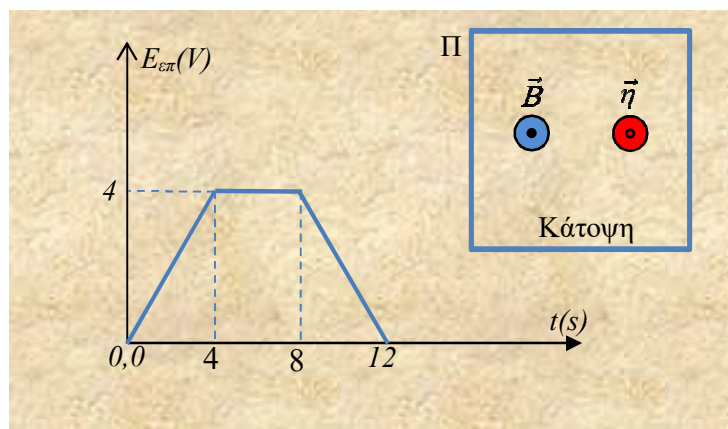


Όταν η ΗΕΔ μεταβάλλεται με γνωστό τρόπο

Πάνω στον οριζόντιο πάγκο του εργαστηρίου βρίσκεται ένα τετράγωνο συρμάτινο πλαίσιο Π πλευράς $a = 1\text{m}$, που παρουσιάζει αντίσταση ανά μονάδα μήκους $R^* = 0,5\Omega/\text{m}$. Στο χώρο έχουμε δημιουργήσει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο, με φορά προς τα πάνω, η ένταση του οποίου έχει χρονικά μεταβλητή αλγεβρική τιμή, έτσι ώστε στο πλαίσιο να δημιουργείται επίσης χρονικά μεταβλητή ΗΕΔ επαγωγής, σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα.



α) Να προσδιοριστεί η φορά του επαγωγικού ρεύματος, θεωρώντας ότι το εμβαδικό διάνυσμα $\vec{\eta}$ έχει φορά προς τα πάνω.

β) Βρείτε τη μέση ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο από 0 ως 12s.

γ) Πόσα ηλεκτρόνια πέρασαν από μια διατομή του πλαισίου από 0 ως 12s;

δ) Βρείτε τη συνάρτηση $E_{\varepsilon\pi} = f(t)$.

Δίνεται το φορτίο του ηλεκτρονίου $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$.

Απάντηση

α) Με βάση το δοθέν εμβαδικό διάνυσμα, η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο, θα έχει θετική αλγεβρική τιμή αφού

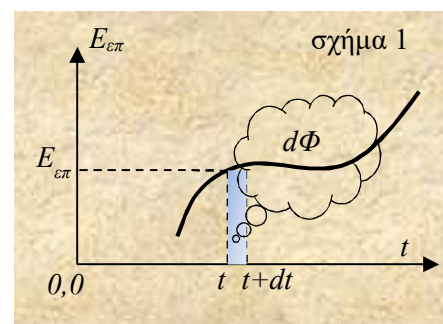
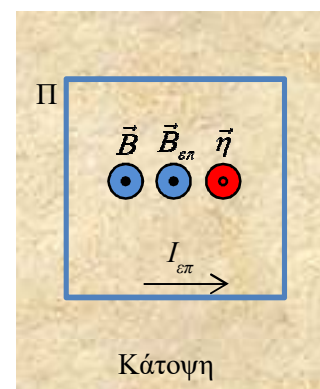
$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\theta \Leftrightarrow \Phi = B \cdot S \Leftrightarrow \Phi > 0$$

Παρατηρούμε ότι η ΗΕΔ επαγωγής έχει επίσης συνεχώς θετική αλγεβρική τιμή. Από το νόμο Faraday έχουμε

$$E_{\varepsilon\pi} > 0 \Leftrightarrow -\frac{d\Phi}{dt} > 0 \Leftrightarrow d\Phi < 0 \Leftrightarrow d(B \cdot S) < 0 \Leftrightarrow S \cdot dB < 0 \Leftrightarrow dB < 0$$

δηλαδή η μαγνητική ροή μειώνεται εξ' αιτίας μείωσης του μέτρου $\vec{B}$. Ο κανόνας του Lenz μας λέει ότι το μαγνητικό πεδίο του επαγωγικού ρεύματος προσπαθεί να αντισταθεί σε αυτή τη μείωση άρα έχει τη φορά του $\vec{B}$ ώστε να το ενισχύσει. Με τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι το επαγωγικό ρεύμα έχει αντιωρολογιακή φορά.

