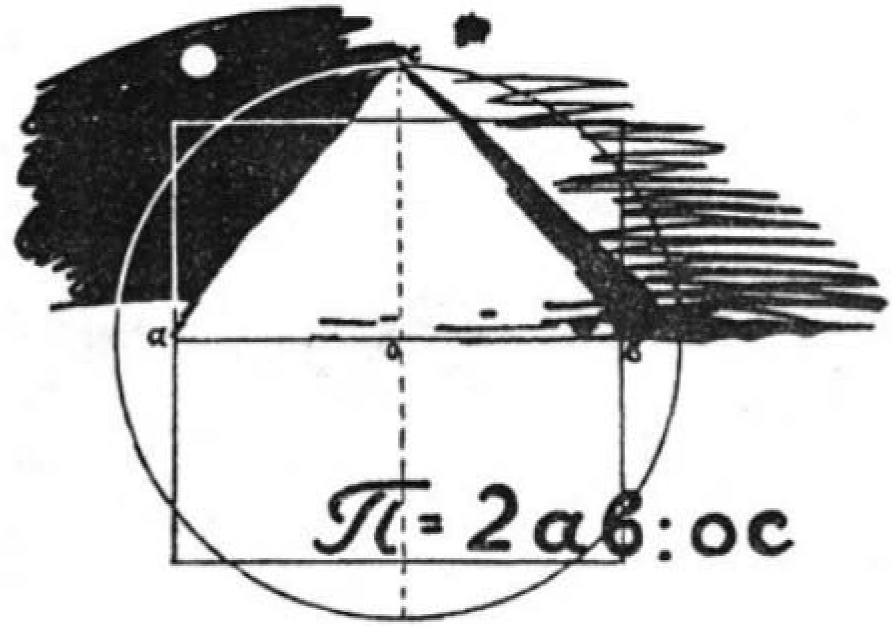

Capítulo Octavo

CALCULOS APROXIMADOS

Contenido

1. Enigmas Matemáticos de la Pirámide de Keops

La más alta pirámide del antiguo Egipto, la de Keops, desde hace cinco mil años azotada por el aire tórrido del desierto, representa sin lugar a dudas, la construcción más extraordinaria que se conserva del mundo antiguo (Fig. 51). Con una altura de casi ciento cincuenta metros, cubre con su base un área de 40 mil metros cuadrados y está compuesta de doscientas hileras de gigantescas piedras. Cien mil esclavos, en el curso de 30 años, trabajaron en su edificación, habiendo empleado inicialmente, 10 años en preparar el camino para el transporte de piedras desde la cantera hasta el lugar de la construcción, y posteriormente, 20 años en amontonarlas una sobre otra con ayuda de las máquinas imperfectas de ese tiempo.
Sería extraño que tan colosal construcción hubiese sido erigida con el único propósito de servir de tumba para los dirigentes del país. Por tal, razón, algunos investigadores han tratado de descubrir si el misterio de la pirámide puede revelarse por la relación de sus dimensiones.
Estos tuvieron la suerte, conforme a su juicio, de hallar una serie de sorprendentes relaciones que atestigua acerca del hecho de que los sacerdotes directores del trabajo de construcción, poseían

