Capítulo 1
Desayuno y rompecabezas

Contenido:

1. La ardilla en el calvero

- Hoy por la mañana he jugado al escondite con una ardilla - contaba a la hora del desayuno uno de los comensales en el albergue donde pasábamos las vacaciones -. ¿Recuerdan ustedes el calvero circular del bosque con un abedul solitario en el centro'? Para ocultarse de mí, una ardilla se había escondido tras ese árbol. Al salir del bosque al claro, inmediatamente he visto el hociquito de la ardilla y sus vivaces ojuelos que me miraban fijamente detrás del tronco. Con precaución, sin acercarme, he empezado a dar la vuelta por el contorno del calvero, tratando de ver al animalillo. Cuatro vueltas he dado alrededor del árbol, pero la bribona se iba retirando tras del tronco en sentido contrario, sin enseñarme más que el hociquillo. En fin, no me ha sido posible dar la vuelta alrededor de la ardilla.
- Sin embargo - objetó alguien -, usted mismo ha dicho que dio cuatro veces la vuelta alrededor del árbol.
- Alrededor del árbol, sí; pero no alrededor de la ardilla. Pero la ardilla, ¿no estaba en el árbol? - ¿Y qué?
- Entonces usted daba también vueltas alrededor de la ardilla.
- ¿Cómo, si ni siquiera una vez le pude ver el lomo?
- ¿Pero qué tiene que ver el lomo? La ardilla se halla en el centro, usted marcha describiendo un círculo, por lo tanto anda alrededor de la ardilla.
- Ni mucho menos. Imagínese que ando junto a usted describiendo un círculo, y que usted va volviéndome continuamente la cara y escondiendo la espalda. ¿Diría usted que doy vueltas a su alrededor?
- Claro que sí. ¿Qué hace usted si no?
- ¿Le rodeo, aunque no me encuentre nunca detrás de usted, y no vea su espalda?
- ¡La ha tomado usted con mi espalda! Cierra el círculo usted a mi alrededor; ahí es donde está el intríngulis, y no en que me vea o no la espalda.
- ¡Perdone! ¿Qué significa dar vueltas alrededor de algo?
- A mi entender no quiere decir nada más que lo siguiente: ocupar sucesivamente distintas posiciones de modo que pueda observarse el objeto desde todos los lados. ¿No es así, profesor? - preguntó uno de los interlocutores a un viejecillo sentado en la mesa.
- En realidad, están ustedes discutiendo sobre palabras - contestó el hombre de ciencia -. En estos casos hay que empezar siempre por lo que acaban de hacer; o sea, hay que ponerse de acuerdo en el significado de los términos. ¿Cómo deben comprenderse las

palabras "moverse alrededor de un objeto"? Pueden tener un doble significado. En primer lugar, pueden interpretarse como un movimiento por una línea cerrada en cuyo interior se halla el objeto. Esta es una interpretación. Otra: moverse respecto a un objeto de modo que se le vea por todos los lados. Si aceptamos la primera interpretación, debe reconocer que ha dado usted cuatro vueltas alrededor de la ardilla. Manteniendo la segunda, llegamos a la conclusión de que no ha dado vueltas a su alrededor ni una sola vez.
Como ven ustedes, no hay motivo para discutir, si ambas partes hablan en un mismo lenguaje y comprenden los términos de la misma manera.
- Eso está muy bien; puede admitirse una interpretación doble. Pero, ¿cuál es la justa?
- La cuestión no debe plantearse así. Puede convenirse lo que se quiera. Sólo hay que preguntarse cuál es la interpretación más corriente. Yo diría que la primera interpretación es la más acorde con el espíritu de la lengua, y he aquí por qué. Es sabido que el Sol da una vuelta completa alrededor de su eje en 26 días...
- ¿El Sol da vueltas?
- Naturalmente, lo mismo que la Tierra alrededor de su eje. Imaginen ustedes que la rotación del Sol se realizara más despacio; es decir, que diera una vuelta no en 26 días, sino en 365 días y 1/4; o sea, en un año. Entonces el Sol tendría siempre el mismo lado orientado a la Tierra y nunca veríamos la parte contraria, la espalda del Sol. Pero, ¿podría entonces afirmarse que la Tierra no daba vueltas alrededor del Sol?
- Así, pues, está claro que a pesar de todo yo he dado vueltas alrededor de la ardilla.
- ¡Señores, no se vayan! - dijo uno de los que habían escuchado la discusión -. Quiero proponer lo siguiente. Como nadie va a ir de paseo, lloviendo como está, y por lo visto la lluvia no va a cesar pronto, vamos a quedamos aquí resolviendo rompecabezas. En realidad, ya hemos empezado. Que cada uno discurra o recuerde algún rompecabezas. Usted, profesor, será nuestro árbitro.
- Si los rompecabezas son de álgebra o de geometría, yo no puedo aceptar - declaró una joven.
- Ni yo tampoco - añadió alguien más.
- No, no; deben participar todos. Rogamos a los presentes que no hagan uso ni del álgebra ni de la geometría; en todo caso, sólo de los rudimentos. ¿Hay alguna objeción?
- Ninguna - dijeron todos -. ¡Venga, vamos a empezar!
Volver

