

Capítulo Décimo

LILIPUTIENSES NUMERICOS

Contenido:

1. De Gigantes a Enanos
2. Liliputienses del Tiempo
3. Liliputienses del Espacio
4. Supergigante y Superliliputiense
5. Curiosidades Aritméticas

1. De Gigantes a Enanos

Gulliver en sus viajes, habiendo abandonado a los liliputienses, se encontró entre gigantes.

Nosotros viajamos en sentido inverso: una vez entabladas las relaciones con los gigantes numéricos, pasamos al mundo de los liliputienses, a los números que son tantas veces menores que la unidad, como la unidad es menor respecto a un gigante numérico.

Hallar representantes de este mundo no constituye ningún trabajo. Para esto es suficiente escribir una serie de números recíprocos del millón, del billón, del trillón, etc., es decir, dividir la unidad entre estos números. Las fracciones resultantes

$$\frac{1}{1.000.000}, \frac{1}{1.000.000.000}, \frac{1}{1.000.000.000.000}, etc$$

son típicos liliputienses numéricos, igualmente pigmeos en comparación a la unidad, como ésta lo es en comparación con el millón, el billón, el trillón y con otros gigantes numéricos.

Como vemos, a cada número gigante le corresponde un número liliputiense y, por consiguiente, existen no menos liliputienses numéricos, que gigantes. Ya hicimos mención que los números muy grandes en las obras científicas (en astronomía, en física) se denotan así:

$$1\ 000\ 000 = 10^6$$

$$10\,000\,000 = 10^7$$

$$400\,000\,000 = 4 \times 10^8$$

$$6 \text{ cuadrillones} = 6 \times 10^{15}, \text{ etc.}$$

Correspondientemente a esto, los liliputienses numéricos se denotan en la siguiente forma:

$$1/1\,000\,000 = 10^{-6}$$

$$1/100\,000\,000 = 10^{-8}$$

$$3 / 1\,000\,000\,000 = 3 \times 10^{-9}$$

¿Existe, sin embargo, una necesidad real de semejantes fracciones? ¿Se llega alguna vez, efectivamente, a tener que ver con tan pequeñas fracciones de la unidad?

Charlar sobre esto detalladamente es muy interesante.

Volver

2. Liliputienses del Tiempo

El segundo, conforme a la creencia general, es un intervalo de tiempo tan breve, que sus fracciones demasiado pequeñas no son utilizables bajo ninguna circunstancia. Es fácil escribir 1/1000 de segundo, pero ésta es una magnitud puramente de papel, porque no hay nada que pueda ocurrir en tan insignificante intervalo de tiempo.

Así piensan algunos, pero se equivocan, porque en una milésima parte de un segundo hay tiempo para que se realicen numerosos fenómenos.

Un tren que atraviesa 36 km en una hora, recorre 10 m. en un segundo y, por lo tanto, en el transcurso de una milésima parte del segundo avanza un centímetro. El sonido en el aire se traslada 33 cm en el curso de un milésimo de segundo; en el mismo lapso se traslada 70 cm una bala que dispara un cañón de fusil con una velocidad de 700 a 800 m por segundo. La esfera terrestre, en su rotación alrededor del Sol, se desplaza 30 m cada milésimo de segundo. Una cuerda que emite un tono alto completa en un milésimo de segundo, 2 a 9 y más oscilaciones; inclusive un mosquito avanza en este tiempo, al batir hacia arriba o hacia abajo sus alas. Un relámpago dura mucho menos que un milésimo de segundo; en el curso de este intervalo surge y se convierte en un importante fenómeno de la naturaleza (el relámpago se extiende, en longitud, por kilómetros enteros).

Pero, pueden objetar, a una milésima parte de un segundo aún no es posible reconocerle como un liliputiense, puesto que nadie llama gigante numérico al millar. Si se toma una millonésima parte de un segundo, entonces ya no es posible afirmar con seguridad, que ésta sea una magnitud real, un intervalo de tiempo en el curso del cual pueda ocurrir algo. ¡Se equivocan! Aún un millonésimo de segundo, para la física contemporánea, por ejemplo, no es un intervalo excesivamente pequeño.