profundos conocimientos de matemática y astronomía, los cuales fueron personificados en las formas de piedra de la pirámide.
«Cuenta Heródoto (Famoso historiador griego que visitó Egipto durante el año 300 antes de nuestra era), leemos en el libro del astrónomo francés Maurais ("Enigmas de la ciencia, 1926. Tomo I), que los sacerdotes egipcios le revelaron la siguiente relación entre la base lateral de la pirámide y su altura: el cuadrado formado por la altura de la pirámide, es exactamente igual al área de cada uno de los triángulos laterales. Esto está completamente sujeto a las más modernas mediciones. He aquí la demostración de que, en todo tiempo, la pirámide de Keops se ha considerado como un monumento cuyas proporciones han sido calculadas matemáticamente.
(*Aporto la demostración más tardía: sabemos que la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro es una magnitud constante, bien conocida de los escolares actuales. Para calcular la longitud de la circunferencia, basta con multiplicar su diámetro por 3.1416. O sea, por la constante pi (π).*
Los matemáticos de la antigüedad conocían esta relación solamente en una forma aproximada y muy burda.
Pero si se suman los cuatro lados de la base de la pirámide, obtenemos para su perímetro, 931.22 metros. Dividiendo este número entre el doble de la altura (2×148.208), tenemos como resultado 3,1416, es decir, la relación de la longitud de la circunferencia a su diámetro. (Otros autores de tales mediciones de la pirámide deducen el valor de π aún con mayor exactitud: 3.14159. Ya. Perelman).
Este monumento único en su género, representa en sí, por consiguiente, una personificación material del número π, que ha jugado un papel importante en la historia de la matemática. Como vemos, los sacerdotes egipcios tenían representaciones exactas conforme a una serie de cuestiones que se consideran como descubrimientos de siglos posteriores» (El valor de π, con la exactitud que se obtiene aquí, a partir de las relaciones de las dimensiones de la pirámide, fue conocido por los matemáticos europeos sólo hasta el siglo XVI.).
Existe aún otra relación más sorprendente: si el lado de la base de la pirámide se divide entre la duración exacta del año: 365.2422 días, se obtiene justamente, la diezmillonésima parte del semieje terrestre, con una exactitud de la cual pudieran sentir envidia los astrónomos modernos.

Figura 51 ¿Qué misterios matemáticos encierran las pirámides egipcias?

Además: la altura de la pirámide constituye exactamente la milmillonésima parte de la distancia de la Tierra al Sol, magnitud que fue conocida por la ciencia europea solamente a fines del siglo

XVIII. Los egipcios de 5,000 años atrás conocían, como se muestra, lo que no sabían aún ni los contemporáneos de Galileo y Kepler, ni los científicos de la época de Newton. No es de extrañar que las investigaciones de este género originaran, en Europa, una extensa literatura.
Y entre tanto, todo esto no es más que un juego con cifras. El asunto se presenta con otro aspecto por completo diferente, si se aborda con la valorización de los resultados de cálculos aproximados. Consideremos en el mismo orden, los ejemplos que hemos presentado.

- Sobre el número "Pi". La aritmética de los números aproximados afirma que si en el resultado de la operación de división deseamos obtener un número con seis cifras exactas (3.14159), debemos tener tanto en el dividendo como en el divisor, por lo menos, las mismas cifras exactas. Esto quiere decir, en la aplicación a la pirámide, que para la obtención de una "Pi" de seis cifras es necesario medir los lados de la base y la altura de la pirámide con una exactitud hasta de millonésimos del resultado, es decir, hasta de un milímetro. El astrónomo Maurais aporta para la altura de la pirámide 148.208 m., lo cual parece realizado con cuidados de exactitud hasta de 1 mm. ¿Pero quién garantiza tal exactitud de medición de la pirámide? Recordemos que en los laboratorios del Instituto de Medidas, en donde se efectúan las mediciones más exactas del mundo, en la medición de una longitud no pueden superar tal exactitud (en la medición de una longitud se obtienen solamente 6 cifras exactas). Se comprende, entonces, qué tanto más burda puede ser la medición realizada de la mole de piedra en el desierto. En verdad, en los trabajos más exactos de agrimensura (en la medición de las llamadas "bases") se puede alcanzar en una región, la misma exactitud que se logra en el laboratorio, es decir, garantizar 6 cifras en el número. Pero es imposible realizar esto en las condiciones de medición de la pirámide. Las dimensiones iniciales, verdaderas, de la pirámide, hace mucho que no existen en la naturaleza, puesto que el revestimiento de la construcción desapareció, y nadie sabe qué espesor tenía. Para ser escrupulosos, es necesario tomar las medidas de la pirámide en metros cerrados; y entonces se obtiene una π bastante burda, no más exacta que la que es conocida del papiro matemático de Rhind. Si la pirámide efectivamente es una personificación pétrea del número π, entonces esta personificación, como vemos, está lejos de ser perfecta. Pero es completamente admisible que la pirámide esté construida totalmente ajena a esta relación. Dentro de los límites de los números aproximados de tres cifras para las dimensiones de la pirámide, caben muy bien otras suposiciones. Es posible, por ejemplo, que para la altura de la pirámide fuese tomado 2/3 del filo de la pirámide o 2/3 de la diagonal de su base. También es completamente admisible la relación que fue indicada por Heródoto: que la altura de la pirámide es la raíz cuadrada del área de una cara lateral. Todas estas suposiciones son tan probables, como la "hipótesis de π".
- La siguiente afirmación se refiere a la duración del año y a la longitud del radio terrestre: si se divide el lado de la base de la pirámide entre la duración exacta del año (un número de siete cifras), obtenemos exactamente una diezmillonésima parte del eje terrestre (un número de 5 cifras). Pero como ya sabemos que en el dividendo tenemos no más de tres cifras exactas, entonces es claro que a cualquier precio, los 7 y 5 signos que se tienen aquí, están en el divisor y en el cociente. La aritmética, en este caso, se responsabiliza solamente por tres cifras en la duración del año y en el radio terrestre. El año de 365 días y el radio terrestre de cerca de 6400 kilómetros, son los números sobre los que tenernos derecho a hablar aquí.
- Por lo que toca a la distancia de la Tierra al Sol, existe un malentendido de otro tipo, Es extraño inclusive, cómo los partidarios de esta teoría no han podido notar aquí, un error lógico admitido por ellos. En efecto, si como ellos afirman, un lado de la pirámide constituye una parte