2. Funcionamiento de los círculos escolares
- En nuestro Instituto - comenzó un estudiante de bachillerato - funcionan cinco círculos: de deportes, de literatura, de fotografía, de ajedrez y de canto. El de deportes funciona un día sí y otro no; el de literatura, una vez cada tres días, el de fotografía, una cada cuatro; el de ajedrez, una cada cinco, y el de canto, una cada seis. El primero e enero se reunieron en la escuela todos los círculos, y luego siguieron haciéndolo en los días designados, sin perder ninguno. Se trata de adivinar cuántas tardes más, en el primer trimestre, se reunieron los cinco círculos a la vez.
- ¿El año era corriente o bisiesto? - preguntaron al estudiante.
- Corriente.
- ¿Es decir, que el primer trimestre, enero, febrero y marzo, fue de 90 días?
- Claro que sí.
- Permíteme añadir una pregunta más a la hecha por ti en el planteamiento del rompecabezas - dijo el profesor -. Es la siguiente: ¿cuántas tardes de ese mismo trimestre no se celebró en el Instituto ninguna reunión de círculo?
- ¡Ah, ya comprendo! - exclamó alguien -. Es un problema con segundas... Me parece que después del primero de enero, no habrá ni un día en que se reúnan todos los círculos a la vez, ni tampoco habrá uno en que no se reúna ninguno de los cinco. ¡Claro!
- ¿Por qué?

- No puedo explicarlo, pero creo que quieren pescarle a uno. ¡Señores! - tomó la palabra el que había propuesto el juego y al que todos consideraban como presidente de la reunión -. No hay que hacer públicas ahora las soluciones definitivas de los rompecabezas. Que cada uno discurra. El árbitro, después de cenar, nos dará a conocer las contestaciones acertadas. ¡Venga el siguiente!

Solución

Contestaremos fácilmente a la primera cuestión -al cabo de cuántos días se reunirán en la escuela a la vez los cinco círculos-, si sabemos encontrar el menor de todos los números que se divida exactamente (mínimo común múltiplo) por 2,3,4,5 y 6. Es fácil comprender que este número es el 60. Es decir, el día 61 se reunirán de nuevo los 5 círculos: el de deportes, después de 30 intervalos de dos días; el de literatura, a los 20 intervalos de 3 días; el de fotografía, a los 15 intervalos de cuatro días; el de ajedrez, a los 12 de 5 días, y el de canto, a los 10 de 6 días. Antes de 60 días no habrá una tarde así. Pasados otros 60 días vendrá una nueva tarde semejante, durante el segundo trimestre.

Así pues, en el primer trimestre hay una sola tarde en la que se reunirán de nuevo los cinco círculos a la vez. Hallar respuesta a la pregunta ¿cuántas tardes no se reunirá ningún círculo? Resulta más complicado. Para encontrar esos días hay que escribir por orden los números del 1 al 90 y tachar, en la serie, los días de funcionamiento del círculo de deportes; es decir, los números 1, 3, 5, 7, 9, etc. Luego hay que tachar los días de funcionamiento del círculo de literatura: el 4, 10, etc. Después de haber tachado los correspondientes a los círculos de fotografía, de ajedrez y de canto, nos quedarán los días en que en el primer trimestre no haya funcionado ni un solo círculo.

Quien haga esta operación se convencerá de que durante el primer trimestre son 24 los días en que no funciona ningún círculo; 8 en enero: los días 2, 8, 12, 14, 18, 20, 24 y 30. En febrero hay 7 días así, y en marzo, 9.

Volver

3. ¿Quién cuenta más?

Dos personas estuvieron contando, durante una hora, todos los transeúntes que pasaban por la acera. Una estaba parada junto a la puerta, mientras la otra andaba y desandaba la acera. ¿Quién contó más transeúntes?

- Naturalmente, andando se cuentan más; la cosa está clara - oyóse en el otro extremo de la mesa.

- Después de cenar sabremos la respuesta - declaró el presidente -. ¡El siguiente!

Solución

Ambos contaron el mismo número de transeúntes. El que estaba parado junto a la puerta contaba los transeúntes que marchaban en ambas direcciones, mientras que el que andaba veía dos veces más personas que se cruzaban con él.

Volver

4. Los billetes de autocar

- Soy taquillero en una estación de autocares y despacho billetes - empezó a decir el siguiente participante en el juego -. A muchos esto les parecerá sencillo. No sospechan el número tan grande de billetes que debe manejar el taquillero de una estación, incluso de poca importancia. Es indispensable que los pasajeros puedan adquirir billetes de la indicada estación a cualquier otra del mismo autocar. Presto mis servicios en una línea que consta de 25 estaciones. ¿Cuántos billetes distintos piensan ustedes que ha preparado la empresa para abastecer las cajas de todas las estaciones?