En el dominio de los fenómenos luminosos (y eléctricos), el científico tiene que vérselas con partes mucho más pequeñas del segundo. Recordemos ante todo, que los rayos luminosos recorren (en el vacío) 300 000 km por segundo; por consiguiente, en un millonésimo de segundo la luz se desplaza en una distancia de 300 m; aproximadamente tanto como lo que se desplaza el sonido en el aire, en el transcurso de un segundo completo.

Además, la luz es un fenómeno ondulatorio, y el número de ondas luminosas que pasan por cada punto del espacio, en un segundo, se calculan por cientos de trillones. Las ondas luminosas que al actuar sobre nuestro ojo provocan la sensación de la luz roja, tienen una frecuencia de 400 trillones de oscilaciones por segundo; esto quiere decir que en el transcurso de un millonésimo de segundo entran en nuestro ojo 400 000 000 de ondas, y una onda entra en el ojo en el transcurso de una 400 000 000 000 000 parte ($1/400\,000\,000\,000\,000$) de segundo. ¡Este es un auténtico liliputiense numérico!

Sin embargo, este liliputiense resulta un verdadero gigante en comparación con aún más pequeñas partes del segundo, con las cuales el físico se encuentra en la investigación de los rayos Röntgen. Estos extraordinarios rayos, que poseen la propiedad de pasar a través de algunos cuerpos opacos, representan en sí, como los rayos visibles, un fenómeno ondulatorio, pero su frecuencia oscilatoria es significativamente mayor que en los visibles: alcanza 2500 trillones en un segundo. Las ondas se siguen una después de otra, más frecuentemente que en los rayos de la luz roja visible; y como si esto fuera poco, los rayos "gamma" poseen una frecuencia todavía mayor que los rayos de Röntgen.

Así que también en el mundo de los liliputienses existen sus propios gigantes y enanos. Gulliver era doce veces más alto que los liliputienses, y ya les parecía un gigante. Aquí existe un liliputiense mayor que otro, en cinco docenas de veces y, por consiguiente, tiene todo el derecho a nombrarse gigante con relación a él.

Volver

3. Liliputienses del Espacio

Es interesante considerar ahora, cuáles son las mínimas distancias que llegan a medir y valorar los modernos investigadores de la naturaleza.

En el sistema métrico de medidas, la mínima unidad de longitud para el empleo usual es el milímetro, que es aproximadamente dos veces menor que el espesor de un cerillo. Para medir objetos visibles a simple vista, tal unidad de longitud es suficiente. Pero para la medición de bacterias y de otros objetos que sólo son visibles en potentes microscopios, el milímetro es excesivamente grande. Para tales mediciones, los científicos emplean una unidad más pequeña: el micrón, que es 1000 veces menor que el milímetro. Así, los llamados glóbulos rojos, que se calculan por decenas de millones en cada gota de nuestra sangre, tienen una longitud de 7 micrones, y un espesor de 2 micrones. Una pila de 1000 de tales glóbulos mide lo que el espesor de un cerillo.

A pesar de que nos parece pequeño el micrón, sin embargo se muestra excesivamente grande para las distancias que se llegan a medir en la física contemporánea. Las más pequeñas partículas, la molécula, de las cuales se constituye la substancia de todos los cuerpos de la naturaleza, inaccesibles inclusive al microscopio, y los aún más pequeños átomos, que constituyen a las moléculas, tienen dimensiones desde una centésima hasta una milésima parte del micrón (La más pequeña unidad de longitud empleada en la física contemporánea, es la equis: ella es igual a una diezmillonésima parte del micrón). Si tomamos un millón de granitos de esta última medida y los colocamos en línea recta, muy juntos el uno al otro, (y ya sabemos qué tan grande es un millón) ¡ocuparían en total, un milímetro!