conocida del radio terrestre, y la altura una parte conocida de la base, entonces, ya no es posible decir que la misma altura constituye una determinada parte de la distancia hasta el Sol. Es, algo de una o de otra. Y si casualmente aquí se descubre una correspondencia interesante entre ambas longitudes, entonces ella siempre ha existido en nuestro sistema planetario; y en esto no puede haber mérito alguno de los sacerdotes.

Los partidarios de la teoría considerada van aun más lejos: afirman que la masa de la pirámide constituye exactamente una milcuatrillonésima parte de la masa de la esfera terrestre. Esta relación, conforme a su opinión, no puede ser casual, y testimonia sobre el hecho de que los antiguos sacerdotes egipcios conocían, no solamente las dimensiones geométricas de nuestro planeta, sino que mucho tiempo antes de Newton y Cavendish calcularon su masa, "pesaron" la esfera terrestre. Aquí existe la misma falta de lógica que en el ejemplo considerado de la distancia de la Tierra al Sol. Es completamente absurdo decir que la masa de la pirámide está "elegida" en una correspondencia determinada con la masa de la esfera terrestre. La masa de la pirámide se determina desde aquel momento en que sea elegido su material y fijadas las dimensiones, de su base y de su altura. No es posible ajustarse simultáneamente a la altura de la pirámide, con una base que constituya una determinada parte del radio terrestre, y que independientemente de ello, se ponga a su masa en relación con la masa de la Tierra. Una se determina por la otra. En ese caso, deberán ser eliminados todos los pensamientos anteriores sobre el conocimiento que de la masa de la esfera terrestre poseían los egipcios. Esto no es más, que un equilibrismo numérico. Operando hábilmente con los números, apoyándose en coincidencias casuales, se puede demostrar, quizás, todo lo que se desee.
Vemos sobre qué bases tan vacilantes reposa la leyenda referente a la inconcebible sabiduría de los sacerdotes arquitectos de la pirámide. Al mismo tiempo, tenemos aquí precisamente una clara demostración de las ventajas de esa rama de la aritmética que se ocupa de los números aproximados.
Volver