- Ha llegado su turno, señor aviador - proclamó el presidente.

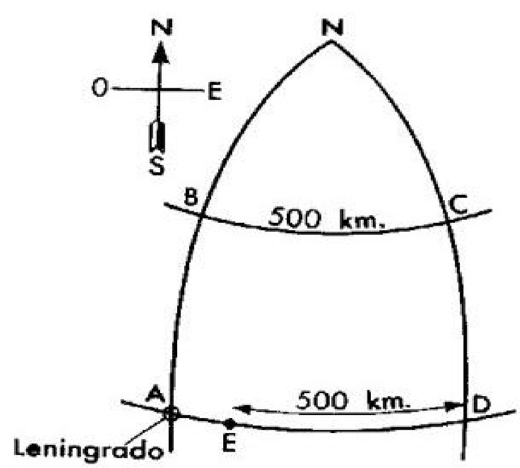
Solución

En cada una de las 25 estaciones, los pasajeros pueden pedir billete para cualquier estación, es decir, para los 24 puntos diferentes. Esto indica que el número de billetes diferentes que hay que preparar es de 25 x 24 = 600.
Volver

5. El vuelo del dirigible
- Imaginemos que despegó de Leningrado un dirigible rumbo al norte. Una vez recorridos 500 km en esa dirección cambió de rumbo y puso proa al este. Después de volar en esa dirección 500 km, hizo un viraje de 900 y recorrió en dirección sur 500 km. Luego viró hacia el oeste, y después de cubrir una distancia de 500 km, aterrizó. Si tomamos como punto de referencia Leningrado, se pregunta cuál será la situación del lugar de aterrizaje del dirigible: al oeste, al este, al norte o al sur de esta ciudad.
- Este es un problema para gente ingenua - dijo uno de los presentes -. Siguiendo 500 pasos hacia delante, 500 a la derecha, 500 hacia atrás y 500 hacia la izquierda, ¿adónde vamos a parar? Llegamos naturalmente al mismo lugar de donde habíamos partido.
- ¿Dónde le parece, pues, que aterrizó el dirigible? - En el mismo aeródromo de Leningrado, de donde había despegado. ¿No es así?
- Claro que no.
- ¡Entonces no comprendo nada!
- Aquí hay gato encerrado - intervino en la conversación el vecino -. ¿Acaso el dirigible no aterrizó en Leningrado ... ? ¿Puede repetir el problema?

El aviador accedió de buena gana. Le escucharon con atención, mirándose perplejos.
- Bueno - declaró el presidente -. Hasta la hora de la cena disponemos de tiempo para pensar en este problema. Ahora vamos a continuar.

Solución
Este problema no contiene contradicción alguna. No hay que pensar que el dirigible vuela siguiendo el perímetro de un cuadrado; es necesario tener en cuenta la forma esferoidal de la Tierra. Los meridianos, al avanzar hacia el norte, se van aproximando (véase la figura); por ello, cuando vuela los 500 kilómetros siguiendo el arco del paralelo situado a 500 km al norte de la latitud de Leningrado, el dirigible se desplaza hacia oriente un número de grados mayor que el que recorre después en dirección contraria, al encontrarse de nuevo en la latitud de Leningrado. Como resultado de ello, el dirigible, al terminar el vuelo, estaba al este de Leningrado.



¿Cuánto? Esto puede calcularse. En la figura, ven ustedes la ruta seguida por el dirigible: ABCDE. El punto N es el Polo Norte; en ese punto se juntan los meridianos AB y CD. El dirigible voló primero 500 km hacia el norte, es decir, siguiendo el meridiano AN.
Como la longitud de un grado de meridiano equivale a 111 km, el arco de meridiano de 500 km contendrá 500: 111 = 4 grados y medio. Leningrado está situado en el paralelo 60; por consiguiente, el punto B se encuentra en los 60° + 4,5° = 64,5°. Después, el dirigible voló con rumbo este, es decir, por el paralelo BC, y recorrió siguiéndolo, 500 km. La longitud de un grado en este paralelo puede calcularse (o verse en las tablas); equivale a 48 km. Es fácil determinar cuántos grados recorrió el dirigible en dirección este, 500 : 48 = 10,4°. Luego, la nave aérea tomó dirección sur, es decir, voló siguiendo el meridiano CD y recorridos 500 km había de encontrarse de nuevo en el paralelo de Leningrado. Ahora la ruta toma dirección oeste, es

decir, va por AD; 500 km de este camino es evidentemente una distancia más corta que AD. En la distancia AD hay los mismos grados que en la BC, es decir, 10,40. Pero la distancia de un grado, a los 60° de latitud, equivale a 55,5 km. Por consiguiente, entre A y D existe una distancia igual a 55,5 x 10,4 = 577 km.

