα και ένα δαχτυλίδι μπορούν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το καθένα από τα παραπάνω σώματα δένεται με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς Κ=120N/m με το κέντρο του κάθε στερεού ενώ η άλλη άκρη του ελατηρίου είναι μόνιμα στερεωμένη. Το κάθε στερεό ισορροπεί και στο καθένα από αυτά και την στιγμή t=0 ασκούμε στο κέντρο του σταθερή οριζόντια δύναμη F=60N έτσι ώστε το κάθε ελατήριο να μπορεί να επιμηκύνεται.

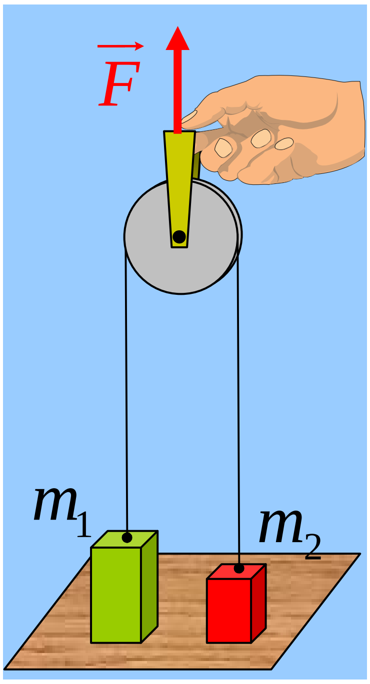
α) Να αποδειχθεί ότι το κέντρο μάζας του κάθε στερεού εκτελεί γ.α.τ. καθώς και να βρεθεί πόσο θα είναι τότε το πλάτος ταλάντωσης του κέντρου μάζας του κάθε στερεού;

β) Μετά από πόσο χρόνο πρέπει να καταργηθεί η δύναμη στο καθένα από τα παραπάνω στερεά έτσι ώστε να σταματήσει η περιοδική κίνηση του κάθε στερεού. Ποιο κέντρο μάζας κάποιου από τα παραπάνω στερεά θα μπορούσε να σταματήσει πρώτο;Σε πόσο χρόνο;

γ) Αν καταργηθεί η εξωτερική δύναμη θα συνεχίσει το κέντρο μάζας του κάθε στερεού να εκτελεί γ.α.τ.Σε ποια θέση σε σχέση με το φυσικό μήκος του κάθε ελατηρίου θα πρέπει να καταργηθεί η κάθε δύναμη για ταλαντώνεται το σύστημα με την μέγιστη ενέργεια ταλάντωσης;

Δίνονται ο ροπές αδράνειας $I_{δαχ}=MR^2$ $I_{δισκ}=0,5MR^2$ και $I_{σφ}=0,4MR^2$.

39) Πόση δύναμη πρέπει να ασκήσουμε;



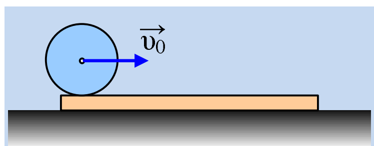
Αν η τροχαλία έχει μάζα M ποια είναι η ελάχιστη δύναμη που πρέπει να ασκήσω ώστε να σηκωθεί μόνο το m_2 ;

Ποια είναι η ελάχιστη δύναμη που πρέπει να ασκήσω ώστε να σηκωθεί και το m_1 ;

Θεωρήσατε ότι $m_1 > m_2$.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας θεωρείται γνωστή.

40) Μια περισσότερο ιδιόμορφη «κρούση».



Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια λεπτή σανίδα μάζας M. Εκτοξεύουμε οριζόντια, από το άκρο της σανίδας, μια σφαίρα ίδιας μάζας M με αρχική ταχύτητα $υ_0$ και με κινητική ενέργεια 36J, η οποία δεν περιστρέφεται. Παρατηρούμε ότι η σφαίρα αρχίζει να περιστρέφεται, ενώ ταυτόχρονα η σανίδα κινείται προς τα δεξιά επιταχυνόμενη για λίγο, ενώ στη συνέχεια τόσο η σφαίρα, όσο και η σανίδα κινούνται με σταθερές ταχύτητες.

i) Μπορείτε να ερμηνεύσετε τις παραπάνω παρατηρήσεις;

ii) Αποδείξτε ότι όταν τα σώματα αποκτήσουν σταθερές ταχύτητες ισχύει $\upsilon_{cm}-\omega R=\upsilon_1$, όπου υ_{cm} η ταχύτητα του άξονα της σφαίρας, ω η γωνιακή της ταχύτητα και υ_1 η ταχύτητα της σανίδας.

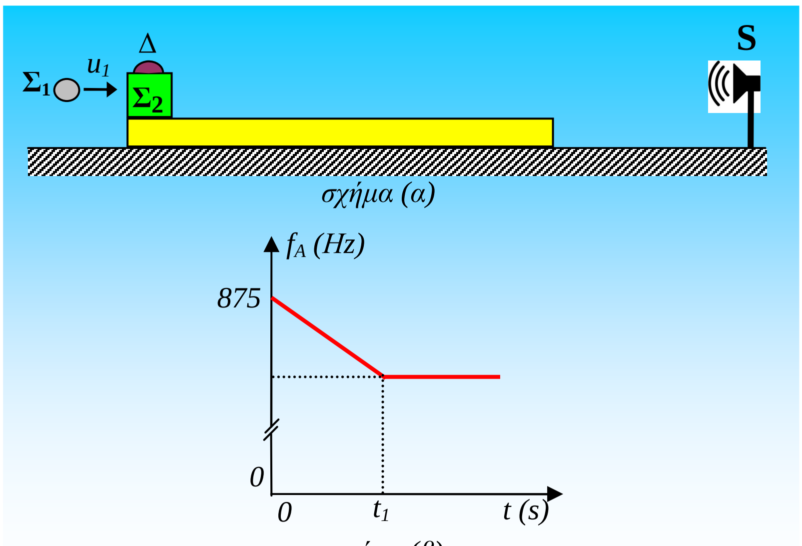
iii) Ας πάρουμε ένα νοητό σταθερό οριζόντιο άξονα z, ο οποίος ταυτίζεται με την αρχική θέση του άξονα περιστροφής της σφαίρας. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της στροφορμής του συστήματος σφαίρα-σανίδα, ως προς τον άξονα z, σε συνάρτηση με το χρόνο.

iv)Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική εξαιτίας της τριβής που αναπτύχθηκε μεταξύ σφαίρας και σανίδας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I= 2/5\ MR^2$.