Para representar con más claridad la extraordinaria pequeñez de los átomos, veamos el siguiente cuadro: imagínese que todos los objetos en la esfera terrestre se aumenten en un millón de veces. Entonces la cúspide de la torre Eiffel (de 300 m. de altura) se hallaría a 300 000 km en el espacio universal, o sea, en las vecindades de la órbita de la Luna. Los hombres tendrían una altura de 1700 km, es decir, $1/4$ del radio terrestre. Un paso de tal hombre gigante lo llevaría a unos 600-

700 km. Los pequeños glóbulos rojos, billones de los cuales flotan en la sangre, tendrían, cada uno, más de 7 m. de diámetro. Un cabello tendría 100 m. de espesor. Un ratón alcanzaría 100 km de longitud una mosca 7 km.

¿Qué dimensiones tendrá un átomo de substancia, con tal monstruoso aumento?

Ni siquiera es de creerse: sus dimensiones se presentan ante nosotros en forma de . . . ¡un punto tipográfico de los caracteres de este libro!

¿Ya hemos alcanzado los últimos límites de la pequeñez espacial, más allá de los cuales no llega a pasar inclusive la física, con sus métodos refinados de medición?. Todavía no hace mucho se pensaba así, pero ahora está demostrado que el átomo es un mundo completo que consiste de partes mucho más pequeñas, y resulta ser el marco de la acción de poderosas fuerzas. Por ejemplo, el átomo de hidrógeno consiste de un "núcleo" central y de un "electrón" que gira rápidamente alrededor de aquel. Sin entrar en pormenores, indiquemos solamente que el diámetro del electrón se mide por trillonésimas partes de milímetro. Con otras palabras, el diámetro del electrón es casi un millón de veces menor que el diámetro del átomo. Si se desea comparar las dimensiones del átomo con las dimensiones de una partícula de polvo, el cálculo mostrará que el electrón, es menor que la partícula de polvo, aproximadamente en tantas veces como la partícula de polvo es menor que, ¿adivinaron?, ¡la esfera terrestre!

Ven ustedes que el átomo, un liliputiense entre liliputienses, resulta simultáneamente, un gigante actual en comparación con el electrón que entra en su composición; un gigante semejante a como todo el sistema solar lo es, con relación a la esfera terrestre.

Se puede formar la siguiente escalera instructiva, en la que cada escalón resulta un gigante en relación al escalón anterior, y, un liliputiense con relación al posterior:

- electrón
- átomo
- polvillo
- casa
- globo terrestre
- sistema solar
- distancia a la estrella Polar
- Vía Láctea

Cada miembro de esta serie es aproximadamente un cuarto de millón de veces (Se tienen en cuenta las dimensiones lineales (y no los volúmenes), es decir, el diámetro del átomo, el diámetro del sistema solar, la altura o longitud de la casa, etc. (*Para más detalles sobre tal clase de comparaciones remito al lector a mi libro "¿Sabe Ud. Física?"*) mayor que el precedente, y otras tantas veces menor que el posterior. Nada demuestra tan elocuentemente la relatividad de los conceptos "grande" y "pequeño", como esta tabla. En la naturaleza no existen objetos incondicionalmente grandes o incondicionalmente pequeños. Todo objeto puede ser llamado aplastantemente grande o inmensamente pequeño, según cómo se mire el objeto, en relación con lo que se le compare.

Volver

4. Supergigante y Superliliputiense

Nuestras charlas sobre los gigantes y los enanos del mundo de los números serían incompletas, si no hablásemos al lector sobre una maravilla sorprendente, no nueva, pero que vale por una

docena de maravillas. Para llegar a ella, empecemos con lo que sigue, en forma de un problema muy sencillo: ¿Cuál es el número más grande que se puede escribir con tres cifras, no empleando ningún signo de operación?