Vemos, pues, que el dirigible no podía aterrizar en Leningrado: le faltaron 77 km para llegar a este punto; es decir, que descendió en el lago Ladoga.

Volver

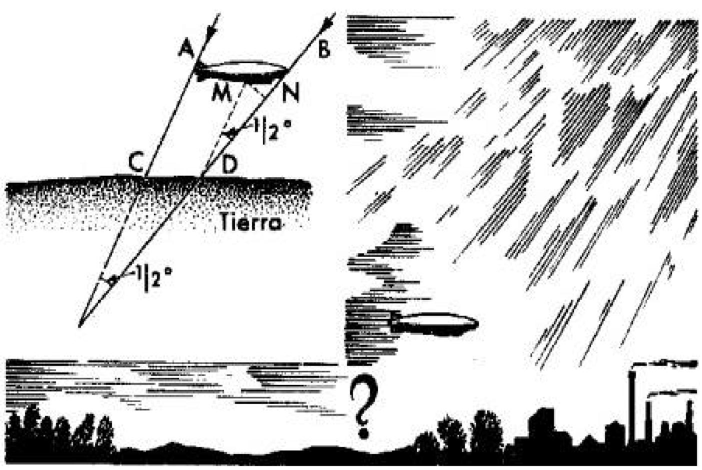
6. La sombra

- Permítanme tomar como tema de mi rompecabezas el mismo dirigible - dijo el participante de turno -. ¿Qué es más largo, el dirigible o la sombra completa que proyecta sobre la Tierra?
- ¿Es ése todo el rompecabezas? - Sí.
- La sombra, claro está, es más larga que el dirigible; los rayos del Sol se difunden en forma de abanico - propuso inmediatamente alguien como solución.
- Yo diría que, por el contrario, los rayos del Sol van paralelos - protestó alguien -. La sombra y el dirigible tienen la misma longitud.
- ¡Qué va! ¿Acaso no ha visto usted los rayos divergentes del Sol oculto por una nube? De ello puede uno convencerse observando cuánto divergen los rayos solares. La sombra del dirigible debe ser considerablemente mayor que el dirigible, en la misma forma que la sombra de la nube es mayor que la nube misma.
- ¿Por qué se acepta corrientemente que los rayos del Sol son paralelos? Todos lo consideran así...

El presidente no permitió que la discusión se prolongara y concedió la palabra al siguiente.

Solución

Los que han hablado sobre este problema han cometido algunas faltas. No es cierto que los rayos del Sol que caen sobre la Tierra diverjan sensiblemente.



Comparada con la distancia que la separa del Sol, la Tierra es tan pequeña que los rayos del Sol que caen sobre cualquier parte de su superficie divergen en un ángulo pequeñísimo, inapreciable; prácticamente pueden considerarse paralelos. A veces contemplamos, en la llamada irradiación tras las nubes, que los rayos del Sol se difunden en forma de abanico; esto sólo es fruto de la perspectiva. Observadas en perspectiva, las líneas paralelas parecen convergentes; recuerden, por ejemplo, los raíles que se pierden a lo lejos, o una larga avenida de árboles.

No obstante, el que los rayos del Sol caigan sobre la Tierra en un haz paralelo, no quiere decir, ni mucho menos, que la sombra completa del dirigible sea igual a la longitud del mismo. Si examinamos la figura veremos que la sombra completa del dirigible en el espacio se reduce en dirección a la Tierra y que, por consiguiente, la sombra reflejada en la superficie de la Tierra debe ser más corta que el mismo dirigible: CD menor que AB.
Si se sabe la altura a que vuela el dirigible, puede calcularse la magnitud de esta diferencia. Supongamos que vuele a una altura de 1.000 m sobre la superficie terrestre. El ángulo formado por las líneas A C y BD será igual al ángulo por el que se ve el Sol desde la Tierra; la magnitud de este ángulo es conocida: tiene cerca de medio grado. Por otra parte, es sabido que cualquier objeto, visto bajo un ángulo de medio grado dista del ojo observador 115 veces su diámetro. Es decir, el segmento MN (este segmento se ve desde la superficie terrestre bajo un ángulo de medio grado) debe ser la ciento decimoquinta parte de AC. La magnitud de AC es mayor que la perpendicular bajada desde A a la superficie de la Tierra. Si el ángulo comprendido entre la dirección de los rayos solares y la superficie terrestre es de 45°, AC (estando el dirigible a 1.000 m de altura) equivale a unos 1.400 m, y por consiguiente, el segmento MN es igual a

$$\frac{1400}{115} = 12m$$

Pero la diferencia entre la longitud del dirigible y la de su sombra, es decir, el segmento MB, es mayor que MN, exactamente 1,4 veces mayor, porque el ángulo MBD es casi de 450. Por consiguiente MB es igual a 12 x 1,4; o sea, casi 17 m.
Todo lo dicho se refiere a la sombra completa del dirigible, negra y precisa, y no a la llamada semisombra, débil y difuminada. Nuestros cálculos muestran, entre otras cosas, que si en lugar del dirigible hubiera un pequeño globo de menos de 17 metros de diámetro, no daría sombra completa alguna; se vería sólo una semisombra vaga.
Volver

