

Licenciatura en contaduría Pública y Finanzas, III Año.

Curso de Matemática Financiera.

Segunda Unidad: Interés Compuesto

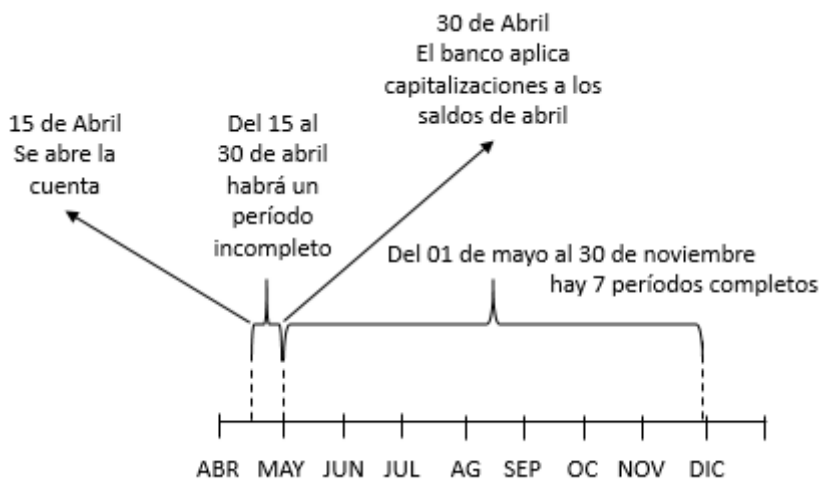
Material Complementario de la segunda unidad

## Cálculos de interés compuesto en períodos incompletos

Generalmente se asume que en una operación de inversión o crédito los períodos de capitalización que se aplican son completos, pero no siempre es así. En ocasiones, por razones varias, resultará una operación en la cual existe un período incompleto. En estos casos el procedimiento que se emplea para el cálculo de intereses y valor futuro es una combinación de interés compuesto e interés simple. La regla establece que se debe aplicar interés compuesto a los períodos completos e interés simple al período incompleto.

Para comprender mejor este punto, analice el siguiente ejemplo.

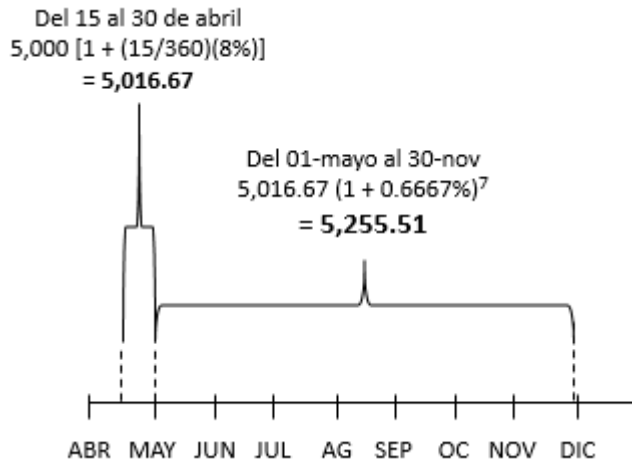
El período de capitalización más común que se aplica en las instituciones del sistema financiero, sobre todo en los depósitos de ahorro es de un mes (capitalizaciones mensuales), pero también los hay trimestrales, semestrales y anuales. Suponga que una persona desea abrir<sup>1</sup> una cuenta de ahorros con un depósito de C\$ 5,000 en una institución bancaria que le pagará el 8% anual con capitalizaciones mensuales. El cliente se presentó el día 15 del mes de abril. Supongamos que el cliente desea mantener sus ahorros hasta el día 30 de noviembre del corriente año. Echemos un vistazo al diagrama de tiempo-valor de esta operación financiera.



Cuando el ahorrante abre su cuenta, el banco se encuentra a mediados de un período (15 de abril). Al finalizar el período (30 de abril), el banco hará cierre de las operaciones del mes y aplicará intereses sobre los saldos de los depósitos. Para esa fecha, el depósito del cliente que estamos analizando apenas tendrá 15 días, es decir, la mitad de un período. En este caso, el banco calculará intereses con base en los 15

días. El mecanismo de cálculo que aplica es el de interés simple. Posteriormente, desde el 01 de mayo hasta el 30 de noviembre, el cliente mantendrá su depósito durante 7 períodos completos. Durante este tiempo la institución bancaria aplicará intereses sobre el saldo del depósito bajo la modalidad de interés compuesto. El cálculo que se desarrolla en este tipo de operaciones se muestra a continuación.

