Capítulo 5
Rompecabezas numéricos

Contenido:

38. Por cinco francos, cien

Un artista de variedades, en un circo parisiense, hacía al público esta seductora proposición:
-Declaro ante testigos que pagaré 100 francos al que me dé cinco francos en veinte monedas; deberá haber, entre estas 20, tres clases de monedas: de 50 céntimos, de 20 céntimos y de 5 céntimos. ¡Cien francos por cinco! ¿Quién los desea?
Reinó el silencio. El público quedó sumido en reflexiones. Los lápices corrían por las hojas de las libretas de notas; pero nadie aceptaba la propuesta.
-Estoy viendo que el público considera que 5 francos es un precio demasiado elevado para un billete de 100 francos. Bien; estoy dispuesto a rebajar dos francos y a establecer un precio menor: 3 francos, en monedas, del valor indicado. ¡Pago 100 francos, por 3! ¡Que se pongan en cola los que lo deseen!
Pero no se formó cola. Estaba claro que el público vacilaba en aprovecharse de aquel caso extraordinario.
-¿Es que 3 francos les parecen también mucho? Bien, rebajo un franco más. Abonen, en las indicadas monedas, sólo 2 francos, y entregaré cien francos al que lo haga.
Como nadie se mostrara dispuesto a realizar el cambio, el artista continuó:
-¡Quizá no tengan ustedes dinero suelto! No se preocupen, pueden entregármelo más tarde. ¡Denme sólo escrito en un papel cuántas monedas de cada clase se comprometen a traer!
Por mi parte, estoy dispuesto a pagar también cien francos a todo lector que me envíe por escrito la lista correspondiente.

Solución

Ninguno de los tres problemas (36, 37 y 38) tiene solución y tanto el artista como yo hemos podido sin riesgo alguno prometer cualquier premio por la solución de los mismos. Para convencerse de ello, recurramos al álgebra.
Pagando 5 francos. Supongamos que sea posible y que para hacerlo han hecho falta x monedas de 50 céntimos, y de 20 céntimos y z de 5. Tendremos la ecuación:

$$50x + 20y + 5z = 500$$

Dividiendo todos los términos por 5, resulta:

$$10x + 4y + z = 100$$

Además, como el número total de monedas, según las condiciones del problema, equivale a 20, se puede formar otra ecuación con los números x, y, z.
$x + y + z = 20$
Restando esta ecuación de la que hemos obtenido antes nos resulta:

$$9x + 3y = 80$$

Dividiendo por 3, tenemos:

$$3x + y = 26\ 2/3$$

Pero 3x -tres veces el número de monedas de 50 céntimos- es un número entero. El número de monedas de 20 céntimos -y- es asimismo un número entero. La suma de dos enteros no puede ser nunca un número mixto (26 2/3). Nuestro supuesto de que el problema tenía solución nos lleva, como se ve, al absurdo. El problema, pues, no tiene solución.
El lector, siguiendo este procedimiento, se convence de que los otros dos problemas después de la rebaja -abonando 3 y 2 francos- tampoco tienen solución. El primero nos lleva a la ecuación:

$$3x + y \quad 13\ 1/3$$

y el segundo a:

$$3x + y \quad 6\ 2/3$$

Ambos son insolubles, pues deben ser expresados en números enteros.
Como ve usted, el artista no arriesgaba nada al ofrecer importantes sumas por la solución de estos problemas: nunca habrá de entregar los premios ofrecidos.
Otra cosa sería si se propusiera abonar, por ejemplo, 4 francos a base de las 20 monedas del tipo indicado, en vez de 5, 3 o 2.
El problema se resolvería fácilmente por siete procedimientos distintos. He aquí una de las posibles soluciones: 6 monedas de 50 céntimos, 2 de 20 céntimos y 12 de 5 céntimos.
Volver

39. Un millar

¿Puede usted expresar el número 1.000 utilizando ocho cifras iguales? (Además de las cifras se permite utilizar también los signos de las operaciones.)

Solución

$$888 + 88 + 8 + 8 + 8 = 1.000$$

Volver

40. Veinticuatro

Es fácil expresar el número 24 por medio de tres ochos: 8 + 8 + 8. ¿Podrá hacerse esto mismo utilizando no el ocho, sino otras tres cifras iguales? El problema tiene más de una solución.

Solución

$$22 + 2 = 24;$$
$$3^3 - 3 = 24$$

Volver

41. Treinta

El número 30 es fácil expresarle con tres cincos: 5 x 5 + 5. Es más difícil hacer esto mismo con otras tres cifras iguales. Pruébelo. ¿No lograrían encontrar varias soluciones?

