Capítulo 2

La matemática en el dominó y el croquet

Contenido:

13. Línea de 28 fichas
14. El comienzo y el final de la línea
15. Un truco con el dominó
16. El marco
17. Los siete cuadrados
18. Los cuadrados mágicos del dominó
19. Progresión con las fichas del dominó
20. ¿Pasar bajo los aros o golpear la bola del contrario?
21. La bola y el poste
22. ¿Pasar el aro o chocar con el poste?
23. ¿Pasar la ratonera o dar en la bola del contrario?
24. La ratonera impracticable

13. Línea de 28 fichas

¿Por qué las 28 fichas del dominó pueden colocarse, siguiendo las reglas del juego, formando una línea?

Solución

A fin de simplificar el problema, dejemos por ahora a un lado los 7 dobles: 0 - 0, 1 - 1, 2 - 2, 3 - 3, 4 - 4, 5 - 5, 6 - 6. Nos quedan 21 fichas en las que cada número de tantos se repite seis veces. Por ejemplo, tenemos que todos los cuatro serán:

4 - 0; 4 - 1; 4 - 2; 4 - 3; 4 - 4; 4 - 5; 4 - 6.

Así, pues, cada número de tantos se repite un número par de veces, con lo cual las fichas que forman cada grupo pueden casarse una con otra hasta que se agote el grupo. Una vez hecho eso, cuando nuestras 21 fichas están casadas formando una fila ininterrumpida, colocamos los siete dobles 0 - 0, 1 - 1, 2 - 2, etc., en los sitios correspondientes entre las dos fichas casadas. Entonces, las 28 fichas resultan, formando una sola línea, casadas según las reglas del juego.

Volver

14. El comienzo y el final de la línea

Estando las 28 fichas casadas, en uno de los extremos hay 5 tantos. ¿Cuántos habrá en el otro extremo?

Solución

Es fácil demostrar que en la fila del dominó debe ser idéntico el número de tantos del final y del comienzo. En realidad, de no ser así, el número de tantos de los extremos de la fila se repetiría un número impar de veces (en el interior de la línea el número de tantos está formando parejas); sabemos, sin embargo, que en las fichas del dominó, cada número de tantos se repite ocho veces: es decir, un número par de veces. Por consiguiente, la suposición que el número de tantos en los extremos de la línea no fuera el mismo, no es

justa; el número de tantos debe ser el mismo. (Razonamientos semejantes a éste reciben en matemática la denominación de demostración por el contrario.)
De esta propiedad que acabamos de demostrar, se deduce que la línea de 28 fichas del dominó puede siempre cerrarse por los extremos formando un anillo. De aquí que todas las fichas del dominó puedan casarse siguiendo las reglas del juego, y formar no sólo una fila, sino un círculo cerrado.
Es posible que interese a los lectores saber cuántas líneas o círculos diferentes de ese tipo pueden formarse. Sin entrar en detalles fatigosos de cálculos, diremos que el número de modos diferentes de distribución que pueden formar las 28 fichas en una línea (o en un círculo) es enorme: pasa de 7 billones. Su número exacto es:

7.959.229.931.520.

(Es el producto de los siguientes factores: $2^{13} \times 3^8 \times 5 \times 7 \times 4.231$).
Volver

15. Un truco con el dominó

Una persona toma una de las fichas y les propone que casen las 27 restantes, afirmando que es siempre posible hacerlo, cualquiera que sea la ficha tomada. Pasa a la habitación contigua, para no ver cómo lo hacen.
Empiezan ustedes a colocarlas y llegan a la conclusión de que dicha persona tenía razón: las 27 fichas quedan casadas. Pero lo más asombroso es que, desde la otra habitación y sin ver el dominó, también puede anunciar cuántos tantos hay en cada extremo de la fila de fichas.
¿Cómo puede saberlo? ¿Por qué está seguro de que 27 fichas cualesquiera pueden colocarse en una sola línea casándolas correctamente?

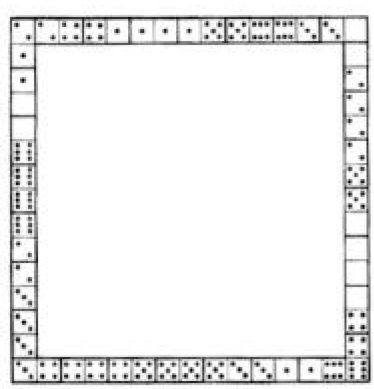
Solución

La solución de este rompecabezas se deduce de lo que acabamos de decir. Sabemos que las 28 fichas del dominó pueden casarse formando un círculo cerrado; por consiguiente, si de este círculo quitamos una ficha resultará que:

1. Las otras 27 forman una fila ininterrumpida con los extremos sin casar;
2. Los tantos de los extremos de esta línea coincidirán con los números de la ficha que se ha quitado.