7. Un problema con cerillas

El jugador de turno vació sobre la mesa su caja de cerillas, distribuyéndolas en tres montones.
- ¿Se dispone usted a hacer hogueras? - bromearon los presentes.
- El rompecabezas será basándose en cerillas - explicó -. Tenemos tres montoncitos diferentes. En ellos hay en total 48 cerillas. No le digo cuántas hay en cada uno, pero observen lo siguiente: si de primer montón paso al segundo tantas cerillas como hay en éste luego del segundo paso al tercero tantas cerillas como hay en es tercero, y, por último, del tercero paso al primero tantas cerillas como existen ahora en ese primero, resulta que habrá el mismo número de cerillas en cada montón. ¿Cuántas cerillas había en cada montón al principio?

Solución

El problema hay que resolverlo empezando por el final. Vamos a partir de que, hechas todas las mudanzas correspondientes, los montoncitos tienen un número igual de cerillas. Ya que en esos cambios el número total de cerillas no ha cambiado, ha quedado invariable (48), al terminar todas las mudanzas resultó haber en cada montón 16 cerillas.
Así, pues, al terminar tenemos:

montón I	montón II	montón III
16	16	16

Inmediatamente antes de esto, se habían añadido al primer montón de cerillas tantas cerillas como había en él; en otras palabras, el número de cerillas de este montón se había duplicado. Esto quiere decir que antes de hacer el último cambio, en el primer montón no había 16 cerillas, sino 8. En el tercero, del cual quitamos 8 cerillas había, antes de hacer esta operación. 16+8 = 24 cerillas
Las cerillas están ahora distribuidas por los montones así:

montón I	montón II	montón III
8	16	24

Sigamos. Sabemos que antes de esto fueron pasadas desde el segundo montón al tercero tantas cerillas como había en éste: es decir, que el número 24 es el doble de las cerillas existentes en el montón tercero antes de este cambio. De ahí deducimos la distribución de las cerillas después de la primera mutación:

montón I	montón II	montón III
8	16+12=28	12

Es fácil darse cuenta de que antes de hacer el primer cambio (es decir, antes de pasar del primer montón al segundo tantas cerillas como había en éste), la distribución de las cerillas era la siguiente:

montón I	montón II	montón III
22	14	12

Este era el número de cerillas que había al principio en cada uno de los montones.

Volver

8. El tocón traicionero

- Este rompecabezas - empezó a decir el penúltimo contertuliano - me recuerda un problema que me planteó en cierta ocasión un matemático rural. Era un cuento bastante divertido. Un campesino se encontró en el bosque a un anciano desconocido. Pusiéronse a charlar. El viejo miró al campesino con atención y le dijo:
- En este bosque sé yo de un tocón maravilloso. En caso de necesidad ayuda mucho.
- ¡Cómo que ayuda! ¿Acaso cura algo?
- Curar no cura, pero duplica el dinero. Pones debajo d e él el portamonedas con dinero, cuentas hasta cien, y listo: el dinero que había en el portamonedas se ha duplicado. Esta es la propiedad que tiene. ¡Magnífico tocón!
- Si pudiera probar... exclamó soñador el campesino. Es posible. ¡Cómo no! Pero hay que pagar.
- ¿Pagar? ¿A quién? ¿Mucho?
- Hay que pagar al que indique el camino. Es decir, a mí en este caso. Si va a ser mucho o poco es otra cuestión.

Empezaron a regatear. Al saber que el campesino llevaba poco dinero, el viejo se conformó con recibir una peseta y veinte céntimos después de cada operación.
El viejo condujo al campesino a lo más profundo del bosque, lo llevó de un lado para otro y por fin encontró entre unas malezas un viejo tocón de abeto cubierto de musgo. Tomando de manos del campesino el portamonedas, lo escondió entre las raíces del tocón.
Contaron hasta cien. El viejo empezó a escudriñar y hurgar al pie del tronco, y al fin sacó el portamonedas, entregándoselo al campesino.
Éste miró el interior del portamonedas y... en efecto, el dinero se había duplicado. Contó y

dio al anciano la peseta y los veinte céntimos prometidos y le rogó que metiera por segunda vez el portamonedas bajo el tocón.
Contaron de nuevo hasta cien; el viejo se puso otra vez a hurgar en la maleza junto al tocón, y realizóse el milagro: el dinero del portamonedas se había duplicado. El viejo recibió la peseta y los veinte céntimos convenidos.
Escondieron por tercera vez el portamonedas bajo el tocón. El dinero se duplicó esta vez también. Pero cuando el campesino hubo pagado al viejo la remuneración prometida, no quedó en el portamonedas ni un solo céntimo. El pobre había perdido en la combinación todo su dinero. No había ya nada que duplicar y el campesino, abatido, se retiró del bosque.
El secreto de la duplicación maravillosa del dinero, naturalmente, está claro para ustedes: no en balde el viejo, rebuscando el portamonedas, hurgaba en la maleza junto al tocón.
Pero, ¿pueden ustedes indicar cuánto dinero tenía el campesino antes de los desdichados experimentos con el traicionero tocón?