41) Κρούση-Doppler και ολίσθηση.

Μία ομογενής σανίδα μάζας $M=4kg$ και μήκους L βρίσκεται ακίνητη πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο αριστερό άκρο της σανίδας, όπως φαίνεται στο σχήμα, βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1kg$, το οποίο φέρει δέκτη (Δ) ηχητικών κυμάτων αμελητέας μάζας και είναι ελεύθερο να κινηθεί πάνω στη σανίδα, με την οποία εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$. Σε μεγάλη απόσταση από τη σανίδα και στην ίδια διεύθυνση με το σώμα Σ_2 βρίσκεται πηγή S εκπομπής ηχητικών κυμάτων συχνότητας $f_S=850Hz$. Ένα δεύτερο σώμα Σ_1 μάζας $m_1=0,5kg$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 που βρίσκεται πάνω στη σανίδα, με αποτέλεσμα αμέσως μετά την κρούση, που λαμβάνεται ως $t=0$, να ενεργοποιηθεί ο δέκτης που φέρει το σώμα Σ_2. Στο σχήμα (β) απεικονίζεται η μεταβολή των συχνότητας που καταγράφει ο δέκτης σε συνάρτηση με το χρόνο.



σχήμα (β)

α) Να περιγράψετε την κίνηση του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση

Να υπολογίσετε:

β) την ταχύτητα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.

γ) τη συχνότητα f_A που καταγράφει ο δέκτης από τη χρονική στιγμή t_1 και μετά.

δ) τον χρόνο εκπομπής των κυμάτων που εκπέμπει η πηγή και λαμβάνει ο δέκτης (Δ) στο χρονικό διάστημα που το σώμα $Σ_2$ ολισθαίνει πάνω στη σανίδα.

ε) το ελάχιστο μήκος της σανίδας L ώστε να μην το $Σ_2$ να μην εγκαταλείψει την σανίδα κατά την κίνηση του μετά την κρούση

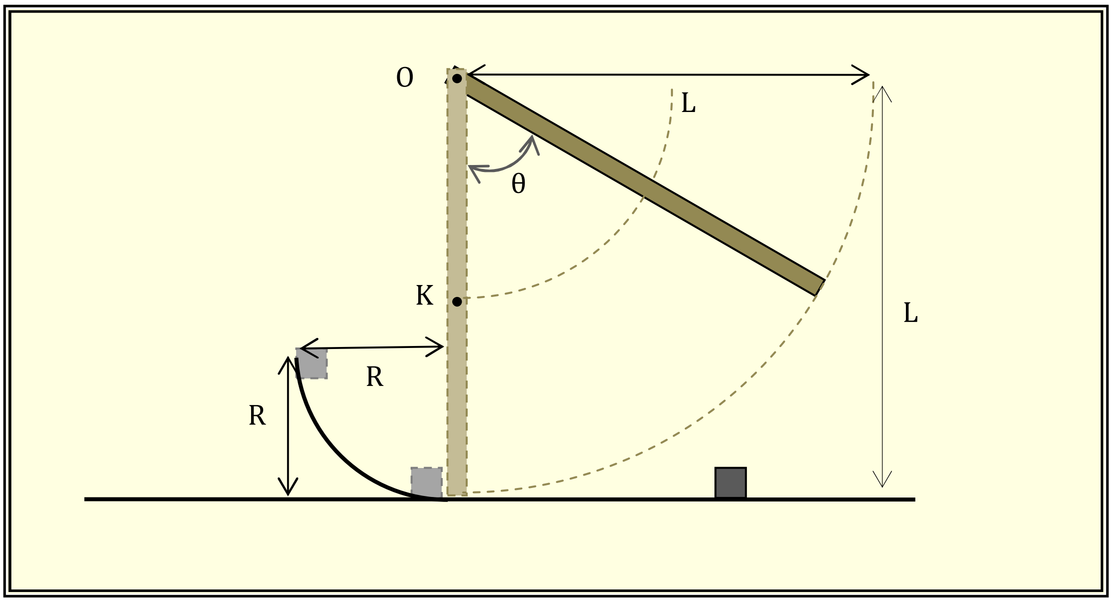
στ) το έργο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σώμα $Σ_2$, καθώς και το έργο της τριβής ολίσθησης που δέχεται η σανίδα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος $Σ_2$ πάνω σε αυτή

ζ) την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος $Σ_2$ και σανίδας ώστε αμέσως μετά την κρούση ο δέκτης του $Σ_2$ να καταγράφει συχνότητα που μειώνεται με ρυθμό $5s^{-2}$.

Δίνεται ότι το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στον ακίνητο αέρα ισούται με 340m/s και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

42) Κρούση και στροφική κίνηση

Η ομογενής ράβδος μήκους L μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχήματος ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί κατακόρυφα χωρίς να αγγίζει το οριζόντιο δάπεδο. Το σώμα σχήματος κύβου αφήνεται από την κορυφή της τεταρτοκυκλικής ράμπας ακτίνας R πάνω στην οποία ολισθαίνει χωρίς τριβές. Στο κατώτερο σημείο της ράμπας το σώμα συγκρούεται ελαστικά με το κάτω άκρο της ράβδου. Το βάρος του σώματος είναι $B = 80N$ και είναι το ίδιο με το βάρος της ράβδου. Η ακμή του κύβου είναι ασήμαντη σε σχέση με το μήκος της ράβδου και επίσης $L = 3R$.



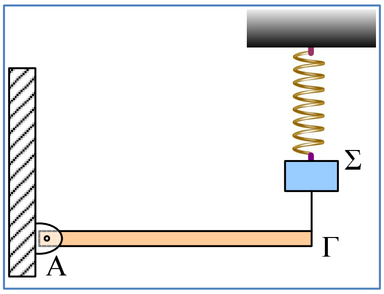
i) Βρείτε τη μέγιστη γωνία **θ** που σχηματίζει η ράβδος με την κατακόρυφη κατά την κίνηση της μετά την κρούση.

ii) Τι κατεύθυνση θα έχει η ταχύτητα του σώματος ***αμέσως μετά*** την κρούση;

iii) Υπολογίστε τη δύναμη που ο άξονας ασκεί στη ράβδο τη στιγμή που αυτή βρίσκεται στη θέση μέγιστης γωνιακής απομάκρυνσης από την κατακόρυφη.

Δίδεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το Ο είναι $\mathbf{I_{(O)}} = \frac{1}{3}\mathbf{mL^2}$ όπου **m** η μάζα της ράβδου.

43) Μια περιστροφή και μια α.α.τ.



Η ράβδος ΑΓ έχει μήκος 3m, μάζα M=10kg και μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, αρθρωμένη στο άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, με το άλλο της άκρο Γ, δεμένο μέσω κατακόρυφου νήματος, με σώμα Σ μάζας m=5kg, το οποίο ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου. Το ελατήριο έχει φυσικό μήκος 1m και σταθερά 200N/m.

i) Πόση δύναμη δέχεται η ράβδος στο σημείο Α και πόσο είναι στην ισορροπία το μήκος του ελατηρίου;

ii) Σε μια στιγμή t=0, κόβουμε το νήμα που συνδέει το σώμα Σ με τη ράβδο, οπότε το Σ εκτελεί α.α.τ. ενώ η ράβδος στρέφεται γύρω από το άκρο της Α. Να βρείτε:

α) Την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Σ,

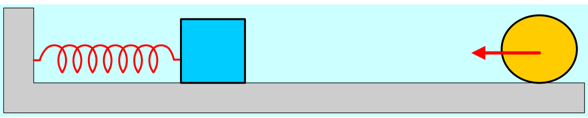
β) Την αρχική επιτάχυνση (για t=0) τόσο του σώματος Σ, όσο και του σημείου Γ της ράβδου.

γ) Την μέγιστη ταχύτητα του σώματος Σ και την μέγιστη ταχύτητα του σημείου Γ.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I_{cm} = ml^2/12$, $\pi^2 \approx 10$, $g=10m/s^2$ ενώ δεν αναπτύσσονται τριβές στην άρθρωση στο άκρο Α κατά την πτώση της ράβδου.

44) Μια σφαίρα που πήρε ανάποδες στροφές.

Η σφαίρα του παρακάτω σχήματος έχει ακτίνα R=0,2m και μάζα m=1kg.Η σφαίρα την χρονική στιγμή t=0 βάλλεται με αρχική ταχύτητα υ_{cm}=10m/sec και ταυτόχρονα με την βοήθεια στιγμιαίας εξωτερικής ροπής δίνεται στη σφαίρα κατάλληλη γωνιακή ταχύτητα έτσι ώστε το ανώτερο σημείο της σφαίρας να έχει μηδενική ταχύτητα. Η σφαίρα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να συγκρουστεί μετωπικά ακαριαία κεντρικά και ελαστικά με κύβο ακμής α=0,4m και μάζας m=1Kg που είναι ακίνητος και δεμένος με οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $K=\pi^2$N/m. Αν η αρχική απόσταση των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων ήταν x=10,4m να βρεθούν:

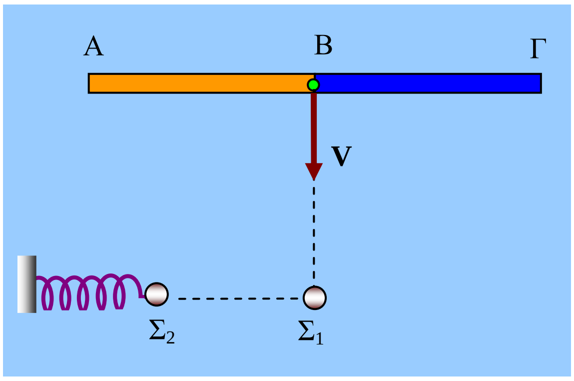


Α) Ο αριθμός των περιστροφών που θα εκτελέσει η σφαίρα μέχρι να επιστέψει στην αρχική της θέση.

Β) Αν η σφαίρα τελικά κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ή όχι

Γ) Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας τη σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο καθώς η γραφική παράσταση της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας σαν συνάρτηση του χρόνου αν θετική φορά θεωρηθεί η αρχική φορά της ταχύτητας του κέντρου μάζας.

45) Κρούσεις – ταλάντωση – περιστροφή και στροφορμή.

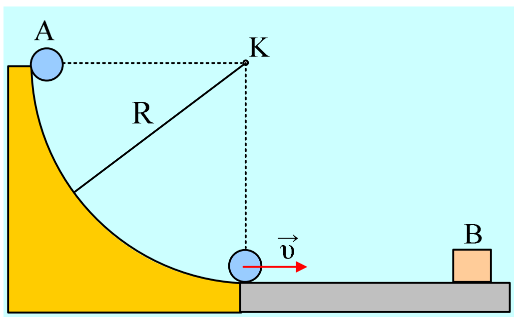


Δυο όμοιες λεπτές ράβδοι ΑΒ, και ΒΓ μάζας $M = 2m$ και μήκους $\ell = 0{,}5$ m η κάθε μια, συνδέονται μεταξύ τους μέσω άρθρωσης αμελητέας μάζας.
Αρχικά και οι δυο ράβδοι κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα **V**, σχηματίζοντας ευθεία γραμμή. Κάποια χρονική στιγμή, ακινητοποιείται απότομα η ράβδος ΑΒ, με αποτέλεσμα η ΒΓ να αρχίσει να στρέφεται χωρίς τριβές. Όταν η ΒΓ έχει στραφεί κατά π/2, συγκρούεται με το άκρο της Γ, ελαστικά, με σφαιρίδιο Σ_1 αμελητέων διαστάσεων μάζας $m_1 = 3m$ που ηρεμεί πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.
Το σφαιρίδιο Σ_1 στη συνέχεια, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σφαιρίδιο Σ_2 μάζας $m_2 = m$, που κινείται αντίθετα, με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 4$m/s, δεμένο στο δεξιό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο, το σφαιρίδιο Σ_1 κινείται πριν την κρούση κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, ενώ το Σ_2 τη στιγμή της κρούσης, $t = 0$, περνά από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.
Αν η εξίσωση απομάκρυνσης - χρόνου για το συσσωμάτωμα που προκύπτει από την πλαστική κρούση, είναι $x = 2A\eta\mu\left(\pi f t + \pi\right)$, όπου A και f το πλάτος και η συχνότητα αντίστοιχα, της ταλάντωσης που εκτελούσε το Σ_2 να υπολογίσετε:

i) την ταχύτητα $\boldsymbol{\upsilon_1}$ του σφαιριδίου Σ_1 λίγο πριν την κρούση του με το Σ_2.
ii) τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου λίγο πριν συγκρουστεί με το σφαιρίδιο Σ_1 και αμέσως μετά.
iii) την ταχύτητα **V**
iv) Σε πόσο χρόνο μετά την ακινητοποίηση της ράβδου ΑΒ χτυπά η ΒΓ το σφαιρίδιο Σ_1.
v) Τη συνάρτηση $L_{\Sigma(B)} = f(t)$ όπου $L_{\Sigma(B)}$ η στιγμιαία τιμή της στροφορμής του συσσωματώματος Σ_1-Σ_2 ως προς το σημείο Β.
vi) Την τιμή του λ στη σχέση $\dfrac{dL_{\Sigma(B)}}{dt} = \lambda \cdot \dfrac{dp}{dt}$, όπου $\left(\dfrac{dp}{dt}\right)$ είναι η στιγμιαία τιμή του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος.