β) Ένα στοιχειώδες εμβαδό, μεταξύ των χρονικών στιγμών t και $t+dt$, κάτω από ένα τυχαίο διάγραμμα $E_{\varepsilon\pi} \rightarrow t$, όπως φαίνεται στο σχήμα 1, εκφράζει αριθμητικά μια στοιχειώδη μεταβολή της μαγνητικής ροής, αφού αν θεωρηθεί ορθογώνιο είναι $d\Phi = -E_{\varepsilon\pi} \cdot dt$ δηλαδή το αντίθετο του στοιχειώδους εμβαδού.



$$\text{Άρα } \Delta\Phi_{\text{ολ}} = \sum d\Phi = -\text{Ολικό Εμβαδόν}$$

Στο διάγραμμα της άσκησής μας, η μεταβολή της μαγνητικής ροής στο χρονικό διάστημα 0 ως 12s θα είναι ίση με το αντίθετο του εμβαδού του τραπεζίου:

$$\Delta\Phi = -\frac{12+4}{2} \cdot 4 = -32 \text{ Wb}$$

Από το νόμο Faraday

$$\overline{E}_{\varepsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{-32}{12} = +\frac{8}{3} \text{ V}$$

γ) Η αντίσταση του πλαισίου είναι

$$R = R^* \cdot 4a = 0,5 \cdot 4 \cdot 1 = 2 \Omega.$$

$$\text{Από το νόμο Newman } \Delta q_{\varepsilon\pi} = -\frac{\Delta\Phi}{R} = -\frac{-32}{2} = +16 \text{ C}$$

Με άλλον τρόπο, μπορούμε να βρούμε τη μέση ένταση του επαγωγικού ρεύματος

$$\overline{I}_{\varepsilon\pi} = \frac{\overline{E}_{\varepsilon\pi}}{R} = \frac{+\frac{8}{3}}{2} = \frac{4}{3} \text{ A, οπότε}$$

$$\Delta q_{\varepsilon\pi} = \overline{I}_{\varepsilon\pi} \cdot \Delta t = \frac{4}{3} \cdot 12 = +16 \text{ C}$$

Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που πέρασαν από μια διατομή είναι

$$N = \frac{|\Delta q_{\varepsilon\pi}|}{|q_e|} = \frac{16}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 10^{20} \text{ ηλεκτρόνια}$$

δ) Επειδή οι γραφικές παραστάσεις είναι ευθείες:

- $0 \leq t < 4 \text{ s}$, έστω $E_1 = at + b$. Τα σημεία $(0,0)$ και $(4,4)$ ανήκουν στη γραφική παράσταση. Τότε
 $0 = a \cdot 0 + b \Leftrightarrow b = 0$
 $4 = a \cdot 4 + 0 \Leftrightarrow a = 1$

$$\text{Άρα } E_1 = 1 \cdot t \text{ (S.I.)}$$

- $4 \leq t < 8 \text{ s}$, $E_2 = 4$ (S.I.)
- $8 \leq t \leq 12 \text{ s}$, έστω $E_3 = ct + d$. Τα σημεία $(8,4)$ και $(12,0)$ ανήκουν στη γραφική παράσταση. Τότε
 $4 = c \cdot 8 + d \Leftrightarrow 8c + d = 4$
 $0 = c \cdot 12 + d \Leftrightarrow 12c + d = 0$

$$\text{Από το σύστημα προκύπτει } c = -1, d = 12$$

$$\text{Άρα } E_3 = -t + 12 \text{ (S.I.)}$$

Σχόλιο για καθηγητές

Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$, η μαγνητική ροή είναι $\Phi_0 = 0 \text{ Wb}$, μπορούμε με ολοκλήρωση να βρούμε τις συναρτήσεις $\Phi = f(t)$.

