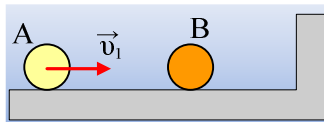


Τρεις ερωτήσεις στις ελαστικές κρούσεις.

Η σφαίρα Α κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v_1 , χωρίς να στρέφεται και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με τη σφαίρα Β, ίσης ακτίνας, όπως στο σχήμα. Η σφαίρα Β μετά την κρούση μπορεί να συγκρουστεί ελαστικά με κατακόρυφο τοίχο.



Να εξετάσετε την ορθότητα των παρακάτω προτάσεων, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- i) Οι δυο σφαίρες μπορεί να ξανασυγκρουστούν πριν προλάβει η Β να κτυπήσει στον τοίχο.
- ii) Αν οι σφαίρες έχουν ίσες μάζες θα ξανασυγκρουστούν στην ίδια θέση με την πρώτη κρούση.
- iii) Αν $m_2 = 2m_1$ οι σφαίρες δεν θα συγκρουστούν για 2^η φορά.

Απάντηση:

- i) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Μετά την κρούση η Β σφαίρα απομακρύνεται της Α και αυτό ανεξάρτητα της σχέσης των μαζών τους. Πράγματι, από Α.Δ.Ο. για την κρούση παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho} = \vec{P}_{\mu\epsilon\tau} \rightarrow m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \rightarrow m_1 (v_1 - v'_1) = m_2 v'_2 \quad (1)$$

Και αφού η κρούση είναι ελαστική: $K_{\pi\rho} = K_{\mu\epsilon\tau} \rightarrow$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2 \rightarrow m_1 (v_1^2 - v'^2_1) = m_2 v'^2_2 \quad (2)$$

Με διαίρεση των (2) και (1) κατά μέλη και αφού $v_1 - v'_1 \neq 0$, παίρνουμε:

$$v_1 + v'_1 = v'_2 \rightarrow v_1 = v'_2 - v'_1$$

«Η ταχύτητα με την οποία η Α σφαίρα πλησιάζει την Β πριν την κρούση, είναι ίση με την ταχύτητα με την οποία η Β απομακρύνεται της Α, μετά την κρούση»

- ii) Αν οι δυο σφαίρες έχουν ίσες μάζες, τότε ανταλλάσσουν ταχύτητες, συνεπώς η Α θα παραμείνει ακίνητη, ενώ η Β θα αποκτήσει ταχύτητα προς τα δεξιά μέτρου ίσο με v_1 . Αλλά τότε θα συγκρουστεί με τον τοίχο και επιστρέφοντας θα συγκρουστεί για 2^η φορά με την Α στην ίδια θέση που έγινε και η 1^η κρούση.
- iii) Αν $m_2 = 2m_1$, τότε οι ταχύτητες των δύο σφαιρών μετά την κρούση είναι:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{m_1 - 2m_1}{m_1 + 2m_1} v_1 = -\frac{1}{3} v_1$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2m_1}{m_1 + 2m_1} v_1 = \frac{2}{3} v_1$$

Αυτό σημαίνει ότι η Α αποκτά ταχύτητα προς τα αριστερά με μέτρο $\frac{1}{3} v_1$, ενώ η Β θα αποκτήσει διπλάσια ταχύτητα με φορά προς τα δεξιά. Αλλά τότε μετά την ελαστική της κρούση με τον κατακόρυφο

τοίχο θα αποκτήσει ταχύτητα, ίσου μέτρου $\frac{2}{3}v_1$ προς τα αριστερά. Όμως έχοντας τώρα η Β σφαίρα διπλάσια ταχύτητα της Α, θα την φτάσει κάποια στιγμή και θα επακολουθήσει 2^η κρούση μεταξύ τους. Η πρόταση είναι λοιπόν εσφαλμένη.

Σχόλιο:

Η απάντηση στο i) ερώτημα θα μπορούσε να στηριχθεί και στους τύπους που μας δίνουν τις ταχύτητες μετά την κρούση. Έτσι έχουμε:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \text{ και } v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{v'_2}{v'_1} = \frac{2m_1}{m_1 - m_2}$$

- i) Αν $m_1 < m_2$, τότε ο παραπάνω λόγος προκύπτει αρνητικός, πράγμα που σημαίνει ότι η Α σφαίρα θα κινηθεί προς τα αριστερά, συνεπώς, αν συγκρουστούν, αυτό δεν πρόκειται να συμβεί πριν την κρούση της Β με τον τοίχο και την κίνησή της προς τα αριστερά.
- ii) Αν $m_1 > m_2$, τότε $\frac{v'_2}{v'_1} = \frac{2m_1}{m_1 - m_2} > 2$, δηλαδή η Β σφαίρα αποκτά πολύ μεγαλύτερη ταχύτητα της Α και δεν πρόκειται να έχουμε 2^η κρούση μεταξύ τους, πριν η Β συγκρουστεί με τον τοίχο.
- iii) Τέλος αν οι μάζες είναι ίσες, σύμφωνα με την απάντηση στο δεύτερο ερώτημα η κρούση θα συμβεί μετά της κρούση της Β με τον τοίχο και την επιστροφή της στο σημείο της 1^{ης} κρούσης.

dmargaris@sch.gr