Δίδονται m = 1kg, f = (10/π) Hz, και η ροπή αδράνειας της ράβδου ΒΓ ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_B = \dfrac{1}{3}Ml^2$.

46) Κρούση μιας σφαίρας με κύβο.



Από την κορυφή ενός λείου τεταρτοκυκλίου ακτίνας R=2,5m, αφήνεται να ολισθήσει μια σφαίρα Α μάζας M=0,3kg και ακτίνας r=5cm, η οποία φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ. Η σφαίρα παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0{,}2$ και αφού κινηθεί επί χρονικό διάστημα $\Delta t=2s$, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο κύβο ακμής $\alpha=0{,}1m$ και μάζας $m=0{,}2kg$.

i) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας υ, με την οποία αρχίζει να κινείται η σφαίρα στο οριζόντιο επίπεδο.

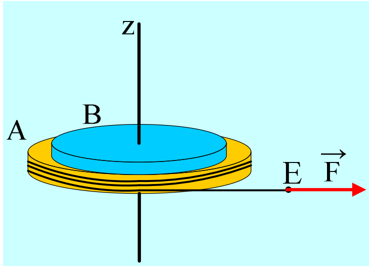
ii) Ποια η ταχύτητα της σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση.

iii) Πόσο απέχει ο κύβος Β από την βάση του τεταρτοκυκλίου;

iv) Με δεδομένο ότι η δύναμη που ασκείται από τη σφαίρα στον κύβο στη διάρκεια της κρούσης είναι οριζόντια, να βρεθεί το % ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας, που μεταφέρεται στον κύβο.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς μια διάμετρό της $I=\frac{2}{5}R^2$ και $g=10m/s^2$.

47) Κίνηση δύο δίσκων σε επαφή.



Δύο οριζόντιοι δίσκοι Α και Β βρίσκονται σε επαφή, ενώ μπορούν να στρέφονται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα z, ο οποίος περνά από τα κέντρα τους. Οι δίσκοι ηρεμούν. Γύρω από τον δίσκο Α τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, μέσω του οποίου, τη στιγμή t=0, του ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη F=12N, προσδίδοντας σταθερή επιτάχυνση στο άκρο Ε του νήματος, μέχρι τη στιγμή $t_1=2s$, οπότε έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $x=4{,}8m$. Ο Β δίσκος «παρασύρεται» και περιστρέφεται από τη ροπή της τριβής που δέχεται από τον Α δίσκο. Τη στιγμή t_1 παύουμε την άσκηση της δύναμης. Για τους δίσκους Α και Β δίνονται $m_1=8{,}5kg$, $m_2=4kg$, $R_1=0{,}8m$ και $R_2=0{,}6m$ αντίστοιχα, ενώ η ροπή αδράνειας ενός δίσκου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}MR^2$.

i) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του Α δίσκου.

ii) Να υπολογιστεί η ροπή της τριβής που ασκήθηκε στον Α δίσκο από τον Β.

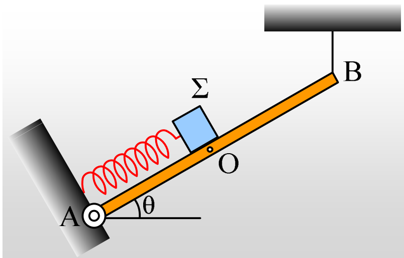
iii) Ποια η γωνιακή ταχύτητα κάθε δίσκου τη στιγμή t_1;

iv) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής κάθε δίσκου, αλλά και του συστήματος των δύο δίσκων, ως προς τον άξονα z, τη χρονική στιγμή t=1s.

v) Να υπολογισθεί η μηχανική ενέργεια που μετετράπη σε θερμική, εξαιτίας της τριβής που αναπτύχθηκε μεταξύ των δύο δίσκων, μέχρι τη στιγμή t_1.

vi) Να βρεθεί η τελική γωνιακή ταχύτητα των δίσκων.

48) Μια ταλάντωση σώματος σε πλάγια σανίδα.



Η σανίδα του σχήματος, μήκους 2m και μάζας M=4kg, έχει αρθρωθεί στο άκρο της Α, ενώ το άλλο της άκρο Β είναι δεμένο με κατακόρυφο νήμα και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου ημθ=0,6. Πάνω στη σανίδα, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=20N/m, ο άξονας του οποίου είναι παράλληλος με τη ράβδο, ισορροπεί ένα σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=2kg. Η θέση ισορροπίας του σώματος Σ είναι το μέσον Ο της σανίδας.

i) Να βρεθεί το μέτρο της τάσης του νήματος.

ii) Μετακινούμε το σώμα Σ, προς τα πάνω κατά μήκος της σανίδας, κατά 0,2m και σε μια στιγμή που θεωρούμε t=0, το αφήνουμε να κινηθεί.

α) Να αποδείξτε ότι η κίνηση του σώματος είναι ΑΑΤ.

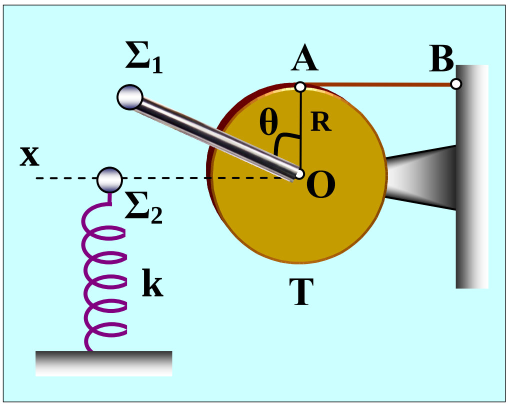
β) Θεωρώντας θετική την αρχική απομάκρυνση, να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του Σ σε συνάρτηση με το χρόνο.

