

Interés compuesto

El interés compuesto, es una modalidad de cálculo de intereses en la que se definen *períodos de capitalización o composición*. Estos períodos representan un horizonte de tiempo en el cual, los intereses deberán ser calculados y agregados o convertidos en capital, de modo que, cada vez que se cumple un período de capitalización, los intereses agregados al capital hacen que éste se vuelva cada vez más grande y crezca con rapidez.

Contrario al interés simple en el cual existe un único período de capitalización (al vencimiento de la operación), en interés compuesto puede existir más de un período de capitalización. Cuantos más períodos de capitalización existan, mayor será el crecimiento del capital.

Ecuaciones de Interés Compuesto

En esta sección estudiaremos la ecuación general del Valor Futuro bajo la modalidad de interés compuesto. De esta ecuación se pueden despejar otras que servirán para el cálculo de las demás variables del interés compuesto.

$$VF = VP(1 + i)^n$$

Donde:

- **VF:** representa al valor futuro o monto de una transacción.
- **VP:** representa el valor presente, valor actual o capital de una transacción. En ventas a plazos representa el precio de contado de un producto/servicio menos cualquier pago inicial (prima) abonado a la transacción.
- **i:** representa la tasa de interés por período de capitalización. En interés simple se utiliza esta variable para representar a la tasa de interés nominal anual. En interés compuesto aparece un nuevo concepto que es el de *tasa de interés periódica*. Para comprender mejor este concepto, sírvase analizar el siguiente ejemplo. En una operación de crédito se ha establecido una tasa de interés nominal anual del 18% convertible (compuesta) mensualmente. En este caso el 18% es una tasa anual, pero como los períodos de composición son de un mes, entonces la tasa por cada período (tasa mensual) sería del 1.5%. Para esto hemos dividido la tasa anual entre la cantidad de períodos de capitalización que hay en un año (12 meses o 12 períodos). Suponga ahora que la tasa anual es del 18%, pero los períodos de capitalización son trimestrales en vez de mensuales. En este caso la tasa periódica (trimestral) sería del 4.5% que se obtiene de dividir los 18% de un año entre los cuatro trimestres que hay en el mismo período.

El hecho de que exista más de un período de capitalización en una operación de interés compuesto hace que la tasa de interés efectiva que gana un inversionista sea mayor que la tasa de interés nominal. La tasa efectiva anual en interés compuesto se calcula con la siguiente ecuación:

$$TEA = (1 + i)^n$$

- **n:** En interés simple esta variable representaba el tiempo en años. Bajo la modalidad de interés compuesto, utilizaremos “n” para representar la cantidad de períodos de capitalización que existen a lo largo de toda la transacción. Por ejemplo, si en una operación de ahorro o crédito el plazo fuera de dos años y los *períodos de capitalización fueran mensuales*, entonces “n” tendría un valor de 24, debido a que en dos años hay 24 meses. Por otro lado, si los períodos de capitalización fueran trimestrales entonces “n” tendría un valor de 8 porque en dos años hay un total de 8 trimestres. Este valor también puede encontrarse multiplicando el plazo en años por la cantidad de períodos en un año. Para un plazo de 2 años con capitalizaciones mensuales el procedimiento es:

$$2 \text{ años} \times 12 \text{ meses} = 24 \text{ meses}$$

Para un plazo de 2 años con capitalizaciones trimestrales el procedimiento es el siguiente:

$$2 \text{ años} \times 4 \text{ trimestres} = 8$$

Para este tipo de operaciones es importante tener siempre en cuenta que en un año hay 12 meses, 4 trimestres y 2 semestres.

Cálculo del valor presente:

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$$

Cálculo de i (tasa periódica):

$$i = \left[\left(\frac{VF}{VP} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] * 100$$

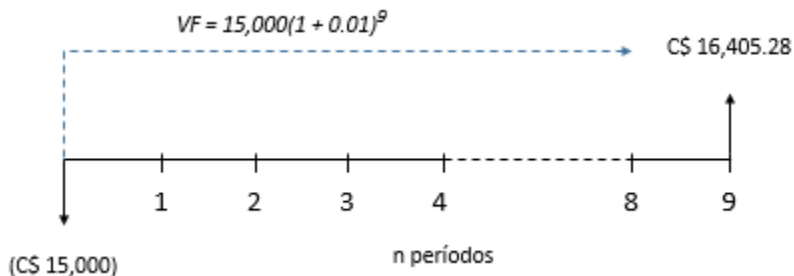
Cálculo de n:

$$n = \frac{\text{Log} \left(\frac{VF}{VP} \right)}{\text{Log}(1 + i)}$$

Ejemplos

(Para resolver los ejercicios utilizando la calculadora HD 12C revisar páginas 46 y 47 del manual)

- Un ahorrante ha realizado un depósito por valor de C\$ 15,000 en una institución financiera que le paga el 12% anual con capitalizaciones mensuales. Si el cliente mantiene su depósito durante 9 meses ¿qué cantidad de dinero podrá retirar de su cuenta de ahorros?