2. Números Aproximados
A quien desconozca las reglas de las operaciones con los números aproximados, probablemente le será interesante el ponerse al corriente de ellas brevemente, tanto más que el conocimiento de estos sencillos métodos se muestra prácticamente útil, economizando trabajo y tiempo en los cálculos.
Aclaremos, ante todo, qué es un "número aproximado" y de dónde se obtienen tales números.
Los datos, que intervienen en los cálculos técnicos, se obtienen por medio de la medición. Pero ninguna medición puede ser efectuada en una forma completamente exacta. En principio, inclusive las propias medidas que se emplean para las mediciones, habitualmente encierran en sí un error. Fabricar reglas métricas, pesas de kilogramos, botellas de un litro es bastante difícil, y la ley admite en su fabricación un cierto error. Por ejemplo, en la fabricación de una regla métrica, por ley, se admite un error hasta de un milímetro; para una cadena o cinta decamétrica para agrimensura hasta 1 centímetro; para una pesa de un kilogramo, hasta 1 gramo; (Además del error en las pesas, la ley admite también el error en el dispositivo de los pesos, que alcanza, en los pesos de masa, hasta 1 gramo por cada kilogramo de carga pesada.) para juegos de pesas pequeñas, de 1 gramo, hasta, 0.01 de gramo; para una botella de un litro, hasta 5 cm^3.
Además, la realización de la medición también introduce inexactitudes. Supóngase que se mide una distancia cualquiera, por ejemplo, el ancho de una calle. La medida, el metro, se comprende en su anchura supongamos, 13 veces, y queda aún una parte menor que un metro. Se puede decir que la anchura de la calle es de 13 metros; sin embargo ella es igual a 13 metros completos y todavía un

cierto número de partes decimales, centesimales, etc. del metro, las cuales no se tomaron en cuenta. Por consiguiente, el resultado de nuestra medición se puede expresar así:

anchura de la calle = 13. ? ? ? metros,

en donde los signos de interrogación denotan cifras desconocidas, de fracciones decimales, centesimales, etc.

Si se deseara medir la anchura de la calle más exactamente, se sabe cuántos decímetros (décimas partes de un metro) se contienen en la parte que queda. Supongamos que los decímetros que se contienen sean 8 y que aún exista un cierto residuo menor que un decímetro. El resultado de la, nueva medición, 13.8 m., será más exacta que la anterior, pero tampoco es estrictamente exacta, porque además de los 8 décimos del metro, en la anchura de la calle se contiene aún un cierto número desconocido para nosotros de partes centesimales, milesimales, etc. del metro. Por consiguiente, el resultado más exacto obtenido ahora, lo podemos expresar así

13.8?? metros.

En una medición más cuidadosa se toman en cuenta las centésimas partes (centímetros) de un metro, en la parte que queda; pero se desprecia el resto menor que un centímetro; en ese caso, tampoco este resultado será absolutamente exacto. En general, como no se mide con exactitud, no se puede asegurar firmemente que después de la última cifra obtenida, no se encuentren aún otras desconocidas por uno.

El hecho, naturalmente, no se modifica en absoluto, en virtud de que, en las mediciones los residuos mayores que la mitad de la unidad de medida, habitualmente se consideran como enteros. Si en la primera medición de la calle, hubiésemos considerado su anchura no como de 13 metros, sino de 14, esto también hubiera sido solamente un resultado aproximado. Se le podría expresar en la siguiente forma

14.??? metros,

donde los signos de interrogación denotan cifras negativas (es decir, indican en cuantas décimas, centésimas, etc. partes, es mayor el número 14 que la verdadera anchura de la calle).

Así, el resultado inclusive de una medición cuidadosa no puede considerarse como absolutamente exacto: él expresa la verdadera cantidad sólo más o menos aproximadamente. Tales números se llaman aproximados.

La aritmética de los números aproximados no coincide totalmente con la aritmética de los números exactos. Mostremos esta diferencia en un ejemplo.