Se desea responder: 999, pero probablemente ustedes ya sospechan que la respuesta es otra; en efecto, la respuesta correcta se escribe así (los paréntesis se han puesto para darle mayor claridad a la expresión):

$$9^{9^9}$$

Esta expresión denota "nueve a la potencia novena a la novena potencia" (En el lenguaje de la matemática, tal expresión se llama "tercera ultrapotencia de nueve"). En otras palabras: es necesario formar el producto de tantos nueves, como unidades halla en el resultado de la multiplicación:

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$$

Basta con principiar el cálculo, para sentir la grandiosidad del resultado esperado. Si poseen la paciencia para efectuar la multiplicación de los nueve nueves, obtendrán el número

$$387\,420\,489.$$

Apenas comienza el trabajo principal: ahora es necesario hallar

$$9^{387\,420\,489}$$

es decir, el producto de 387 420 489 nueves. Hay que darse ánimo para hacer, en números redondos, 400 millones de multiplicaciones ...

Ustedes, naturalmente, no tendrán tiempo de llevar hasta el final semejante cálculo. Pero yo estoy privado de la posibilidad de comunicarles el resultado final, debido a tres causas que no es posible dejar de tomar en cuenta. En primer lugar, este número nunca ha sido calculado por alguien (sólo es conocido un resultado aproximado). En segundo lugar, si inclusive hubiese sido calculado, para imprimirlo se necesitarían no menos de mil libros como éste, debido a que nuestro número consiste de

$$369\,693\,061 \text{ cifras:}$$

compuesto con caracteres ordinarios, tendría una longitud de 1000 km: ¡desde Leningrado hasta Gorki! (Fig. 58).

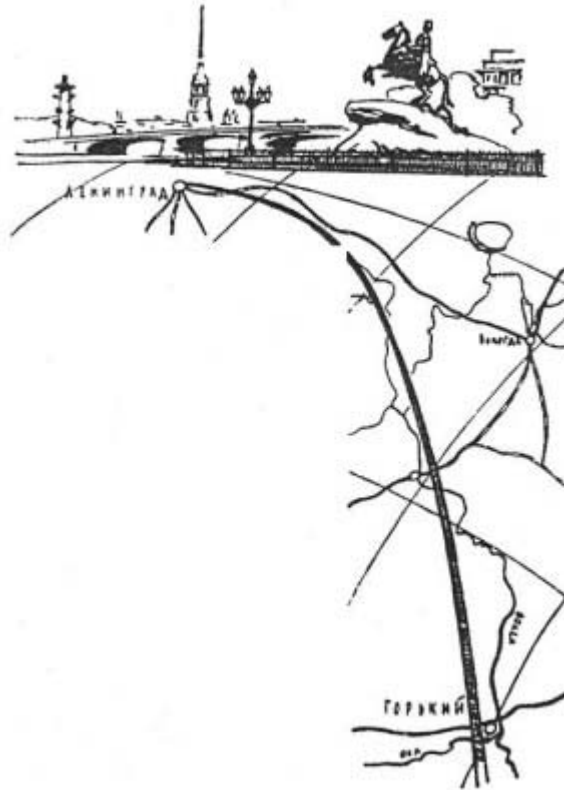


Figura 58. El número expresado por la potencia 9^9 , consiste en 370 millones de cifras. Si se escriben todas estas cifras en apretada hilera, ésta se alargaría en 1000 km, que es la distancia entre Leningrado (arriba) y Gorki (abajo)

Finalmente, si yo estuviera provisto de suficiente cantidad de papel y tinta, tampoco podría satisfacer vuestra curiosidad. Ustedes, fácilmente se pueden imaginar por qué: si yo estuviera capacitado para escribir en un segundo, sin interrupción, digamos dos cifras, en una hora escribo 7200 cifras, y en un día trabajando sin interrupción día y noche, no más de 172800 cifras. De aquí se sigue que, no separándome ni un segundo de la pluma, trabajando 24 horas diarias sin reposo, yo estaría sentado durante el trabajo, no menos de 7 años, antes de que terminara de escribir este número...