Solución
También es más sencillo resolver este rompecabezas empezando por el final. Sabemos que después de la tercera duplicación quedaron en el portamonedas una peseta y veinte céntimos (éste fue el dinero que recibió el viejo la última vez). ¿Cuánto había antes de 16 esta operación? Está claro que sesenta céntimos. Estos céntimos habían quedado después de pagar al viejo por segunda vez; una peseta y veinte céntimos; habiendo en el portamonedas, antes de pagarle, 1 peseta y 20 céntimos + 60 céntimos = 1 peseta y 80 céntimos.
Esta cantidad resultó haber en el portamonedas después de la segunda duplicación: antes de ella había sólo 90 céntimos, que habían quedado después de haber abonado al viejo por primera vez 1 peseta y 20 céntimos. De aquí deducimos que en el portamonedas, antes de pagarle, había 90 céntimos + 1 peseta y 20 céntimos = 2 pesetas
En el portamonedas había ese dinero después de la primera duplicación; anteriormente había la mitad; es decir, 1 peseta y 5 céntimos. Comprobémoslo.

Dinero en el portamonedas:

Después de la primera duplicación:
1 peseta 5 céntimos x 2 = 2 pesetas 10 céntimos

Después del pago 1°:
2 pesetas 10 céntimos - 1 peseta 20 céntimos = 90 céntimos

Después de la 2° duplicación:
90 céntimos x 2 = 1 peseta 80 céntimos

Después del pago 2°:
1 peseta 80 céntimos - 1 peseta 20 céntimos = 60 céntimos

Después de la 3° duplicación:
60 céntimos x 2 = 1 peseta 20 céntimos

Después del pago 3°:
1 peseta 20 céntimos - 1 peseta 20 céntimos = 0 céntimos

Volver

9. Un truco aritmético

- Me toca hablar el último. A fin de que haya mayor variedad, presentaré un truco aritmético, con el ruego de que descubran el secreto que encierra. Que cualquiera de los presentes, usted mismo, presidente, escriba en un papel un número de tres cifras, sin que yo lo vea.
- ¿El número puede tener ceros?
- No pongo limitación alguna. Cualquier número de tres cifras, el que deseen.
- Ya lo he escrito. ¿Qué más?
- A continuación de ese mismo número, escríbalo otra vez, y obtendrá una cantidad de seis cifras.
- Ya está.
- Déle el papel al compañero más alejado de mí, y que este último divida por 7 la cantidad obtenida.
- ¡Qué fácil es decir divídalo por siete! A lo mejor no se divide exactamente.
- No se apure; se divide sin dejar resto.
- No sabe usted qué número es, y asegura que se divide exactamente.
- Haga primero la división y luego hablaremos.
- Ha tenido usted la suerte de que se dividiera.
- Entregue el cociente a su vecino, sin que yo me entere de cuál es, y que él lo divida por 11.
- ¿Piensa usted que va a tener otra vez suerte, y que va a dividirse?
- Haga la división. No quedará resto.
- ¡En efecto! ¿Y ahora, qué más?
- Pase el resultado a otro. Vamos a dividirlo por... 13.
- No ha elegido bien. Son pocos los números que se dividen exactamente por trece... ¡Oh, la división es exacta! ¡Qué suerte tiene usted!
- Déme el papel con el resultado, pero dóblelo de modo que no pueda ver el número.

Sin desdoblar la hoja de papel, el prestidigitador la entregó al presidente.
- Ahí tiene el número que usted había pensado. ¿Es ése?
- ¡El mismo! - contestó admirado, mirando el papel - . Precisamente es el que yo había pensado... Como se ha agotado la lista de jugadores, permítanme terminar nuestra reunión, sobre todo teniendo en cuenta que la lluvia ha cesado. Las soluciones de todos los rompecabezas se harán públicas hoy mismo, después de cenar. Las soluciones por escrito pueden entregármelas a mí.

Antes de poner fin al capítulo de los rompecabezas en el albergue, explicaré tres trucos aritméticos más para que puedan ustedes entretener a sus amigos en los ratos libres. Dos de estos trucos consisten en averiguar números; el tercero en averiguar cuáles son los propietarios de objetos determinados.

Son trucos viejos, y hasta es posible que los conozcan, pero no todos seguramente saben en qué se basan. Para que el truco pueda presentarse en forma segura y racional, se requieren ciertos conocimientos teóricos. Los dos primeros exigen una pequeña y nada fatigosa incursión por el álgebra elemental.