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

δ) Να υπολογιστούν οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ, τη χρονική στιγμή t_1=0,5s.

Δίνονται $\pi^2 \approx 10$ και g=10m/s^2.

49) Ισορροπία – περιστροφή – κρούση – ταλάντωση



Μια λεπτή ομογενής ράβδος μήκους ℓ = 2R και μάζας M_ρ = 3m , έχει στο ένα της άκρο στερεωμένο σημειακό σφαιρίδιο $Σ_1$ μάζας m_1 = m = (1/20) kg, και είναι κολλημένη στο επίπεδο μιας τροχαλίας Τ μάζας M = 4m και ακτίνας R = (1/20) m , όπως φαίνεται στο σχήμα, όπου O , είναι το κέντρο της τροχαλίας. Το σύστημα των τριών αυτών σωμάτων , μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές , γύρω από οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος στο κατακόρυφο επίπεδο της τροχαλίας, και διέρχεται από το κέντρο της Ο.

Αρχικά, το σύστημα ηρεμεί σε ισορροπία, με τη βοήθεια οριζόντιου αβαρούς και ανελαστικού νήματος ΑΒ, που έχει το ένα του άκρο Α δεμένο στο ανώτερο σημείο της τροχαλίας, και το άλλο Β, σε κατακόρυφο τοίχο.

Α. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.

Β. Κόβουμε το νήμα. Να υπολογιστούν οι τιμές των παρακάτω μεγεθών αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος:

Β1. γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος

Β2. μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του σφαιριδίου $Σ_1$.

Γ. Τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται οριζόντια, το σφαιρίδιο $Σ_1$ χτυπά πάνω σε σημειακή σφαίρα $Σ_2$ μάζας m_2= 10m που ηρεμεί σε ισορροπία, δεμένη στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 200 N/m. Το κάτω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο.

Αν η κρούση το συστήματος με τη σφαίρα $Σ_2$ είναι ελαστική , διαρκεί αμελητέο χρόνο, και μετά απ' αυτήν , η φορά περιστροφής του συστήματος των τριών σωμάτων αντιστρέφεται , να υπολογίσετε:

Γ1. Τη γραμμική ταχύτητα του σφαιριδίου $Σ_1$ ακριβώς πριν την κρούση.

Γ2. Τη γραμμική ταχύτητα του σφαιριδίου $Σ_1$ και την ταχύτητα της σφαίρας $Σ_2$, αμέσως μετά την κρούση.

Δ. Μετά την κρούση, το σύστημα των τριών σωμάτων συγκρατείται ακίνητο στην ανώτερη θέση που φτάνει, ενώ το σύστημα ελατήριο - σφαίρα Σ_2, κάνει απλή αρμονική ταλάντωση , χωρίς αρχική φάση.

Να υπολογίσετε:

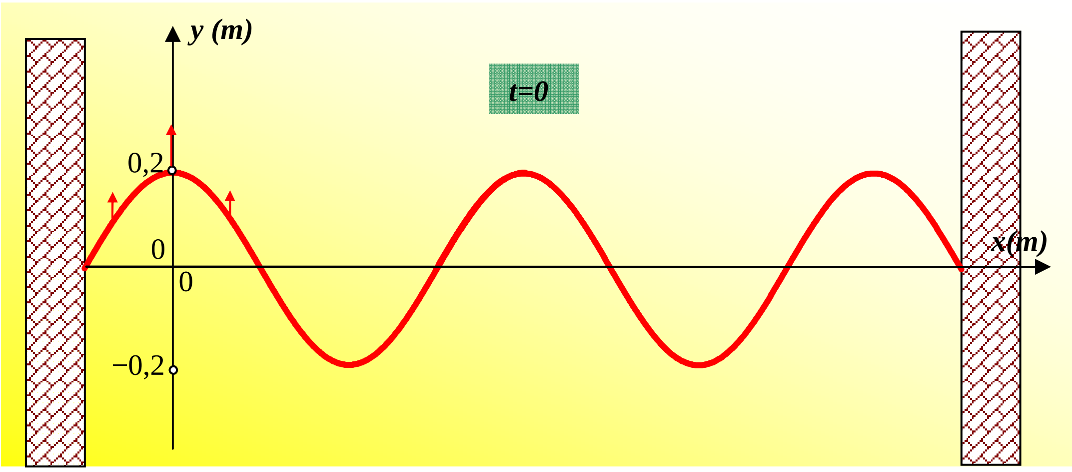
Δ1. Την εξίσωση απομάκρυνσης χρόνου για την ταλάντωση αυτή

Δ2, Τη μεταβολή της στροφορμής της σφαίρας Σ_2 ως προς το Ο , από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι την $t = T/2$, όπου Τ η περίοδος της ταλάντωσης.

Δίνονται οι ροπές αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου $I_\rho = M_\rho \ell^2/3$ και της τροχαλίας $I_T = MR^2/2$, $g = 10m/s^2$ και η γωνία $\theta = 60^o$.

50) Επαναληπτική άσκηση στο στάσιμο κύμα;

Μια ομογενής και λεπτή χορδή σταθερού πάχους με σταθερά άκρα διεγείρεται οπότε δημιουργείται πάνω της στάσιμο κύμα με 4 δεσμούς (εκτός των δύο άκρων). Την t=0 που φαίνεται στο παρακάτω στιγμιότυπο η κινητική ενέργεια κάθε ταλαντούμενου σημείου της χορδής ισούται με τα ¾ της ολικής ενέργειας ταλάντωσής του, ενώ μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t=\frac{1}{30}s$ η κινητική ενέργεια του κάθε σημείου μηδενίζεται για πρώτη φορά. Αν το μήκος της χορδής είναι L=1m να υπολογίσετε:



α) την απόσταση ενός δεσμού από την μεθεπόμενη κοιλία

β) το πλάτος ταλάντωσης των κοιλιών

γ) την απόσταση ενός δεσμού από την μεθεπόμενη κοιλία όταν τα σημεία της χορδής που ταλαντώνονται έχουν μηδενική κινητική ενέργεια

δ) την συχνότητα με την οποία ευθυγραμμίζονται με τον ημιάξονα Οx τα σημεία της χορδής.