Sobre este número, sólo puedo comunicarles a ustedes lo siguiente: empieza con las cifras

428 124 773 175 747 048 036 987 118

y termina en

89.

Lo que se halla entre este comienzo y el final, se desconoce (El principio del número está calculado con ayuda de logaritmos, el final está determinado por razonamiento). ¡En cuanto que allí existen 369 693 061 cifras?

Vemos que el número de cifras de nuestro resultado es inconcebiblemente grande. Ahora bien, ¿Qué tan grande es el número expresado por esta inmensa serie de cifras? Es difícil dar aunque

sea una representación aproximada sobre su magnitud, porque tal conjunto de objetos, considerando inclusive cada electrón en calidad de un objeto por separado, ¿no existe en el Universo!

Arquímedes, antiguamente, calculó cuántos granos de arena contenía en sí el Universo, si todo él, hasta las estrellas fijas, estuviera lleno por una finísima arena. Obtuvo de esto un resultado que no supera a la unidad con 63 ceros. Nuestro número consiste no de 64, sino de 370 millones de cifras; por consiguiente, éste supera inconmensurablemente al colosal número de Arquímedes. Habiéndonos puesto en relación con este gigante enmascarado

$$9^{9^9}$$

dirijámonos a su contraposición.

El correspondiente liliputiense numérico se obtiene si dividimos la unidad entre este número. Tendremos

$$\frac{1}{9^{9^9}}$$

lo que es igual a

$$9^{1/387420489}$$

Aquí tenemos, en el denominador, un colosal número conocido por nosotros. El supergigante ha sido convertido en un superliliputiense.

Es necesario hacer una importante observación sobre el gigante de los tres nueves. Yo recibí pequeñas cartas de lectores con la afirmación de que esta expresión no es absolutamente difícil de calcular; una serie de lectores, inclusive realizó el cálculo requerido, empleando en él un tiempo comparativamente corto. El resultado se mostraba incomparablemente más sencillo que aquel sobre el cual yo había hablado. En efecto, ellos escriben

$$9^9 = 387\,420\,489;$$

elevando 387 420 489 a la novena potencia, obtenemos un número "en total solamente" de 72 cifras. Aunque esto no es pequeño, sin embargo llegar hasta 370 millones de cifras a partir de él, está aún muy difícil...

Los lectores quedan perplejos, mientras que su error consiste en que entienden incorrectamente el sentido de la expresión "de tres pisos" de nueves. Ellos lo entienden así:

$$(9^9)^9$$

mientras que su comprensión correcta es otra:

$$9^{9^9}$$

De aquí la enorme diferencia en los totales del cálculo.

Ambos métodos de comprensión conducen a un idéntico resultado sólo en un caso: cuando tenemos la expresión

$$2^{2^2}$$

Aquí es indistinto cómo se efectos el cálculo: en ambos casos se obtiene un resultado: 16.

Es curioso que la expresión ahora citada, no denota en lo absoluto el número mayor que puede representarse por los tres doses. Se puede obtener un número inmensamente más grande si se disponen los doses así

$$2^{2^2}$$

Esta expresión es igual a

$$4\,194\,304,$$

es decir, es significativamente mayor que dieciséis.

Como se ve, una disposición "de tres pisos" de cifras, no en todos los casos expresa el mayor número que se pueda representar por tres cifras iguales. (Sobre esto se habla más detalladamente en "Álgebra Recreativa", Cap. I: "La quinta operación matemática".

[Volver](#)

5. Curiosidades Aritméticas

$$2 \times 2 = 2 + 2$$

$$11 \times 1.1 = 11 + 1.1$$

$$3 \times 1 \frac{1}{2} = 3 + 1 \frac{1}{2}$$

$$21 \times 1/20 = 21 + 1 \frac{1}{20}$$

[Volver](#)