Solución

Analicemos lo que se ha hecho con el número pensado. Ante todo, se le ha agregado detrás el número dado de tres cifras. Es lo mismo que agregarle tres ceros y luego sumarle el número inicial; por ejemplo:

$$872.872 = 872.000 + 872$$

Se ve claro qué es lo que en realidad se ha hecho con el número: se ha aumentado 1.000 veces y además se ha añadido el mismo número; en resumidas cuentas, hemos multiplicado el número por 1.001.

¿Qué se ha hecho después con el producto? Lo han dividido por 7, por 11 y por 13. Es decir, lo han dividido por el producto de 7 x 11 x 13, o lo que es lo mismo, por 1.001. . Así, pues, el número pensado, primero lo han multiplicado por 1.001 y luego lo han dividido entre 1.001. ¿Cabe admirarse de que se haya obtenido el mismo número?
Volver

10. La cifra tachada
Una persona piensa un número de varias cifras, por ejemplo el 847. Propóngale que halle la suma de los valores absolutos de las cifras de, este número (8 + 4 + 7 = 19) y que la reste del número pensado. Le resultará:

$$847 - 19 = 828$$

Que tache una cifra cualquiera del resultado obtenido, la que desee, y que le comunique a usted las restantes. Le dirá usted inmediatamente la cifra tachada, aunque no sepa el número pensado y no haya visto lo que ha hecho con él.

Solución
¿En qué forma se hace esto y en qué consiste la clave del truco?
La solución es muy fácil. Se busca una cifra que adicionada a las que le comunica su interlocutor forme el número más próximo divisible por 9. Si, por ejemplo, en el número 828 ha sido tachada la primera cifra (8) y le comunican a usted las cifras 2 y 8, usted, una vez sumados 2 + 8, calcula que hasta el número más próximo divisible por 9, es decir, hasta el 18, faltan 8. Esta es la cifra tachada.
¿Por qué resulta así? Porque si a cualquier número le restamos la suma de sus cifras, debe quedar un número divisible por 9; en otras palabras, un número en el que la suma de los valores absolutos de sus cifras se divida por 9. En efecto, representemos por a la cifra de las centenas del número pensado, por b la de las decenas y por c la de las unidades. Este número tendrá en total:

$$100a + 10b + c \text{ unidades}$$

Restémosle la suma de los valores de sus cifras a + b + c. Obtendremos:

$$100a + 10b + c - (a + b + c) = 99a + 9b = 9(11a + b)$$

Pero 9(11a + b) está claro que es divisible por 9; por lo tanto, al restar de un número la suma de los valores de sus cifras, debe resultar siempre un número divisible por 9, sin residuo.
Al presentar el truco, puede suceder que la suma de las cifras que le comuniquen sea divisible entre nueve (por ejemplo 4 y 5). Esto indica que la cifra tachada es o un cero o un nueve. Así, que debe usted responder cero o nueve.
He aquí una variante nueva del mismo truco: en lugar de restar del número pensado la suma de los valores de sus cifras, puede restarse otro, formado cambiando de lugar las cifras de dicho número. Por ejemplo, del número 8.247 puede restarse 2.748 (si el número nuevo es mayor que el pensado, se resta del mayor el menor). Luego se continúa como se ha indicado anteriormente: 8.247 - 2.748 = 5.499; si se ha tachado la cifra 4, conociendo @las cifras 5, 9, 9, calcula usted que el número divisible por 9 más próximo a 5 + 9 + 9, es decir, a 23, es el número 27. 0 sea, que se ha tachado la cifra 27 - 23 = 4.

Volver

11. Adivinar un número sin preguntar nada

Propone usted a alguien que piense un número cualquiera de tres cifras que no termine en cero, y le ruega que ponga las cifras en orden contrario. Hecho esto, debe restar del número mayor el menor y la diferencia obtenida sumarla con ella misma, pero con las cifras escritas en orden contrario. Sin preguntar nada, adivina usted el número resultante.

Solución
Si, por ejemplo, se había pensado el número 467, deben realizarse las siguientes operaciones:

$$467;\ 764 \qquad \begin{array}{r} 764 \\ \underline{-467} \\ 297 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 297 \\ \underline{-792} \\ 1089 \end{array}$$

Este resultado final, 1.089, es el que comunica usted. ¿Cómo puede saberlo?
Analicemos el problema en su aspecto general. Tomemos un número con las cifras a, b y c. El número será:

$$100a + 10b + c.$$

El número con las cifras en orden contrario será:

$$100c + 10b + a.$$

La diferencia entre el primero y el segundo será igual a

$$99a - 99c.$$

Hagamos las siguientes transformaciones:

$$\begin{aligned} 99a - 99c &= 99 (a - c) = 100 (a - c) - (a - c) = \\ &= 100 (a - c) - 100 + 100 - 10 + 10 - a + c = \\ &= 100 (a - c - 1) + 90 + (10 - a + c). \end{aligned}$$

Es decir, que la diferencia consta de las tres cifras siguientes:

cifra de las centenas: $a - c - 1$
decenas: 9
unidades: $10 + c - a$

El número con las cifras en orden contrario se representa así:

$$100 (10 + c - a) + 90 + (a - c - 1)$$

Sumando ambas expresiones:

$$100 (a - c- 1) + 90 + 10 + c - a + 100(10 + c - a) + 90 + a - c - 1.$$

Resulta:

$$100 \times 9 + 180 + 9 = 1.089.$$

Cualesquiera que sean las cifras a, b, c, una vez hechas las operaciones mencionadas se obtendrá siempre el mismo número: 1.089. Por ello no es difícil adivinar el resultado de estos cálculos: lo conocía usted de antemano.

