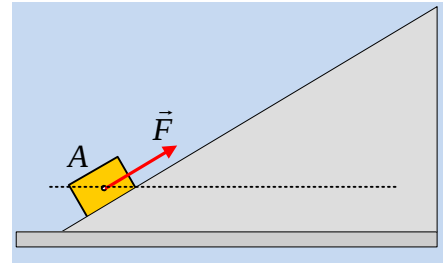


Η αύξηση της μηχανικής ενέργειας.

Ένα σώμα μάζας 2,5kg ισορροπεί στην θέση Α ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση δύναμης F, μέτρου $F=14\text{N}$, παράλληλης στο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή $F_1=18\text{N}$ μέχρι να μετατοπιστεί το σώμα κατά $x=5\text{m}$, φτάνοντας στη θέση Γ, οπότε και καταργούμε την δύναμη. Αν $g=10\text{m/s}^2$:



- i) Να υπολογιστεί η ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F_1 .
- ii) Να βρεθεί το έργο του βάρους από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ.
- iii) Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος στην θέση Γ;
- iv) Το σώμα, θα σταματήσει στη θέση Γ ή θα ανέβει και άλλο κατά μήκος του επιπέδου; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- v) Αν στην αρχική θέση Α θεωρήσουμε ότι η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι μηδενική, να βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος, καθώς και η αντίστοιχη κατακόρυφη απόσταση από την αρχική θέση, που θα φτάσει το σώμα.

Απάντηση:

- i) Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα, μέσω του έργου της ασκούμενης δύναμης είναι:

$$W_{F1} = F_1 \cdot x \cdot \sin \alpha = 18\text{N} \cdot 5\text{m} \cdot 1 = 90\text{J}.$$

- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, στην αρχική θέση ισορροπίας του. Το σώμα ισορροπεί:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = w_y \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F = w_x \quad (2)$$

Οπότε το έργο του βάρους από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ, είναι:

$$W_x = W_{wx} = w_x \cdot x \cdot \sin 180^\circ = -w_x \cdot x = -14\text{N} \cdot 5\text{m} = -70\text{J}.$$

Αφού η συνιστώσα w_y είναι κάθετη στη μετατόπιση και δεν παράγει έργο.

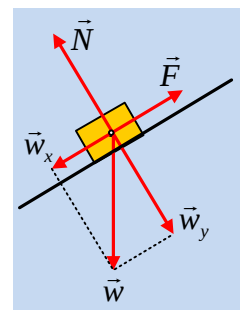
- iii) Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σώμα από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ:

$$K_\Gamma - K_A = W_{wy} + W_N + W_{F1} + W_{wx} \rightarrow$$

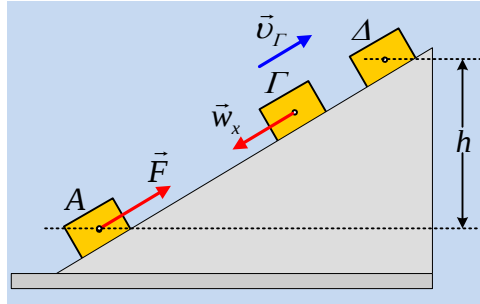
$$\frac{1}{2} 2,5 \cdot v_\Gamma^2 - 0 = 0 + 0 + 90\text{J} - 70\text{J} \rightarrow$$

$$v_\Gamma = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{2,5}} \text{m/s} = 4\text{m/s}$$

- iv) Στη θέση Γ το σώμα έχει ταχύτητα v_Γ με φορά προς τα πάνω, ενώ δέχεται (στη διεύθυνση της κίνησης) τη συνιστώσα w_x η οποία του προκαλεί επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω. Αλλά τότε το σώμα θα συνεχίσει να ανεβαίνει κατά μήκος του επιπέδου, μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του σε κάποια



θέση Δ, η οποία θα βρίσκεται σε κατακόρυφη απόσταση h, σε σχέση με την αρχική θέση Α.



- ν) Στη θέση Γ, τη στιγμή που παύει να ασκείται η δύναμη F_1 , το σώμα έχει κινητική ενέργεια $K_\Gamma = \frac{1}{2} m v_\Gamma^2 = 20\text{J}$, αλλά και δυναμική ενέργεια ίση με 70J . Γιατί;

Το έργο του βάρους συνδέεται με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας, με τη σχέση:

$$W_{A \rightarrow \Gamma} = -\Delta U_{A\Gamma} \text{ ή}$$

$$W_{A \rightarrow \Gamma} = U_A - U_\Gamma \rightarrow U_\Gamma = U_A - W_{A \rightarrow \Gamma} \text{ ή}$$

$$U_\Gamma = 0 - (-70\text{J}) = 70\text{J}.$$

Συνεπώς η μηχανική ενέργεια στην θέση Γ είναι:

$$E_{\mu\chi/\Gamma} = K_\Gamma + U_\Gamma = 90\text{J}$$

Ίση προφανώς με την ενέργεια που δόθηκε στο σώμα νέσω του έργου της δύναμης F_1 .

Αλλά από τη θέση Γ και πέρα, η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος, οπότε η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Έτσι και στη θέση Δ όπου μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος, το σώμα θα έχει μηχανική ενέργεια 90J , αλλά τότε:

$$Mgh = E_{\mu\chi/\Delta} \rightarrow$$

$$h = \frac{E_{\mu\chi/\Delta}}{mg} = \frac{90}{2,5 \cdot 10} \text{ m} = 3,6\text{m}$$