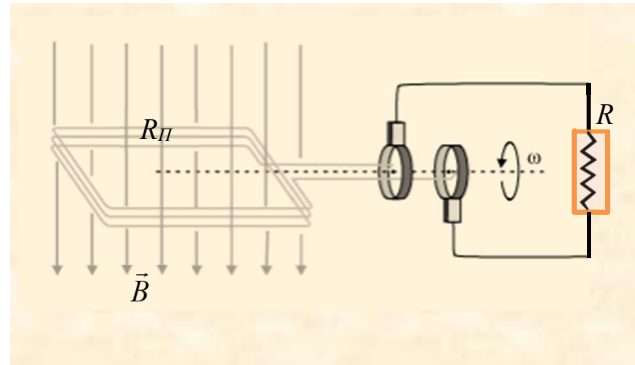


Ο αγρότης που σπούδασε ...μηχανικός και η γεννήτρια

Ένας αγρότης - που σπούδασε μηχανικός - θέλει να θέσει σε λειτουργία μια γεννήτρια εναλλασσόμενου ρεύματος, για να φωτίσει μια αποθήκη στο χωριό. Η μέση ισχύς που θα καταναλώνεται στο εξωτερικό κύκλωμα είναι $\bar{P}_{εξ} = 2200W$ και η συνολική αντίσταση των λαμπτήρων του εξωτερικού κυκλώματος $R_{εξ} = 22\Omega$. Η γεννήτρια περιέχει ένα τετράγωνο πλαίσιο με $N = 120$ σπείρες, πλευράς $a = 0,5m$, που βρίσκεται με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου $B = 0,2\sqrt{2} T$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω . Το σύρμα του πλαισίου παρουσιάζει αντίσταση $R_{\Pi} = 2\Omega$, ενώ τα καλώδια σύνδεσης που θα χρησιμοποιήσει έχουν αμελητέα αντίσταση.



- α) Ποιο πρέπει να είναι το πλάτος της εναλλασσόμενης ΗΕΔ από επαγωγή, που αναπτύσσεται στο πλαίσιο αν θέλουμε να λειτουργεί κανονικά η εγκατάσταση;
- β) Ποιο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του πλαισίου;
- γ) Ποια είναι η χρονική στιγμή η ΗΕΔ στο πλαίσιο έχει τιμή $E = E_{max}/2$ για πρώτη φορά; Ποια είναι η αλγεβρική τιμή της μαγνητικής ροής που διέρχεται τότε από το πλαίσιο;
- δ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της έντασης του ρεύματος του κυκλώματος και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση για μια περίοδο, σε βαθμολογημένο σύστημα αξόνων.
- ε) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της στιγμιαίας ισχύος που καταναλώνεται σε όλη τη διάταξη και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση για μια περίοδο. Τι μας δίνει το εμβαδόν μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα των χρόνων;
- στ) Αν για την κίνηση του πλαισίου ο μηχανικός εκμεταλλευτεί έναν μικρό καταρράκτη που περνάει από το χωράφι του με τη βοήθεια υδροστρόβιλου, ώστε η απόδοση της εγκατάστασης να είναι συνολικά 80%, ποια πρέπει να είναι η παροχή της υδατόπτωσης αν το νερό πέφτει από ύψος $h = 5m$;

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho = 10^3 kg/m^3$ και θεωρούμε τη χρονική στιγμή $t = 0$ το εμβαδικό διάνυσμα \vec{n} ομόρροπο με την ένταση \vec{B} .

Επίσης θεωρούμε ότι μια στοιχειώδης μάζα νερού ξεκινά από ψηλά με αμελητέα ταχύτητα.

Απάντηση

α) Η μέση ισχύς που θα καταναλώνεται στο εξωτερικό κύκλωμα θα είναι

$$\bar{P}_{εξ} = I_{εν}^2 \cdot R_{εξ} \Leftrightarrow I_{εν} = \sqrt{\frac{\bar{P}_{εξ}}{R_{εξ}}} \Leftrightarrow I_{εν} = \sqrt{\frac{2200}{22}} = 10 A$$

Η ενεργός τάση στα άκρα του πλαισίου πρέπει να είναι

$$V_{\varepsilon\nu} = I_{\varepsilon\nu} \cdot R_{\varepsilon\xi} \Leftrightarrow V_{\varepsilon\nu} = 10 \cdot 22 \Leftrightarrow V_{\varepsilon\nu} = 220V$$