Está claro que este truco no debe presentarse a la misma persona dos veces porque entonces el secreto quedará descubierto.

Volver

12. ¿Quién ha cogido cada objeto?

Para presentar este ingenioso truco, @hay que preparar tres cosas u objetos pequeños que quepan fácilmente en el bolsillo, por ejemplo, un lápiz, una llave y un cortaplumas. Además, se coloca en la mesa un plato con 24 avellanas; a falta de ellas pueden utilizar fichas del juego de damas, de dominó, cerillas, etcétera.
A tres de los presentes les propone que mientras esté usted fuera de la habitación, escondan en sus bolsillos, a su elección, uno cualquiera de los tres objetos: el lápiz, la llave o el cortaplumas, y se compromete usted a adivinar el objeto que ha escondido cada uno.
El procedimiento para adivinarlo consiste en lo siguiente: Al regresar a la habitación una vez que las tres personas hayan escondido los objetos en los bolsillos, les entrega usted unas avellanas para que las guarden. Al primero le da una avellana, dos al segundo y tres al tercero. Las restantes las deja en el plato. Luego sale usted otra vez dejándoles las siguientes instrucciones: cada uno debe coger del plato más avellanas; el que tenga el lápiz tomará tantas como le fueron entregadas; el que tenga la llave, el doble de las que recibió; el del cortaplumas, cuatro veces más que las que usted le haya dado.
Las demás avellanas quedan en el plato.
Una vez hecho todo esto y dada la señal de que puede regresar, al entrar en el cuarto echa usted una mirada al plato, e inmediatamente anuncia cuál es el objeto que cada uno guarda en el bolsillo.

Solución

El truco deja perplejo al público, sobre todo porque se realiza sin participación de intermediarios secretos que nos hagan señales imperceptibles convenidas previamente. Es un truco sin engaño alguno, pues todo él está fundamentado exclusivamente en cálculos aritméticos. Se adivina quién tiene cada objeto, sólo por el número de avellanas que han quedado en el plato. Quedan siempre pocas: de 1 a 7, y pueden contarse de un solo golpe de vista.
Pero, ¿cómo conocer quién ha guardado uno u otro objeto, por el número de avellanas que quedan?
Es muy sencillo; cada caso de distribución de los objetos entre las tres personas corresponden a un número diferente de avellanas del plato. Vamos a convencernos inmediatamente.
Supongamos que sus compañeros se llaman Benigno, Gregorio y Juan. Designémosles por sus iniciales: B, G, J. Designemos también los objetos por letras: el lápiz a, la llave b y el cortaplumas c. ¿Cómo pueden distribuirse estos objetos entre tres personas? De las seis maneras siguientes:

B	***G***	***J***
a	*b*	*c*
a	*c*	*b*
b	*a*	*c*
b	*c*	*a*
c	*a*	*b*
c	*b*	*a*

Es evidente que no puede haber más combinaciones; la tabla comprende todas las posibles.
Veamos ahora qué número de avellanas quedan en el plato en cada uno de los casos:

BGJ	**Número de avellanas tomadas**			**Total**	**Resto**
abc	1+1=2	2+4=6	3+12=15	23	1
acb	1+1=2	2+8=10	3+6=9	21	2
bac	1+2=3	2+2=4	3+12=15	22	3
bca	1+2=3	2+8=10	3+3=6	19	5
cab	1+4=5	2+2=4	3+6=9	18	6
cba	1+4=5	2+4=6	3+3=6	17	7

Ya ven que el resto de avellanas es diferente cada vez. Por ello, conociendo el resto, es fácil determinar cómo están distribuidos los objetos entre sus amigos. De nuevo -por tercera vez- se aleja de la habitación y mira su libretita de notas donde lleva apuntado el cuadro anterior (en realidad sólo hacen falta la primera y la última columna); es difícil recordarlo de memoria, y además no hay necesidad de ello. El cuadro le indicará dónde se halla cada objeto. Por ejemplo, si han quedado en el plato 5 avellanas, quiere decir (caso bca) que

la llave la tiene Benigno;
el cortaplumas, Gregorio;
el lápiz, Juan.

Para que el truco salga bien, debe recordar exactamente cuántas avellanas ha entregado a cada persona (distribúyalas siempre siguiendo el orden alfabético de los nombres, como lo hemos hecho en el caso explicado).

Volver