Solución

Indicamos tres soluciones:

$$6 \times 6 - 6 = 30$$
$$3^3 + 3 = 30$$
$$33 - 3 = 30$$

Volver

42. Las cifras que faltan

En la siguiente multiplicación, más de la mitad de las cifras están sustituidas por asterisco. ¿Podría reponer las cifras que faltan?

```
     * 1 *
   × 3 * 2
   -------
     * 3 *
   3 * 2 *
 + * 2 * 5
 ---------
 1 * 8 * 3 0
```

Solución

Las cifras que faltan se restablecen poco a poco, utilizando el siguiente método deductivo: Para mayor comodidad numeremos las filas:

```
      * 1 *   ..........   I
    × 3 * 2   ..........   II
  ---------
      * 3 *   ..........   III
  3 * 2 *     ..........   IV
* 2 * 5       ..........   V
  ---------
1 * 8 * 3 0   ..........   VI
```

Es fácil determinar que el último asterisco de la línea III es un 0; se ve claramente, por ser también un 0 la última cifra de la fila VI.

A continuación se determina el valor del último asterisco de la fila 1; es una cifra que multiplicada por 2, da un número que termina en 0, y al multiplicarla por 3 da un número terminado en 5 (fila V). El 5 es la única cifra posible.

No es difícil adivinar qué se oculta tras el asterisco de la fila II: un 8, porque sólo al multiplicar este número por el 15 da de producto un número terminado en 20 como el que tenemos (fila IV).

Finalmente, está claro el valor del primer asterisco de la fila I: es 4, porque sólo este número multiplicado por 8 da un producto que empieza por 3 (fila IV).

No presenta dificultad alguna averiguar las restantes cifras desconocidas: basta multiplicar los números de las dos primeras filas, determinados ya.
Resulta la multiplicación siguiente:

$$\begin{array}{r} 415 \\ \times 382 \\ \hline 830 \\ 3320 \\ 1245 \\ \hline 158530 \end{array}$$

Volver

43. ¿Qué números son?
He aquí otro problema del mismo tipo. Se pide la reposición de los números en la multiplicación siguiente:

$$\begin{array}{r} * * 5 \\ \times 1 * * \\ \hline 2 * * 5 \\ + 1 3 * 0 \\ * * * \\ \hline 4 * 7 7 * \end{array}$$

Solución
El valor que sustituye los asteriscos en este problema se averigua siguiendo un procedimiento deductivo semejante al que ya hemos utilizado para la resolución de¡ problema anterior.

Resulta:

$$\begin{array}{r} 325 \\ \times 147 \\ \hline 2275 \\ 1300 \\ 325 \\ \hline 47775 \end{array}$$

Volver

44. ¿Qué número hemos dividido?
Repongan las cifras que faltan en la división:

```
  *2*5* | 325
 - ***  |1**
 ------
   *0**
 - *9**
 ------
    *5*
  - *5*
```

Solución
He aquí la división que se buscaba:

```
  52650 |325
 - 325  |162
 ------
   2015
 - 1950
 ------
    650
  - 650
 ------
```

[Volver](#)

45. División por 11
Escriba un número de 9 cifras, sin que se repita ninguna de ellas (es decir, que todas las cifras sean diferentes), y que sea divisible por 11.
Escriba el mayor de todos los números que satisfaga estas condiciones.
Escriba el menor de todos ellos.

Solución
Para resolver este problema hay que saber en qué casos es un número divisible por 11. Un número es divisible por 11 si la diferencia entre la suma de los valores absolutos de las cifras colocadas en los lugares pares y la suma de los valores de las colocadas en los lugares impares, es divisible por 11 o igual a cero.
Por ejemplo, hagamos la prueba con el número 23.658.904. La suma total de las cifras colocadas en los lugares pares es:

$$3 + 5 + 9 + 4 = 21$$

La suma de las cifras colocadas en los lugares impares es:

$$2 + 6 + 8 + 0 = 16$$

La diferencia entre estas sumas (hay que restar del número mayor el menor) es:

$$21 - 16 = 5$$

Esta diferencia (5) no se divide por 11, lo que quiere decir que el número no es divisible por 11.
Probemos el número 7.344.535:

$$3+ 4+ 3=10$$
$$7+4+ 5+ 5=21$$

21-10=11

Como el 11 se divide por 11, el número que hemos probado es múltiplo de 11.
Ahora ya nos es fácil determinar en qué orden hay que escribir las nueve cifras para que resulte un múltiplo de 11 y para satisfacer lo que el problema exige. Por ejemplo: 352.049.786.
Hagamos la prueba:

3 + 2 + 4 + 7 + 6 = 22

5 + 0 + 9 + 8 = 22

La diferencia es 22 - 22 = 0; quiere decirse que el número indicado es múltiplo de 11.