Επειδή το πλαίσιο παρουσιάζει αντίσταση η ενεργός ΗΕΔ από επαγωγή που θα αναπτύσσεται στο πλαίσιο θα δίνεται από τη σχέση

$$V_{\varepsilon\nu} = E_{\varepsilon\nu} - I_{\varepsilon\nu} R_{\Pi} \Leftrightarrow E_{\varepsilon\nu} = V_{\varepsilon\nu} + I_{\varepsilon\nu} R_{\Pi} \Leftrightarrow E_{\varepsilon\nu} = 220 + 10 \cdot 2 \Leftrightarrow E_{\varepsilon\nu} = 240V$$

Αρα το πλάτος θα πρέπει να είναι $E_{max} = E_{\varepsilon\nu} \sqrt{2} = 240\sqrt{2}V$

β) Το πλάτος της ΗΕΔ που παράγεται στο πλαίσιο είναι

$$E_{max} = N\omega BS \Leftrightarrow \omega = \frac{E_{max}}{NBS} \Leftrightarrow \omega = \frac{240\sqrt{2}}{120 \cdot 0,2\sqrt{2} \cdot 0,5^2}$$

$$\Leftrightarrow \omega = \frac{240}{6} \Leftrightarrow \omega = 40 \text{ rad / s}$$

γ) Η εξίσωση της ΗΕΔ που αναπτύσσεται από την περιστροφή του πλαισίου είναι

$$E = E_{max} \eta\mu(\omega t) \Leftrightarrow \frac{E_{max}}{2} = E_{max} \eta\mu(40 \cdot t) \Leftrightarrow \eta\mu(40 \cdot t) = \frac{1}{2}$$

$$40 \cdot t = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad 40 \cdot t = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \quad \text{όπου} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Θέτουμε $k = 0$ και η πρώτη ομάδα λύσεων δίνει $40 \cdot t = \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{240} \text{ s}$

Από τη χρονική εξίσωση της μαγνητικής ροής από μία σπείρα έχουμε

$$\Phi = BS \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t) \Leftrightarrow \Phi = 0,2\sqrt{2} \cdot 0,25 \cdot \sigma\upsilon\nu(40 \cdot \frac{\pi}{240})$$

$$\Leftrightarrow \Phi = 0,05\sqrt{2} \cdot \sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{6}) \Leftrightarrow \Phi = 0,05\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \Phi = 0,025\sqrt{6} \text{ Wb}$$

Από το πλαίσιο θα έχουμε $\Phi_{ολ} = N \cdot \Phi = 120 \cdot 0,025\sqrt{6} = 3\text{Wb}$.

δ) Η τάση στα άκρα του πλαισίου θα είναι

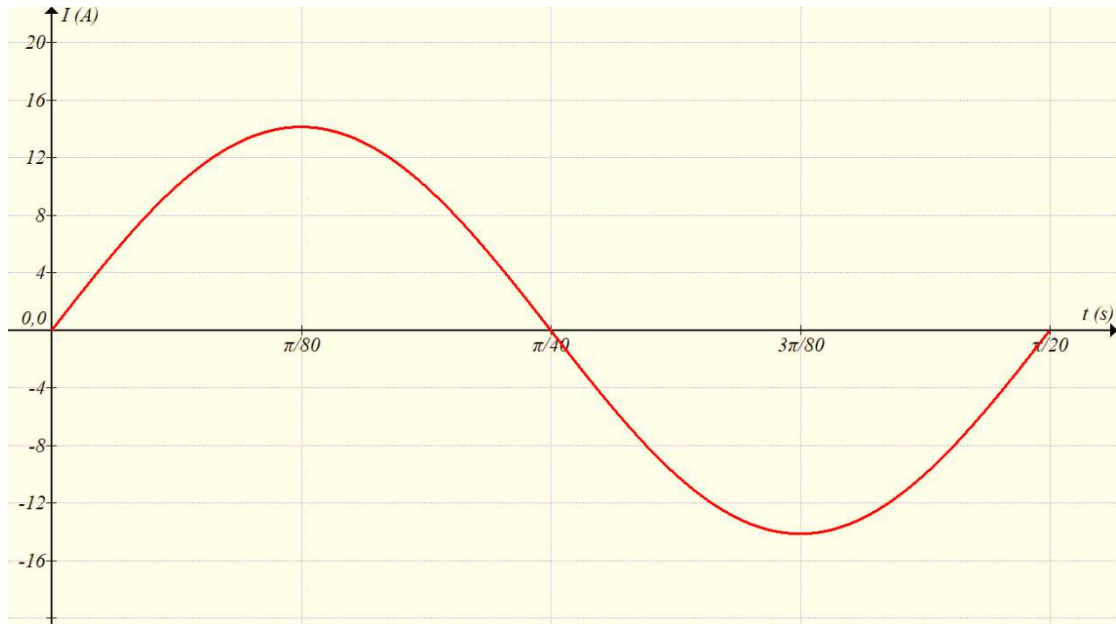
$$V = V_{max} \eta\mu(\omega t) \Leftrightarrow V = 220\sqrt{2} \cdot \eta\mu(40 \cdot t) \quad (S.I.)$$