- $0 \leq t < 4s, \Phi_1 = \int E_1 \cdot dt = \int t \cdot dt = \frac{t^2}{2} + c_1.$

Για $t = 0, \Phi_1 = 0 \Leftrightarrow c_1 = 0$ και άρα $\Phi_1 = \frac{t^2}{2}$

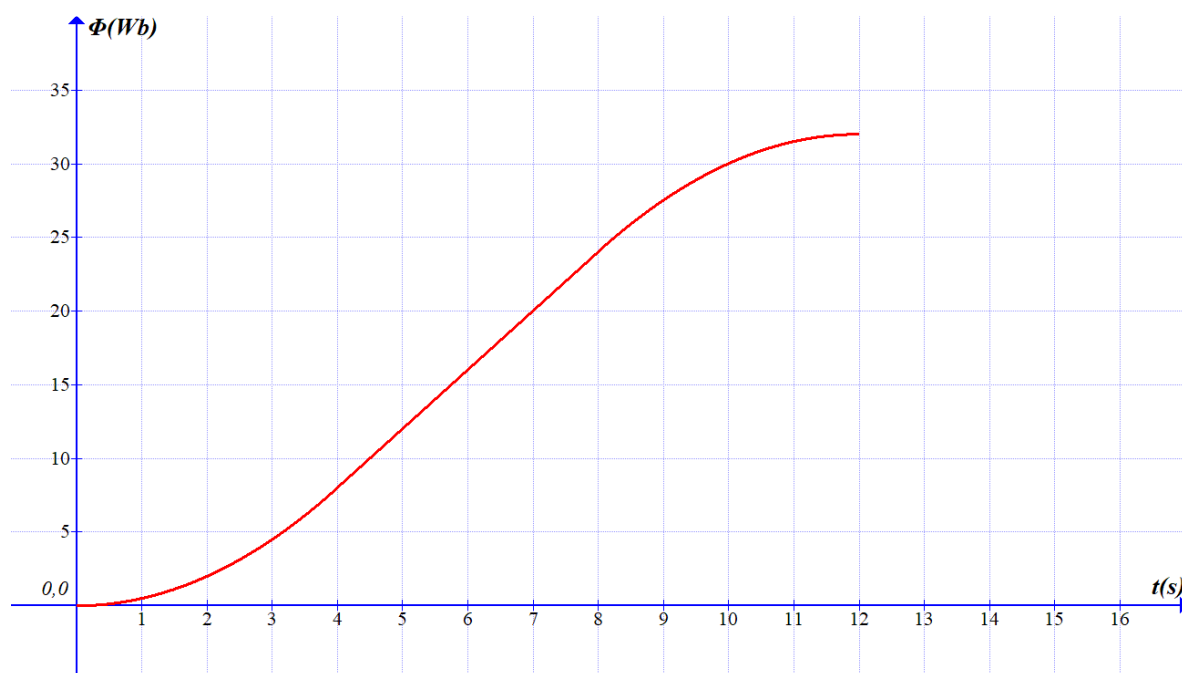
- $4 \leq t < 8s, \Phi_2 = \int E_2 \cdot dt = \int 4 \cdot dt = 4t + c_2$

Για $t = 4s, \Phi_2 = 8Wb \Leftrightarrow c_2 = -8Wb$ και άρα $\Phi_2 = 4t - 8 (S.I.)$

- Για $8 \leq t \leq 12s, \Phi_3 = \int E_3 \cdot dt = \int (-t + 12) \cdot dt = -\frac{t^2}{2} + 12t + c_3$

Για $t = 8s, \Phi_3 = 24Wb \Leftrightarrow c_3 = -40Wb$ και άρα $\Phi_3 = -\frac{t^2}{2} + 12t - 40 (S.I.)$

Η γραφική παράσταση $\Phi = f(t)$ θα είναι:



Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Ανδρέας Ριζόπουλος