<sup>1</sup> En el argot bancario se acostumbra utilizar la palabra *apertura* una cuenta. No obstante, es una forma incorrecta de referirse al acto de abrir una cuenta bancaria. La palabra *apertura* no figura como un verbo que haya sido aprobado por la real academia de la lengua española. Sin embargo, la palabra *apertura*, si es válida.



Obsérvese que en el período incompleto se utiliza la ecuación **C**  $(1+ni)$  para encontrar el monto del depósito inicial al 30 de abril. Los 15 días se dividen por el factor 360 para convertir el tiempo de días a años y se utiliza la tasa anualizada del 8%.

Note además que durante los períodos completos se aplica la ecuación **PV** $(1+i)^n$  para encontrar la cantidad futura que acumulará el ahorrante hasta el 30 de noviembre. En esta operación se utiliza

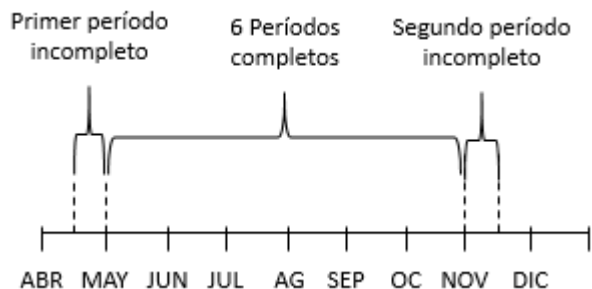
la tasa periódica (0.6667% mensual porque las capitalizaciones son mensuales) y es el resultado de dividir la tasa anual 8% entre 12 (cantidad de períodos mensuales en un año). Cuando aplicamos interés simple, se emplea la tasa anualizada, en cambio en interés compuesto se utiliza la tasa periódica.

El procedimiento que se ha descrito hasta este punto es lo que se realiza en la práctica y se le conoce como procedimiento o respuesta práctica. No obstante, existe un procedimiento alternativo que es el llamado procedimiento o respuesta matemática que consiste en aplicar con rigor el modelo de interés compuesto independientemente de los períodos incompletos. Bajo este enfoque el problema financiero anterior se plantearía de la manera como sigue:

$$VF = 5,000(1 + 0.006667)^{7.5}$$

Note que el exponente de la ecuación es 7.5 que incorpora el período incompleto 0.5 más los 7 períodos completos. El resultado del planteamiento anterior es **5,255.50** y representa la cantidad que el cliente acumulará desde la fecha del depósito (15-abr) hasta la fecha de retiro (30-nov).

La aplicación práctica (simple + compuesta) debería dar mejores resultados que la matemática (compuesta), no obstante, la diferencia entre los dos enfoques es mínima y se requeriría una fuerte suma de dinero en juego para que sea notoria. Las instituciones bancarias siguen el primer principio práctico y no el matemático porque en la vida real pudieran darse innumerables situaciones. Suponga por ejemplo que el cliente al llegar noviembre, no esperó hasta el 30, sino que al día 15 decidió cerrar la cuenta. Aunque matemáticamente existen 7 períodos completos, contablemente el banco registrará dos períodos incompletos, uno al principio y otro al final, debido a que en ambos casos las transacciones se producen a mediados de un período.



En aquellas situaciones que existe más de un período incompleto, las diferencias entre el enfoque práctico y el matemático son mayores teniendo cierta ventaja la aplicación práctica sobre la matemática.

**Reto a su intelecto:** Si el cliente cerrara la transacción el 15 de Noviembre ¿qué cantidad de dinero recibirá con el enfoque práctico?

La aplicación HD 12C ha sido diseñada para resolver los problemas financieros tanto con períodos completos, así como aquellos que poseen períodos incompletos. Para estos efectos cabe resaltar que la calculadora financiera HD 12C está programada para realizar el cálculo de los períodos incompletos mediante el procedimiento práctico y no mediante el procedimiento matemático.

Para el ejemplo anterior, los datos en la calculadora HD 12C se introducirían de la siguiente manera:

- Para introducir el valor actual: 5000
- Para introducir los períodos: 7.5
- Para introducir la tasa periódica: 8  12  .