Από το νόμο Ohm στο εξωτερικό κύκλωμα η ένταση του ρεύματος προκύπτει

$$I = \frac{V}{R_{\varepsilon\xi}} \Leftrightarrow I = \frac{220\sqrt{2} \cdot \eta\mu(40 \cdot t)}{22} \Leftrightarrow I = 10\sqrt{2} \cdot \eta\mu(40 \cdot t) \quad (S.I.)$$

Η περίοδος είναι $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{40} = \frac{\pi}{20} \text{ s}$

και η γραφική παράσταση είναι:

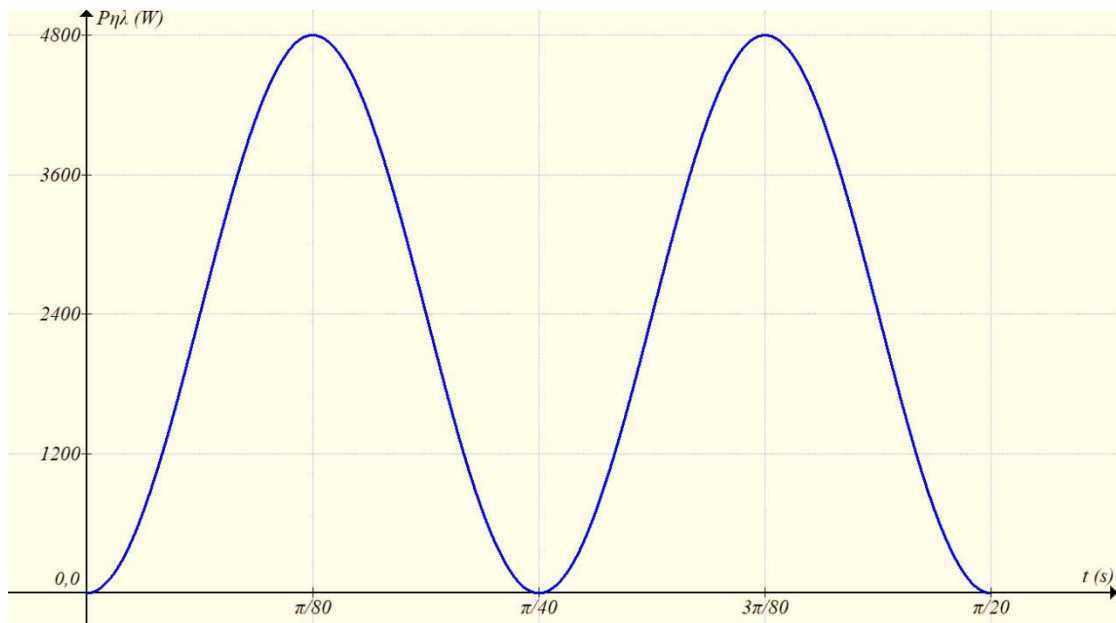


ε) Η συνολική στιγμιαία ισχύς που παρέχεται στο κύκλωμα θα είναι

$$P_{\eta\lambda} = E \cdot I \Leftrightarrow P_{\eta\lambda} = 240\sqrt{2} \cdot \eta\mu(40 \cdot t) \cdot 10\sqrt{2}\eta\mu(40 \cdot t)$$

$$\Leftrightarrow P_{\eta\lambda} = 4800 \cdot \eta\mu^2(40 \cdot t) \text{ (S.I.)}$$

Η γραφική παράσταση θα είναι



Το εμβαδόν κάτω από τη γραφική παράσταση μας δίνει την ηλεκτρική ενέργεια που θα προσφέρει το πλαίσιο – γεννήτρια σε χρόνο μιας περιόδου σε ολόκληρο το κύκλωμα.

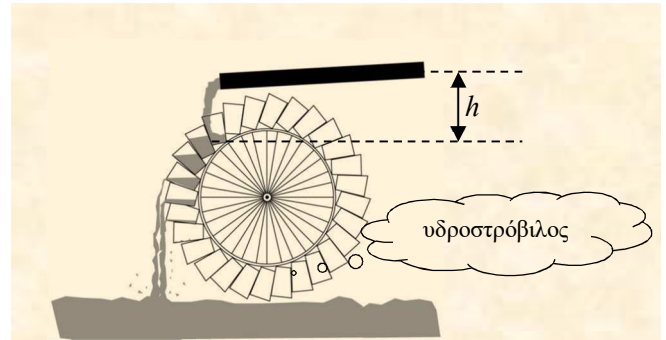
$$\text{Αυτή είναι } W_{\eta\lambda,T} = E_{\epsilon\nu} \cdot I_{\epsilon\nu} \cdot T = 240 \cdot 10 \cdot \frac{\pi}{20} = \frac{2400\pi}{20} = 120\pi \text{ J}$$