Escondiendo una ficha del dominó, podemos decir previamente el número de tantos que habrá en los extremos de la línea por las otras fichas.
Volver

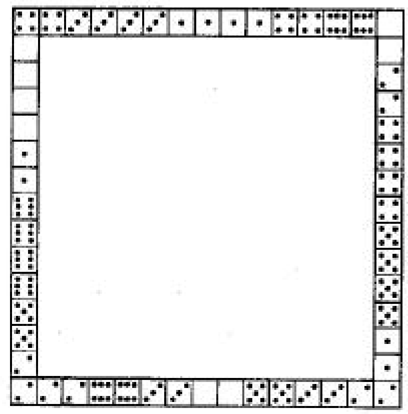
16. El marco



La figura reproduce un marco cuadrado, formado por las fichas del dominó de acuerdo con las reglas del juego.
Los lados del marco tienen la misma longitud, pero no igual número de tantos; los lados superior e izquierdo contienen 44 tantos cada uno; de los otros dos lados, uno tiene 59 y el otro 32.
¿Puede construirse un marco cuadrado cuyos lados contengan el mismo número de tantos, es decir, 44 cada uno?

Solución

La suma de tantos del cuadrado buscado debe ser 44 x 4 = 176; es decir, 8 más que la suma de todos los tantos del dominó (168).

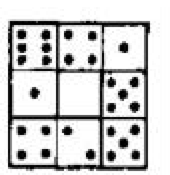


Esto ocurre porque el número de tantos de las fichas que ocupan los ángulos del cuadrado se cuentan dos veces. De lo dicho se deduce que la suma de los tantos en los extremos del cuadrado debe ser ocho. Esto facilita en cierto modo la colocación exigida, aunque el encontrarla es bastante enredoso. La solución viene indicada en la figura que se muestra a continuación.

Volver

17. Los siete cuadrados

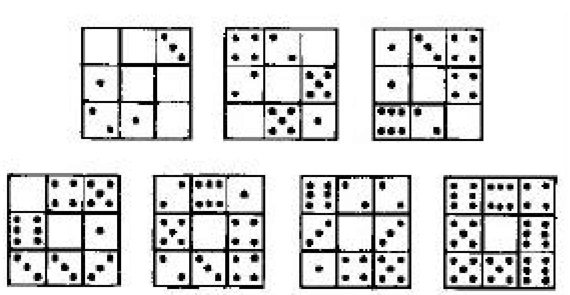
Cuatro fichas de dominó, elegidas convenientemente, pueden colocarse formando un cuadrado con idéntico número de tantos en cada lado. En la figura pueden ustedes ver un modelo donde la suma de los tantos de cada lado del cuadrado equivale siempre a 11.



¿Podrían ustedes formar con todas las fichas del dominó siete cuadrados de este tipo? No es necesario que la suma de tantos de cada lado de todos los cuadrados sea la misma. Lo que se exige es que los cuatro lados de cada cuadrado tengan idéntico número de tantos.

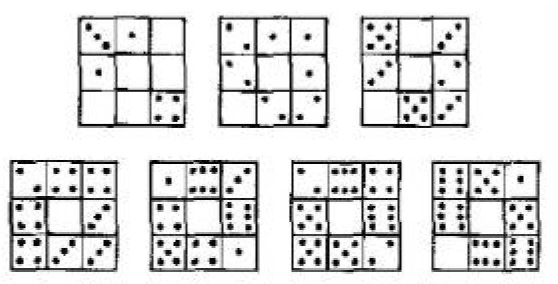
Solución

Damos dos soluciones de este problema entre las muchas posibles. En la primera (véase la figura) tenemos:



1 cuadrado con una suma de 3	1 cuadrado con una suma de 9
1 cuadrado con una suma de 6	1 cuadrado con una suma de 10
1 cuadrado con una suma de 8	1 cuadrado con una suma de 16

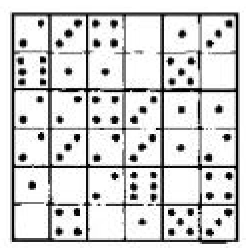
En la segunda solución (véase figura) tenemos



2 cuadrado con una suma de 4 2 cuadrado con una suma de 10
1 cuadrado con una suma de 8 2 cuadrado con una suma de 12

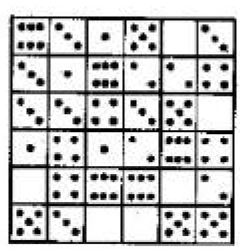
Volver

18. Los cuadrados mágicos del dominó
La figura muestra un cuadrado formado por 18 fichas de dominó, y que ofrece el interés de que la suma de los tantos de cualquiera de sus filas - longitudinales, transversales y diagonales - es en todos los casos igual a 13. Desde antiguo, estos cuadrados se llaman *mágicos*.