Θεωρώντας ως x=0 τη θέση της $1^{ης}$ κοιλίας (από το αριστερό άκρο της χορδής):

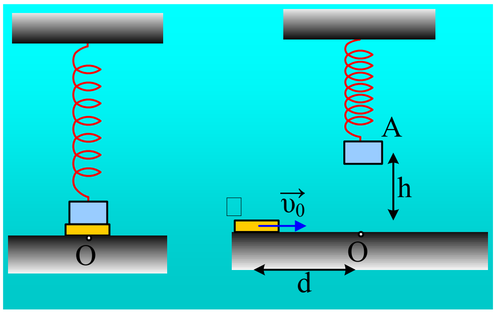
ε) να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος

στ) η διαφορά φάσης δύο σημείων της χορδής που απέχουν από το άκρο Ο αποστάσεις 0,25m και 0,85m.

ζ) Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο την χρονική στιγμές στιγμές $t_1=\frac{1}{12}s$, $t_2=\frac{1}{10}s$ και $t_3=\frac{2}{15}s$ στο ίδιο σύστημα αξόνων

η) την επί τοις % μεταβολή της συχνότητας ταλάντωσης της χορδής, ώστε ο αριθμός των δεσμών μεταξύ των άκρων να ελαττωθεί κατά ένας.

51) Μη μετωπική πλαστική κρούση και ενέργειες.



Το σώμα Α, μάζας m_1=1kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου, σε επαφή με το σώμα Β, μάζας m_2=0,4kg που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στη θέση Ο. Στη θέση αυτή δεν ασκείται δύναμη μεταξύ των δύο σωμάτων, ενώ το ελατήριο, σταθεράς k=40N/m, έχει μήκος 0,8m. Ανεβάζουμε το Α σώμα, κατακόρυφα κατά h=1/2π m και μετακινούμε το σώμα Β, προς τα αριστερά, κατά d. Σε μια στιγμή αφήνουμε το σώμα Α ελεύθερο, ενώ ταυτόχρονα εκτοξεύουμε με κατάλληλη ταχύτητα υ_0, το Β σώμα, προς την αρχική του θέση Ο. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά φτάνοντας στο Ο και κατόπιν το συσσωμάτωμα συνεχίζει οριζόντια, φτάνοντας μέχρι το σημείο Ρ, σε απόσταση (ΟΡ)=0,6m, όπου και σταματά στιγμιαία, πριν κινηθεί ξανά προς το Ο. Τα δύο σώματα θεωρούνται υλικά σημεία αμελητέων διαστάσεων, ενώ $\pi^2 \approx 10$ και $g=10m/s^2$.

i) Να υπολογιστεί η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

ii) Ποια η αρχική ταχύτητα υ_0 του σώματος Β και από ποια απόσταση d είχε εκτοξευθεί το Β σώμα;

iii) Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σώματος Α που οφείλεται στην κρούση.

iv) Αν είχαμε ανεβάσει το Α σώμα κατά h΄=2h= 1/π, πόσο θα έπρεπε να γινόταν η αρχική ταχύτητα του Β σώματος, ώστε από την ίδια απόσταση d, να είχαμε ξανά παρόμοια κρούση;

52) Δύο τρέχοντα κύματα και η συμβολή τους.

Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, διαδίδονται δύο εγκάρσια κύματα με αντίθετες κατευθύνσεις. Τα κύματα φτάνουν τη στιγμή t=0, σε ένα σημείο του μέσου Σ, στη θέση x_Σ=4m. Το σημείο αυτό εξαιτίας κάθε κύματος ξεκινά να ταλαντώνεται με εξίσωση y=0,2·ημπt (S.I.). Αν η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι υ=2m/s, ζητούνται:

i) Η περίοδος και το μήκος κύματος κάθε κύματος.

ii) Να βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων.

iii) Να βρεθεί η εξίσωση του στάσιμου που προκύπτει από την συμβολή των δύο παραπάνω κυμάτων.

iv) Πόσοι δεσμοί έχουν σχηματιστεί πάνω στο μέσο τη χρονική στιγμή t_1=1,5s;

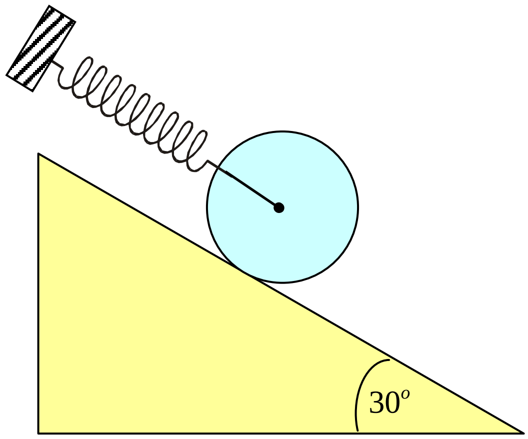
v) Να σχεδιάστε τη μορφή του μέσου την στιγμή t_1.

vi) Δύο υλικά σημεία Μ και Ν βρίσκονται δεξιά και αριστερά της θέσης x=7m και έχουν ίσες απομακρύνσεις, από τη θέση ισορροπίας τους. Το σημείο Μ είναι το πλησιέστερο στη θέση x=7m σημείο με την παραπάνω ιδιότητα. Ποιο υλικό σημείο τη στιγμή t_1 έχει:

α) Μεγαλύτερη ταχύτητα ταλάντωσης.

β) Μεγαλύτερη ενέργεια ταλάντωσης.

53) Μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη μετατόπιση.



Το ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά k = 300 N/m.

Η μάζα του ομογενούς κυλίνδρου είναι 2 kg.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι 10 m/s^2.

Ο κύλινδρος αφήνεται να κινηθεί από μια θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

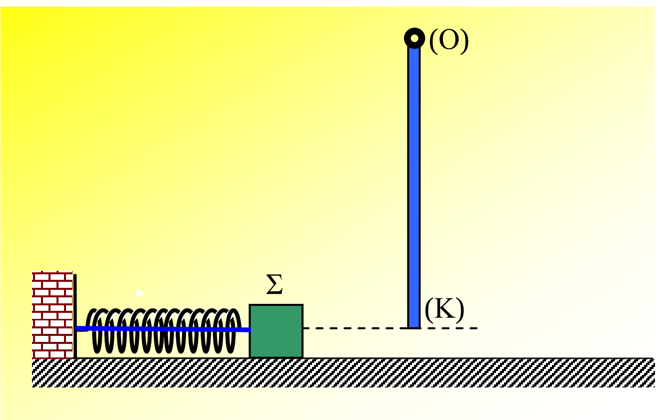
Ο συντελεστής τριβής είναι τόσος ώστε να εξασφαλίζεται κύλιση χωρίς ολίσθηση.

i) Ποια είναι η μεγαλύτερη ταχύτητα που αποκτά;

ii) Ποια η μεγαλύτερη μετατόπισή του από την θέση που αφέθηκε;

iii) Δεχόμενοι ότι κάνει αρμονική ταλάντωση υπολογίσατε την περίοδό της.