Al presionar la tecla  para calcular el valor futuro al 30 de noviembre, el resultado en pantalla que nos ofrece la calculadora es: **5,255.51** lo cual nos deja claro que la calculadora aplica interés simple para períodos incompletos y el interés compuesto para los períodos completos. Obviamente, utilizar la calculadora financiera representa una gran ventaja debido a que el resultado lo obtenemos con mucha rapidez, sin pensar en la complejidad de la operación que se realiza, no obstante se le recomienda enfáticamente a usted que realice siempre el diagrama de tiempo-valor para operaciones como estas de modo que le ayude a comprender en detalle la lógica del procedimiento utilizado. Esto es especialmente útil cuando le toca atender reclamos de clientes quienes en ocasiones ignoran el procedimiento que utiliza el sistema bancario o un negocio en particular (en ventas a plazos) para sus operaciones, o bien, puede darse el caso que el cliente sabe mucho y en realidad se cometió un error. Usted debe estar muy bien preparado/a para estas situaciones, debido a que respuestas del tipo “eso es lo que me dio la calculadora” o “eso es lo que me dio el sistema” no son válidas para un cliente y mucho menos para un/a jefe/a. Tampoco para el profesor de Matemática Financiera 😊.

## Intereses anticipados

En las operaciones de crédito es usual encontrar algunas instituciones o prestamistas particulares que acostumbran a cobrar los intereses o las cuotas sobre un préstamo de forma anticipada. Es decir, al inicio del periodo y no al final. ¿Por qué ocurre esto? Estas operaciones son efectuadas para garantizar una tasa de rendimiento mayor para los inversionistas (prestamistas o instituciones bancarias). Veamos qué ocurre en estas operaciones.

Suponga que un comerciante necesita la cantidad de C\$ 30,000 para financiar la compra de capital de trabajo. Acude a una institución financiera para solicitar un préstamo a 18 meses de plazo. Como la actividad económica del comerciante no es muy estable solicita al banco que su préstamo le sea cobrado mediante un único pago al vencimiento. La institución bancaria le concede el préstamo bajo los términos solicitados, no obstante, solicita al deudor que pague de forma anticipada los intereses del crédito. El banco cobra una tasa de interés del 24% convertible mensualmente.

De esta manera, el banco procede a calcular los intereses del crédito bajo las condiciones antes establecidas.

$$VF = 30,000 (1+0.02)^{18} \rightarrow \text{C\$ } 42,847.39 \rightarrow \text{Valor que pagaría el comerciante al vencimiento}$$

Como podemos observar, los intereses que debería pagar en todo el período el deudor por su crédito son de C\$ 12,847.39 que resulta de la diferencia entre lo pagará al final y lo que recibe al principio (C\$ 42,847.39 – C\$ 30,000).

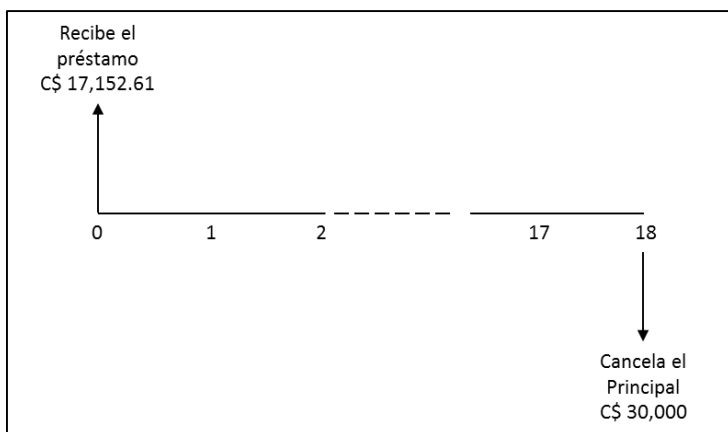
Por tanto, el banco procede a descontar el valor de los intereses del préstamo que otorgará a su cliente y éste recibe únicamente la cantidad de:

**C\$ 30,000 - C\$ 12,847.39 → C\$ 17,152. 61 → Cantidad recibida por el prestatario**

¿Cuál es la tasa de interés real que le está cobrando la institución bancaria a su cliente?

Aquí aparecen dos conceptos de tasa de interés. La tasa nominal y la tasa real. La tasa nominal es aquella que queda pactada en la operación de crédito. Para este ejemplo la tasa nominal es del 24% anual. La tasa real es aquella que resulta de los flujos reales tanto del prestamista como del prestatario en la transacción. Veamos lo que pasa desde la óptica del prestatario.