- Φυσικά η μόνη ενεργειακή μετατροπή είναι από ηλεκτρική σε θερμική και θεωρώντας τους λαμπτήρες σαν αντιστάτες βρίσκουμε πάλι:

$$Q = I_{\varepsilon\nu}^2 R_{\sigma\lambda} T = 10^2 \cdot 24 \cdot \frac{\pi}{20} = 120\pi \text{ J}$$

στ) Η μέση ισχύς που δίνει η γεννήτρια σε όλο το κύκλωμα είναι $\bar{P}_{\eta\lambda} = E_{\varepsilon\nu} \cdot I_{\varepsilon\nu} = 240 \cdot 10 = 2400 \text{ W}$.

Αν P_v η μέση ισχύς που θα αποδίδει η υδατόπτωση στη γεννήτρια,



$$\bar{P}_{\eta\lambda} = 0,8 \cdot P_v \Leftrightarrow P_v = \frac{\bar{P}_{\eta\lambda}}{0,8} \Leftrightarrow P_v = \frac{2400}{0,8} \Leftrightarrow P_v = 3000 \text{ W}$$

Αυτή προέρχεται από τη μετατροπή

της δυναμικής ενέργειας του νερού σε κινητική και τελικά σε ηλεκτρική στο κύκλωμα.

Η ΑΔΜΕ για μια στοιχειώδη μάζα dm νερού που πέφτει από ύψος h δίνει

$$dK = -dU_{\beta} \Leftrightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{-dU_{\beta}}{dt} \Leftrightarrow P_v = \frac{dm \cdot g \cdot h}{dt}$$

$$\Leftrightarrow P_v = \frac{\rho \cdot dV_v \cdot g \cdot h}{dt} \Leftrightarrow P_v = \rho \cdot \Pi \cdot g \cdot h \Leftrightarrow \Pi = \frac{P_v}{\rho \cdot g \cdot h}$$

$$\Leftrightarrow \Pi = \frac{3 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 10 \cdot 5} \Leftrightarrow \Pi = 0,06 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Σχόλια

α) Όταν το στρεφόμενο πλαίσιο έχει εσωτερική αντίσταση, η ΗΕΔ επαγωγής δεν είναι ίση με την τάση στα άκρα του πλαισίου. Γι' αυτό πρέπει να είμαστε προσεκτικοί στη χρήση της ορολογίας «επαγωγική τάση».

β) Η χρονική στιγμή στο ερώτημα (γ), μπορεί να υπολογιστεί και με το στρεφόμενο διάνυσμα, όπως ακριβώς κάνουμε και στις ταλαντώσεις.

$$\eta\mu\theta = \frac{120\sqrt{2}}{240\sqrt{2}} \Leftrightarrow \eta\mu\theta = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

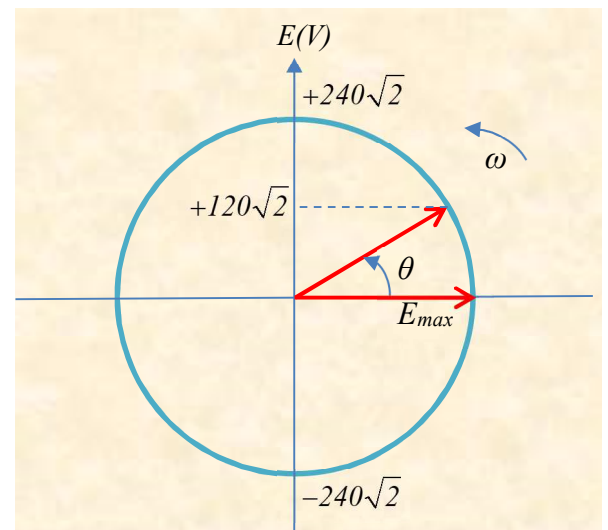
$$\theta = \omega \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{\theta}{\omega}$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\pi/6}{40} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{240} \text{ s}$$

γ) Ο υδροστρόβιλος εκμεταλλεύεται την κινητική

ενέργεια του νερού, που προέρχεται από τη δυναμική ενέργεια στο ...βουνό.

Μια αντλία, έχει διαφορετικό σκοπό. Προσδίδει στην τελική έξοδο του σωλήνα κινητική



ενέργεια και μπορεί και δυναμική ενέργεια σε μια στοιχειώδη μάζα νερού.

Θα μπορούσαμε να την αντιστοιχίσουμε σε πηγή, ενώ τον υδροστρόβιλο σε καταναλωτή.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Ανδρέας Φιζόπουλος