El gráfico de la izquierda trata de explicar la resolución del ejemplo a través de interés compuesto. El dinero estará invertido durante 9 meses. Como las capitalizaciones son mensuales esto equivale a decir que el dinero estará invertido durante 9 períodos y en cada uno ganará el 1% de interés (en 12 meses ganaría 12%).

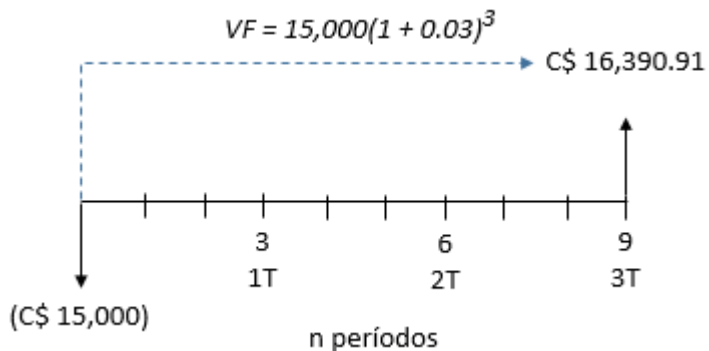
Si desea resolver el ejercicio haciendo uso de la calculadora HD 12C, los pasos serían los siguientes:

Las variables pueden introducirse en cualquier orden

- Para introducir el valor del depósito: 15000 **CHS** **PV**
- Para introducir la tasa de interés 12 **ENTER** 12 **÷** **i** o bien, si el valor ya se ha calculado antes 1 **i**
- Para introducir la cantidad de períodos 9 **n**

Una vez introducidas todas las variables solamente presionamos la que deseamos calcular. Para nuestro ejemplo sería **FV**

Suponga ahora que la institución bancaria trabaja con capitalizaciones trimestrales en vez de mensuales. Gráficamente el problema quedaría planteado de la siguiente manera.



En este caso el dinero estará invertido durante los mismos 9 meses, pero las capitalizaciones de intereses se harán cada tres meses, por tanto durante el plazo de la transacción habrán 3 períodos de capitalización ($n=3$). Por otra parte, la tasa de interés anual es del 12%, pero las capitalizaciones son trimestrales. En un año hay 4 trimestres por tanto, la tasa trimestral es del 3% que resulta de dividir el 12% entre los 4 trimestres ($i = 3\%$).

En el primer caso, las capitalizaciones son más frecuentes (cada mes) en el segundo caso las capitalizaciones son menos frecuentes (cada tres meses). Por tal razón, el inversionista logra

acumular más dinero en la primera situación, ya que su dinero se capitaliza con mayor rapidez.

Para resolver este último ejemplo con la aplicación HD 12C, siga los siguientes pasos.

- Para introducir el valor del depósito: 15000 **CHS** **PV**
- Para introducir la tasa de interés 12 **ENTER** 4 **÷** **i** o bien, si el valor ya se ha calculado antes 3 **i**
- Para introducir la cantidad de períodos 9 **ENTER** 3 **÷** **n** o bien, si el valor ya se había calculado antes 3 **n**

Una vez introducidas todas las variables solamente presionamos la que deseamos calcular. Para nuestro ejemplo sería **FV**

(Ve páginas 46 y 47 del manual de la calculadora)

En las operaciones de ahorro, cuando el inversionista realiza más de un depósito, para calcular el valor futuro a una fecha dada se procede a calcular el valor futuro de cada uno de los depósitos desde la fecha en que se realizó cada uno hasta la fecha en que se desea cortar (o valorar) la operación.

WWW:

Ingrese a www.yeslymora.blogspot.com dirijase al blog del curso de Matemática Financiera y descargue el material complementario de interés compuesto. Es importante que usted lea detenidamente y se apropie del contenido del mismo para comprender mejor la segunda unidad del curso.