Trate de construir algunos cuadrados mágicos compuestos de 18 fichas, pero en los que la suma de tantos sea otra diferente. Trece es la suma menor en las filas de un cuadrado mágico formado de 18 fichas. La suma mayor es 23.

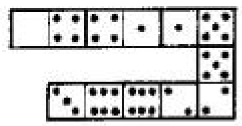
Solución
La figura contigua ofrece un modelo de cuadro mágico con 18 tantos en cada fila:



Volver

19. Progresión con las fichas del dominó

En la figura se ven seis fichas de dominó casadas según las reglas del juego, con la particularidad de que la suma total de tantos de cada ficha (en ambas mitades de cada una) aumenta



sucesivamente en una unidad: empezando con la suma 4, la serie consta de los siguientes números de puntos:

4, 5, 6, 7, 8, 9.

La serie de números en que cada término consecutivo aumenta (o disminuye) en la misma cantidad respecto del anterior se llama progresión aritmética. En la serie que acabamos de exponer, cada término es mayor que el precedente en una unidad, pero la diferencia entre los términos de una progresión puede tener otro valor.
Se trata de formar progresiones a base de 6 fichas.

Solución
En total se pueden formar 23 progresiones a base de las 6 fichas. Las fichas iniciales son las siguientes:
a) para progresiones en las que la razón es 1:

0-0	1-1	2-1	2-2	3-2
0-1	2-0	3-0	3-1	2-4
1-0	0-3	0-4	1-4	3-5
0-2	1-2	1-3	2-3	3-4

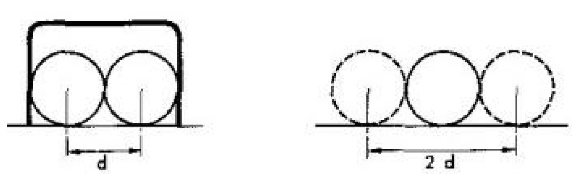
b) para progresiones en las que la razón es 2:

0-0	0-2	0-1

Volver

20. ¿Pasar bajo los aros o golpear la bola del contrario?
Los aros del croquet tienen forma rectangular. Su anchura es dos veces mayor que el diámetro de las bolas. En estas condiciones, ¿qué es más fácil? ¿Pasar el aro sin rozar el alambre, desde la posición mejor, o a la misma distancia golpear la bola del contrario?

Solución
Incluso un jugador hábil dirá seguramente que, en las condiciones dadas, es más fácil atravesar los aros que golpear la bola del contrario, puesto que los aros son dos veces más anchos que la bola. Sin embargo, esa idea es equivocada: los aros, cierto, son más anchos que la bola, pero el espacio libre para que la bola pase por el interior del aro es dos veces menor que el que la bola misma presenta al hacer blanco.



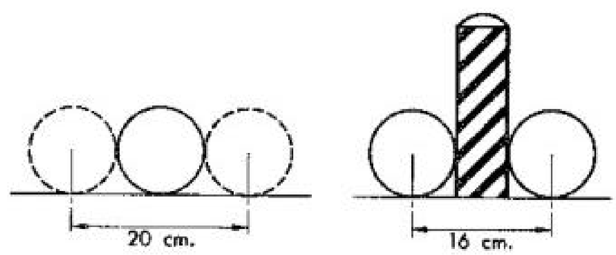
Observen la figura, y verán con claridad lo que acabamos de decir. El centro de la bola no debe acercarse al alambre del aro a una distancia inferior a su radio; en caso contrario, la bola tocará el aro. Quiere decirse que al centro de la bola le queda un blanco que es dos radios menor que la anchura del aro. Puede verse con facilidad que en las condiciones dadas en nuestro problema, la anchura del blanco al atravesar el aro desde la posición más ventajosa, es igual a la magnitud del diámetro de la bola.
Veamos ahora la anchura del blanco en relación con el centro de una bola en movimiento que golpea la del contrario. Es evidente que si el centro de la bola lanzada se aproxima al centro de la bola que debe ser golpeada a una distancia menor que un radio, el choque se realizará. Esto quiere decir que la anchura del blanco en este caso, como puede verse en la figura, equivale a dos diámetros de la bola.
Así, pues, a pesar de lo que opinen los jugadores, en las condiciones expuestas, es dos veces más fácil dar en la bola que pasar libremente el aro desde la mejor posición.
Volver

21. La bola y el poste

El poste de croquet, en su parte inferior, tiene un grosor de 6 centímetros. El diámetro de la bola es de 10 cm. ¿Cuántas veces es más fácil dar en la bola que, desde la misma distancia, pegar en el poste?

