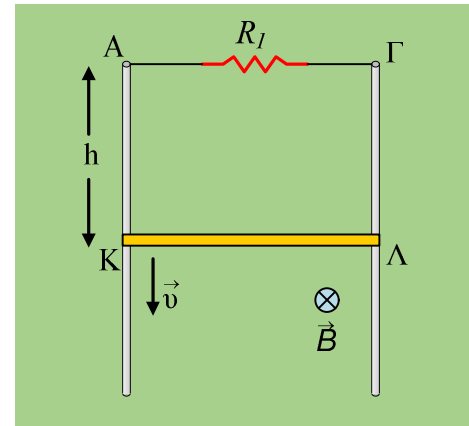


Πριν να αποκτήσει οριακή ταχύτητα!

Ο αγωγός ΚΛ έχει μήκος $\ell=1\text{m}$, μάζα $m=0,2\text{kg}$ και αντίσταση $R=0,5\Omega$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα, όπως στο σχήμα, ξεκινώντας από τη θέση ΑΓ, μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1\text{T}$. Δίνονται $R_1=1,5\Omega$, οι κατακόρυφοι στύλοι δεν παρουσιάζουν αντίσταση, ενώ $g=10\text{m/s}^2$. Μετά από χρόνο t_1 ο αγωγός ΚΛ έχει κατέβει κατά $h=1\text{m}$, έχοντας στιγμιαία ταχύτητα $v=3\text{m/s}$. Για την παραπάνω θέση ζητούνται:



- i) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το σχηματιζόμενο πλαίσιο, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της ροής, θεωρώντας την κάθετη στο επίπεδο να έχει την ίδια φορά με την ένταση του μαγνητικού πεδίου.
- ii) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ. Να σχεδιάσετε τη φορά της έντασης στο σχήμα.
- iii) Η επιτάχυνση του αγωγού ΚΛ.
- iv) Η ισχύς της δύναμης Laplace που ασκείται στον αγωγό ΚΛ. Τι εκφράζει η παραπάνω ισχύς;
- v) Πόση ηλεκτρική ενέργεια έχει εμφανιστεί στο κύκλωμα από $0-t_1$;

Απάντηση:

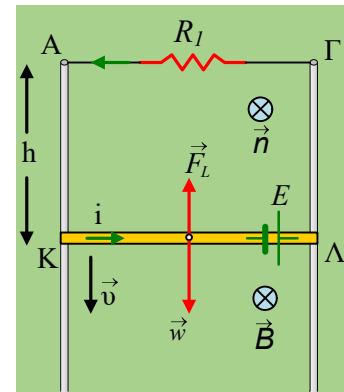
- i) Την στιγμή t_1 από το ορθογώνιο (τετράγωνο) πλαίσιο που σχηματίζεται, διέρχεται μαγνητική ροή:

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot \ell \cdot h = 1 \cdot 1 \cdot 1 \text{Wb} = 1 \text{Wb}$$

Ενώ ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ροής, είναι:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(B\ell y)}{dt} = B\ell \frac{dy}{dt} = B\ell v \rightarrow$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = B\ell v = 1 \cdot 1 \cdot 3 \frac{\text{Wb}}{\text{s}} = \frac{3\text{Wb}}{\text{s}}$$



- ii) Στη θέση αυτή έχει εμφανιστεί στον αγωγό ΚΛ μια ΗΕΔ από επαγωγή, με τιμή:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -3\text{V}$$

Με αποτέλεσμα το κλειστό κύκλωμα να διαρρέεται από ρεύμα, με φορά όπως στο διπλανό σχήμα, αφού μόνο τότε θα ασκείται στον κινούμενο αγωγό ΚΛ δύναμη Laplace, με φορά προς τα πάνω, αντιστεκόμενη στην πτώση του αγωγού. Η τιμή της έντασης προκύπτει από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα:

$$i = \frac{\varepsilon}{R_{ολ}} = \frac{\varepsilon}{R + R_1} = \frac{-3\text{V}}{(0,5 + 1,5)\Omega} = -1,5\text{A}$$

Σχόλιο: Λαμβάνοντας την κάθετη με φορά προς τα μέσα η θετική φορά διαγραφής του πλαισίου θεωρείται

η δεξιόστροφη (ίδια με την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Οι αρνητικές τιμές της ΗΕΔ και της έντασης, σημαίνουν απλά αντίθετη φορά...).

iii) Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι ασκούμενες στον αγωγό δυνάμεις, όπου η δύναμη Laplace έχει μέτρο:

$$F_L = B \cdot i \cdot \ell = 1 \cdot 1,5 \cdot 1 \text{ N} = 1,5 \text{ N}$$

Οπότε από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα βρίσκουμε για την επιτάχυνση:

$$\begin{aligned} \Sigma F &= m \cdot a \rightarrow mg - F_L = m \cdot a \rightarrow \\ a &= g - \frac{F_L}{m} = \left(10 - \frac{1,5}{0,2} \right) \text{ m/s}^2 = 2,5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

iv) Για την ισχύ της δύναμης Laplace έχουμε:

$$P = |F_L| \cdot |v| \cdot \sin 180^\circ = -|F_L| \cdot |v| = -1,5 \cdot 3 \text{ W} = -4,5 \text{ W}$$

Η παραπάνω ισχύς εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική στο κύκλωμα (και τελικά βέβαια σε θερμότητας στις αντιστάσεις του κυκλώματος). Πράγματι αν πάρουμε την ηλεκτρική ισχύ της ΗΕΔ από επαγωγή, θα έχουμε:

$$P_\pi = \mathcal{E} \cdot i = 3 \text{ V} \cdot 1,5 \text{ A} = 4,5 \text{ W}$$

Όπου προφανώς πήραμε τις απόλυτες τιμές ΗΕΔ και έντασης, αφού το πρόσημο συνδέεται απλά με την φορά του ρεύματος στο κύκλωμα.

v) Αν εφαρμόσουμε την διατήρηση της ενέργειας, μεταξύ της αρχικής θέσης του αγωγού ΚΛ στη θέση του αντιστάτη R_1 και της θέσης που έχει κατέβει κατά h , θα έχουμε ότι η αρχική δυναμική ενέργεια του αγωγού (θεωρώντας την κάτω θέση ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας), θα έχει εν μέρει μετατραπεί σε κινητική ενέργεια του αγωγού και το υπόλοιπο θα έχει μετατραπεί σε ηλεκτρική ενέργεια στο κύκλωμα.

$$U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + E_{\eta\lambda} \rightarrow E_{\eta\lambda} = U_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} \rightarrow$$

$$E_{\eta\lambda} = mgh - \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow$$

$$E_{\eta\lambda} = 0,2 \cdot 10 \cdot 1 \text{ J} - \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 3^2 \text{ J} = 1,1 \text{ J}.$$

dmargaris@gmail.com