**Figura # 1: Flujos reales del prestatario**



Al principio de la operación el deudor recibe únicamente C\$ 17,152.61 habiendo cancelado ya los intereses de su crédito por anticipado.

Al finalizar el plazo del préstamo el deudor –como ya había cancelado antes los intereses- solamente deberá cancelar el valor del principal. Si analizamos con detenimiento, la operación

resultante puede plantearse de la siguiente manera:

Valor principal de la operación (VP): 17,152.61 → Lo que recibe el cliente.

Valor futuro de la operación (VF): 30,000 → lo que deberá pagarle a su acreedor a los 18 meses.

En otras palabras, es como si el deudor hubiese hecho un préstamo de C\$ 17,152.61 y cancele al final la cantidad de C\$ 30,000. De esta manera podemos preguntarnos. ¿Qué tasa de interés capitalizable mensualmente hace que C\$ 17,152.61 se conviertan en C\$ 30,000 dentro de 18 meses?

Resolviendo tenemos:

$$i = [(VF / VP)^{1/18} - 1] * 100$$

El resultado de la ecuación es el siguiente: **3.15% mensual → 37.85% anual**

Esto significa que la tasa real que pagará el cliente en la operación es del 3.15% mensual, equivalente al 37.85%. Como puede notarse, al cobrar intereses por anticipado, el prestamista consigue obtener un rendimiento superior al pactado en la operación.

## Ejercicios propuestos para autoestudio

1. Suponga que usted ha decidido vender una prenda que no utiliza desde hace mucho tiempo y no pretende volverla a usar. Usted considera que C\$ 10,000 sería un precio justo por su prenda. Una persona conocida le ha manifestado que está interesada en comprar la prenda pero puede dar un pago inicial de C\$ 2,000 ahora y el saldo a 6 meses de plazo. Usted acepta el trato, pero le carga a su cliente una tasa de interés anual del 36% anual con capitalizaciones mensuales. ¿qué cantidad de dinero recibirá usted al finalizar los 6 meses por su venta?
2. Para el ejercicio anterior, calcule la Tasa Efectiva Anual (TEA) que usted gana en la transacción.
3. Usted ha comprado un artículo al crédito en una casa comercial que le cargó el 84% anual capitalizable mensualmente en la transacción. El plazo inicialmente había sido pactado a 6 meses, sin embargo ya han pasado 4 meses y usted decide cancelar hoy su crédito. El precio de contado del artículo era de C\$ 7,500 ¿Qué cantidad de dinero debería pagar usted hoy para cancelar su deuda? Realice el diagrama de tiempo valor del problema.
4. Realice el ejercicio anterior suponiendo que las capitalizaciones son trimestrales en vez de mensuales. Aplique el procedimiento práctico y el procedimiento matemático para períodos incompletos. Realice el diagrama de tiempo-valor del ejercicio.
5. Una persona invierte la cantidad de C\$ 20,000 en un título valor que le pagará el 18% anual con capitalizaciones semestrales. ¿cuánto tiempo deberá mantener esta inversión para acumular la cantidad de C\$ 25,000?
6. Un familiar ha comprado un mueble a 18 meses de plazo en una casa comercial. El artículo tenía un precio de contado de C\$ 15,000. Sin embargo, el pagaré que firmó su familiar es por valor de C\$ 34,695.91 Si la casa comercial emplea capitalizaciones trimestrales en sus créditos ¿qué tasa de interés anual cobra esta casa en los créditos que otorga?
7. Qué oferta es mejor para la venta de una propiedad:
  - a. Un pago de contado de U\$ 30,000
  - b. Un pago inicial de U\$ 12,000 y un pago final de U\$ 22,000 dentro de 18 meses.

La tasa de interés que usted exige como rendimiento en la transacción es del 24% anual capitalizable mensualmente.

8. Un amigo desea invertir la cantidad de C\$ 30,000 a 24 meses de plazo en una de dos inversiones. Le ha pedido a usted que le asesore en su elección. Las condiciones de ambas alternativas se muestran a continuación:
  - a. Un título valor que paga una tasa de interés anual del 18% capitalizable semestralmente.
  - b. Un título valor que paga una tasa de interés anual del 17.36% capitalizable mensualmente.

¿Qué alternativa recomendaría usted?