Solución

Después de lo que acabamos de decir, el problema no exige detalladas explicaciones.
Puede verse fácilmente (véase la figura de la página siguiente) que la anchura del blanco en el caso de que la bola sea tocada, equivale a dos diámetros de la bola, o sea a



20 cm; mientras que la anchura del blanco al apuntar al poste es igual a la suma del diámetro de la bola y del poste, o sea, a 16 cm (véase la figura). De aquí que acertar en la bola del contrario es

$$20 / 16 = 1\ 1/4 \text{ veces}$$

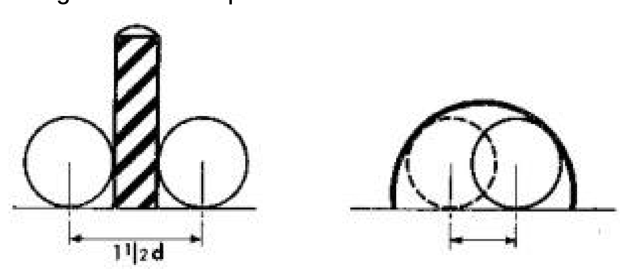
o sea 25 % más fácil que tocar el poste. Los jugadores de ordinario, aumentan mucho las probabilidades de tocar la bola al compararlas con las de dar en el poste.
Volver

22. ¿Pasar el aro o chocar con el poste?

La bola es dos veces más estrecha que los aros rectangulares y dos veces más ancha que el poste. ¿Qué es más fácil, pasar los aros sin tocarlos desde la posición mejor, o desde la misma distancia, pegar en el poste?

Solución

Cualquier jugador discurrirá del modo siguiente: Ya que el aro es doble de ancho que la bola, y el poste dos veces más estrecho que esta bola, el blanco será cuatro veces mayor para atravesar el aro que para dar en el poste. El lector aleccionado ya por los

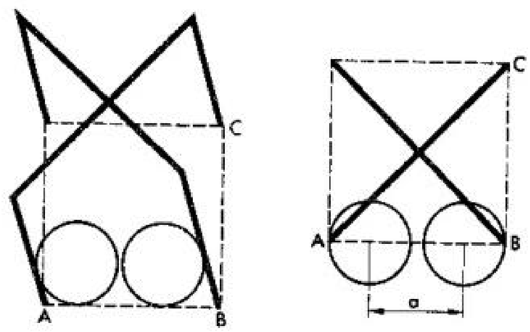


problemas anteriores, no incurrirá en semejante error. Calculará que al apuntar al poste, el blanco es vez y media más ancho que para pasar a través del aro desde la posición más ventajosa. Esto se ve claro en las figuras.
(Si los aros no fueran rectangulares, sino semicirculares, la probabilidad de paso de la bola sería aún menor, como es fácil deducirlo observando la figura.)
Volver

23. ¿Pasar la ratonera o dar en la bola del contrario?
La anchura de los aros rectangulares es tres veces mayor que el diámetro de la bola. ¿Qué es más fácil, pasar, desde la mejor posición, la ratonera sin tocarla, o desde la misma distancia, tocar la bola del contrario?

Solución
En las figuras se ve que el espacio a, que queda para el paso del centro de la bola, es bastante estrecho en las condiciones indicadas en el problema. Los que conocen la geometría saben que el lado AB del cuadrado es 1,4 veces menor que su diagonal AC. Si la anchura de los arcos es de 3d (siendo d el diámetro de la bola), AB será igual a:

$$\frac{3d}{1,4} = 2,1\ d$$



El espacio a, blanco del centro de la bola que pasa la ratonera desde la posición más favorable, es todavía más estrecho. Es un diámetro más pequeño e igual a:

$$2,1\ d - d = 1,1\ d.$$

Sin embargo, sabemos que el blanco referido al centro de la bola que va a tocar la del contrario equivale a 2d. Por consiguiente, es casi dos veces más fácil tocar la bola del contrario, en las condiciones indicadas, que pasar la ratonera.
Volver

24. La ratonera impracticable
¿Qué relación debe existir entre la anchura de los aros rectangulares y el diámetro de la bola, para que sea imposible atravesar la ratonera?

Solución
Es imposible pasar la ratonera cuando la anchura del aro sobrepasa el diámetro de la bola menos de 1,4 veces. Así se deduce de las explicaciones dadas en el problema anterior. Si los aros tienen forma de arco circular, las condiciones del paso se complican todavía más.
Volver