54) Ταλάντωση- Κρούση- Στερεό



Σώμα Σ μάζας $m=1kg$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα με τη βοήθεια νήματος ισορροπεί και η τάση του νήματος έχει μέτρο $200N$. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα αρχίζει να κινείται. . Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου συγκρούεται ελαστικά με το κάτω άκρο Κ λεπτής και ομογενούς ράβδου, το οποίο βρίσκεται στην διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Η ράβδος μάζας $M=2kg$ και μήκους $L=1,2m$ έχει το άλλο άκρο της Ο στερεωμένο σε άρθρωση και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές.

Να υπολογίσετε:

α) Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει Α.Α.Τ και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης και την γωνιακή συχνότητα.

β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση

γ) Να υπολογίσετε την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

Για την ράβδο αμέσως μετά την κρούση, να υπολογίσετε:

δ) το μέτρο της δύναμης από τον άξονα περιστροφής αμέσως μετά την κρούση

ε) την μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της γωνιακής της ταχύτητας

στ) Να ελέγξετε εάν εκτελεί ανακύκλωση

Για την ταλάντωση του σώματος μετά την κρούση:

ζ) να γράψετε την χρονική εξίσωση απομάκρυνσης θεωρώντας ως t=0 τη στιγμή της κρούσης και θετική την φορά προς τα δεξιά.

η) Για την χρονική στιγμή $t = \frac{T}{12}$,όπου T η περίοδος ταλάντωσης αμέσως μετά την κρούση, να υπολογίσετε:

i) την στροφορμή του σώματος Σ κατά τον άξονα περιστροφής της ράβδου

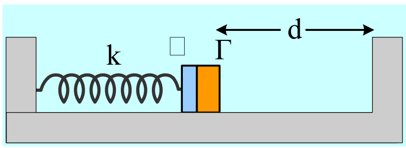
ii) τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του σώματος Σ κατά τον άξονα περιστροφής της ράβδου

iii) τον ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ελατηρίου

θ) την τιμή του λόγου $\frac{m}{M}$, ώστε να μεταφερθεί στην ράβδο το 100% της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ πριν την κρούση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο O: $I_{(O)}=\frac{1}{3}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

55) Ταλάντωση και δυο ελαστικές κρούσεις.



Τα σώματα Β και Γ, τα οποία θεωρούμε υλικά σημεία, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες m_1=1kg και m_2=3kg ηρεμούν σε επαφή σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ενώ το Β είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, όπως στο σχήμα. Μετακινούμε τα σώματα προς τα αριστερά, συμπιέζοντας το ελατήριο κατά 0,4m και τη στιγμή t_0=0, αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί.

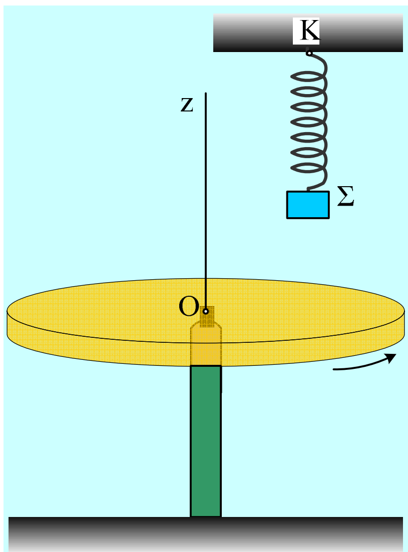
i) Ποια η αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσουν τα σώματα και ποιο το μέτρο της δύναμης που ασκεί το Β στο Γ σώμα;

ii) Ποια χρονική στιγμή τα δυο σώματα θα χάσουν την επαφή;

iii) Το σώμα Γ αφού συγκρουστεί ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο, ξανασυγκρούεται ελαστικά με το σώμα Α τη στιγμή t_2= 3π/20s. Ποια η αρχική απόσταση d του σώματος Γ από τον τοίχο;

iv) Να παρασταθεί γραφικά η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος Β σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=π/5s.

56) Μια κρούση σώματος με οριζόντιο κυκλικό τραπέζι.



Ένα τραπέζι σχήματος δίσκου, μάζας Μ=19,5kg και ακτίνας R=0,4m στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα z, ο οποίος περνά από το κέντρο του Ο, όπως στο διπλανό σχήμα, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Πάνω από το τραπέζι συγκρατείται ένα σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων, μάζας m=1kg, το οποίο είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και φυσικού μήκους ℓ_0=0,2m. Το ελατήριο κρέμεται από σημείο Κ, το οποίο απέχει 0,3m από το τραπέζι, ο άξονάς του απέχει 0,2m από τον άξονα z και στη θέση αυτή έχει το φυσικό μήκος του. Αφήνουμε το σώμα τη στιγμή $t_0=0$, να κινηθεί και προσκολλάται στο τραπέζι. Αν αμέσως μετά την κρούση το σώμα Σ έχει ταχύτητα $υ_1=0{,}6m/s$, ζητούνται:

i) Η επιτάχυνση και η ταχύτητα του σώματος Σ, ελάχιστα πριν την κρούση.

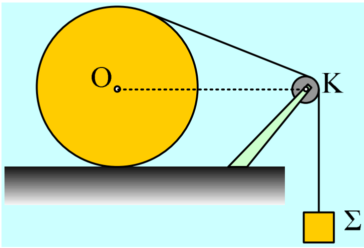
ii) Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ που οφείλεται στην πλαστική του κρούση με το τραπέζι. Ποια η αντίστοιχη μεταβολή της στροφορμής του ως προς (κατά) τον άξονα z;

iii) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του σώματος Σ, τη στιγμή που θα έχει εκτελέσει μισή περιστροφή.

iv) Η γωνία κατά την οποία στρέφεται το τραπέζι από τη στιγμή $t_0=0$, μέχρι τη στιγμή της κρούσης.