El mayor de todos los números pedidos es:

987.652.413

Y el menor:

102.347.586

Volver

46. Casos singulares de multiplicación

Fíjese en está multiplicación de dos números:

48 x 159 = 7.632

En ella participan las 9 cifras significativas.
¿Podría usted encontrar algunos otros ejemplos semejantes? En caso afirmativo, ¿cuántos hay?

Solución

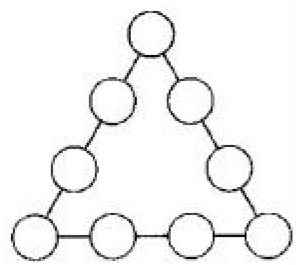
Un lector paciente puede encontrar nueve casos distintos de esta clase de multiplicación. Son los siguientes:

12 + 483 = 5.796
42 x 138 = 5.796
18 x 297 = 5.346
27 x 198 = 5.346
39 x 186 = 7.254
48 x 159 = 7.632
28 x 157 = 4.396
4 x 1.738 = 6.952
4 x 1.963 = 7.852

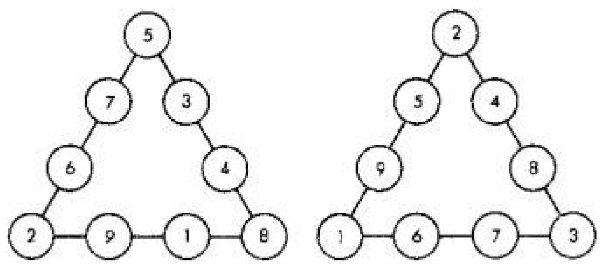
Volver

47. Triángulo numérico

En los circulitos de este triángulo (véase la figura) coloque las nueve cifras significativas en forma tal que la suma de cada lado sea 20.



Solución 47 y 48
Las figuras muestran las soluciones. Las cifras del centro de cada fila pueden permutarse entre sí y de ese modo se obtienen algunas soluciones más.



Volver

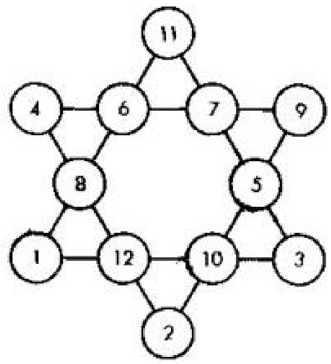
48. Otro triángulo numérico
Hay que distribuir las cifras significativas en los círculos del mismo triángulo (véase la figura) de modo que la suma en cada lado sea 17.
Volver

49. Estrella mágica
La estrella numérica de seis puntas dibujada en la figura tiene una propiedad mágica: las seis filas de números dan una misma suma:

4+6+ 7+9=26	11+ 6+ 8+1=26
4+8+12+2=26	11+ 7+ 5+3=26
9+5+10+2=26	1 + 12 + 10 + 3 = 26

La suma de los números colocados en las puntas de la estrella, es diferente:

4 + 11 + 9 + 3 + 2 + 1 = 30



¿No podría usted perfeccionar esta estrella, colocando los números en los círculos de modo que no sólo las filas tuvieran la misma cantidad (26), sino que esa misma cantidad (26) fuera la suma de los números de las puntas?

Solución

Para establecer con más facilidad la busca de la colocación de los números pedida, nos guiaremos por los siguientes cálculos:

La suma buscada de los números de las puntas de la estrella equivale a 26; la suma de todos los números de la estrella es igual a 78. Es decir, que la suma de los números del hexágono interior equivale a 78 - 26 = 52.

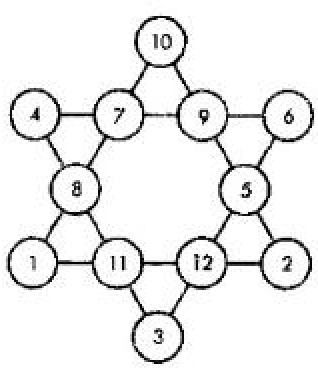
La suma de los números de cada lado es 26; si sumamos los tres lados obtendremos

$$26 \times 3 = 78$$

sin olvidar que cada número situado en un ángulo se cuenta dos veces. Como la suma de los tres pares interiores (es decir, del hexágono interior) debe ser, según sabemos, igual a 52, resulta que la suma duplicada de los números de los ángulos de cada triángulo equivale a

$$78 - 52 = 26$$

la suma sencilla será, pues, igual a 13.



El número de combinaciones queda así considerablemente reducido. Por ejemplo, sabemos que ni el 12 ni el 11 pueden ocupar las puntas de la estrella (¿por qué?) . Esto quiere decir que podemos empezar a probar con el número 10, con lo cual se determina enseguida qué otros dos números deben ocupar los restantes vértices del triángulo: 1 y 2.

Siguiendo este camino, encontramos definitivamente la distribución que nos piden. Es la indicada en la figura.

Volver