Δίνεται ότι παρόλη την κρούση το τραπέζι δεν παύει να στρέφεται γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα z χωρίς να «παλαντζάρει», η ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα z $I= ½\ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

57) Κίνηση κυλίνδρου σε λείο επίπεδο με χρήση αβαρούς τροχαλίας.



Γύρω από έναν κύλινδρο μάζας M=26,4kg και ακτίνας R=1m έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, το οποίο αφού περάσει από μια αβαρή τροχαλία, στο άλλο του άκρο κρέμεται ένα σώμα Σ μάζας m=10/9 kg. Ο κύλινδρος συγκρατείται ακίνητος σε λείο οριζόντιο επίπεδο και το νήμα σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου ημθ=0,6 (συνθ=0,8). Σε μια στιγμή αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Η τροχαλία έχει ακτίνα r=0,1m και το κέντρο της Κ απέχει 1m από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται και στο σχήμα.

i) Να εξηγείστε γιατί ο κύλινδρος θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση. Να εξετάσετε αν πρόκειται:

α) να ολισθήσει, β) να κυλήσει γ) να «σπινάρει»

ii) Να βρείτε μια σχέση που να συνδέει την αρχική επιτάχυνση του άξονα Ο του κυλίνδρου με την επιτάχυνση του σώματος Σ.

iii) Να υπολογίσετε την αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ.

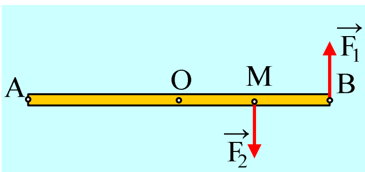
iv) Να βρεθεί ο αρχικός ρυθμός μεταβολής της στροφορμής:

α) Του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β) Του συστήματος κύλινδρος-σώμα Σ, ως προς το άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I= ½\ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

58) Μια σανίδα σε παγωμένη λίμνη.



Σε μια παγωμένη λίμνη ηρεμεί μια σανίδα μήκους ℓ=6m και μάζας 8kg. Σε μια στιγμή, t=0, ασκούμε πάνω της δυο οριζόντιες παράλληλες σταθερού μέτρου δυνάμεις $F_1=F_2=12π$ N, όπως στο σχήμα, όπου (ΜΒ)= 1,5m, οι οποίες παραμένουν συνεχώς κάθετες στη σανίδα.

i) Η σανίδα θα περιστραφεί οριζόντια γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος περνά από το:

α) Το άκρο Α, β) Το μέσον της Ο, γ) Το μέσον της ΜΒ.

ii) Να βρείτε τις ταχύτητες (μέτρο και κατεύθυνση) του μέσου Ο και του άκρου Β τη στιγμή $t_1=2s$.

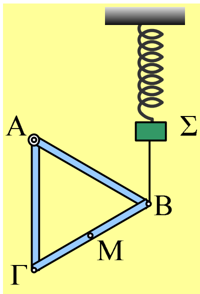
iii) Για τη στιγμή t_1 να βρεθούν:

α) Η στροφορμή της σανίδας και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της, ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της Ο.

β) Η κινητική ενέργεια και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σανίδας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου, ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I=\frac{1}{12}M\ell^2$.

59) Ακροβατώντας μεταξύ ενιαίου στερεού και ράβδων.



Διαθέτουμε τρεις όμοιες ομογενείς ράβδους μάζας m=3kg και μήκους ℓ=4/3m η καθεμιά. Τις ενώνουμε στα άκρα, σχηματίζοντας ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ (στερεό S). Το στερεό S, μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από την κορυφή Α, ισορροπεί δε σε θέση όπου η πλευρά ΑΓ είναι κατακόρυφη, δεμένο με κατακόρυφο νήμα στην κορυφή Β. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο στο υλικό σημείο Σ, το οποίο ηρεμεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m, όπως στο σχήμα.

i) Να βρεθεί η τάση του νήματος μεταξύ της κορυφής Β και σώματος Σ.

Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα.

ii) Να υπολογίστε τη ροπή αδράνειας του στερεού S ως προς τον άξονα περιστροφής του.

iii) Να υπολογίστε τις αρχικές επιταχύνσεις της κορυφής Β και του μέσου Μ της πλευράς ΒΓ. Να σχεδιάστε στο σχήμα τις παραπάνω επιταχύνσεις.

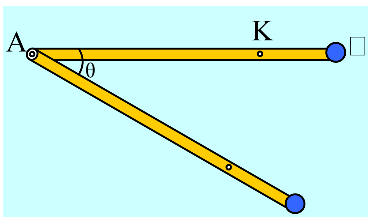
iv) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της στροφορμής των ράβδων ΑΓ και ΒΓ, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

v) Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του στερεού S.

vi) Να υπολογιστεί η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος Σ.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της $I_{cm}=\frac{1}{12}m\ell^2$ και g=10m/s^2.

60) Και αν σπάσει ο άξονας;



Μια μη ομογενής ράβδος μήκους ℓ=4m και μάζας 6kg, μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α. Στο άλλο άκρο της έχει δεθεί ένα σώμα Σ, που θεωρείται υλικό σημείο μάζας m=4kg. Έτσι έχουμε δημιουργήσει ένα στερεό S, με κέντρο μάζας Κ, όπου (ΚΒ)=1m. Φέρνουμε το στερεό σε οριζόντια θέση, όπως στο σχήμα και σε μια στιγμή το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε η αρχική επιτάχυνση του σώματος Σ είναι α_0=12m/s^2. Το στερεό δεν παρουσιάζει τριβές με τον άξονα, ενώ g=10m/s^2.

i) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του στερεού S, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μετά από λίγο, η ράβδος σχηματίζει γωνία θ=30° με την οριζόντια διεύθυνση. Για την θέση αυτή, να βρεθούν:

ii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού S

iii) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του στερεού S, ως προς τον άξονα περιστροφής του.

iv) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής.

v) Στην παραπάνω θέση, σπάει ο άξονας περιστροφής, οπότε το στερεό πέφτει ελεύθερα και κτυπάει στο έδαφος με το άκρο του Β και με τη ράβδο κατακόρυφη, χωρίς να έχει ολοκληρώσει μια περιστροφή. Πόσο χρόνο διαρκεί η ελεύθερη πτώση του στερεού;