Se requiere calcular el área de una sección rectangular, cuya longitud y anchura son respectivamente, 68 m y 42 m. Si Los números 68 y 42 fueran exactos, el área de la sección sería exactamente igual a

$$68 \times 42 = 2856 \text{ m}^2.$$

Pero los números 68 y 42 no son exactos, sino aproximados: en la longitud no hay exactamente 68 m, sino un poco más o menos, puesto que es improbable que el metro esté comprendido en ella, exactamente 68 veces. Pues también es muy poco probable que la propia longitud de la regla métrica sea igual a l m. Podemos, en conformidad con lo anterior, expresar la longitud de la sección, en metros, así:

$$68.?$$

En forma semejante, la anchura de la sección la expresamos por

$$42.\ ?$$

Realicemos ahora, la multiplicación de los números aproximados:

$$68.? \times 42.?$$

La realización de la operación es evidente del siguiente esquema

$$\begin{array}{cccccccccc}
 & & & 6 & 8 & ? & \times & 4 & 2 & ? \\
\hline
 & & & ? & ? & ? & & & & \\
 & 1 & 3 & 6 & ? & & & & & \\
2 & 7 & 2 & ? & & & & & & \\
\hline
2 & 8 & 5 & ? & ? & ? & & & &
\end{array}$$

Vemos que la cuarta cifra (de izquierda a derecha) del resultado nos es desconocida: ella deberá obtenerse de la adición de las tres cifras (? + 6 + ?), de las cuales dos son desconocidas. La tercera cifra del resultado también es incierta: nosotros escribimos 5, pero de la adición de la columna ? + 6 + ? se puede obtener un número mayor que 10 e inclusive que 20; en ese caso, en lugar de 5 puede resultar un 6 ó un 7. Las dos primera cifras (28) del resultarlo son sólo las completamente seguras. Por tal razón, deseando ser escrupulosos, deberemos afirmar sólo que el área buscada contiene cerca de 28 cientos de metros cuadrados. Las cifras de las decenas y de las unidades en el número de metros cuadrados, nos son desconocidas.

Así, la respuesta correcta a la cuestión del problema es 2800, y los ceros denotan aquí, no una ausencia a ciencia cierta de las unidades de los correspondientes órdenes, sino sólo una ausencia de conocimientos seguros sobre ellas. Hablando en otra forma, los ceros denotan, lo mismo que los signos de interrogación en las notaciones precedentes.

Es erróneo pensar que la respuesta 2856, obtenida conforme las reglas de la aritmética de los números exactos, es más correcta que la respuesta 2800, pues hemos visto que las últimas dos cifras (56) del resultado no eran dignas de confianza: no es posible dar garantía por ellas. La respuesta 2800 es preferible a 2856, porque no induce al error: ella afirma directamente que sólo son ciertas las cifras 2 y 8 en el lugar de los millares y de las, centenas, y que las cifras que van después, son desconocidas. La repuesta 2856 es engañosa: sugiere el pensamiento incorrecto de que las últimas dos cifras son tan seguras, como las dos primeras.

«Es deshonesto escribir más cifras que aquellas por las cuales se puede dar garantía... Yo, con mucho pesar, reconozco que muchos de tales números que conducen a erróneas representaciones, se encuentran en las mejores obras sobre las máquinas de vapor. . . Cuando yo estudiaba en el colegio, nos informaron que la distancia media de la Tierra al Sol es de 95 192 357 millas inglesas

(Una milla inglesa es igual a 1852 m.). Me sorprendí porque no se citaban aún, cuántos pies y pulgadas más. Las mediciones actuales más exactas, afirman solamente que esta distancia es no mayor que 93 y no menor que 92.5 millones de millas» escribió a este propósito el matemático inglés Perri.
Así, en los cálculos con números aproximados es necesario tomar en cuenta, no todas las cifras del resultado, sino solamente algunas. Hablaremos especialmente sobre cuáles cifras son las que conviene conservar en estos casos, y cuáles substituir por ceros. En principio nos detendremos sobre la forma en que es necesario redondear un número.
Volver

3. Redondeo de Números

El redondeo de un número consiste en que una o varias de sus cifras finales (de izquierda a derecha se consideran los números) se substituyen por ceros. Puesto que los ceros que se hallan después del punto no tienen valor, entonces se les deja de lado completamente. Por ejemplo:

los números	se redondea a
3734	3730 ó 3700
5.314	5.31 ó 5.3
0.00731	0.0073 ó 0.007

Si la primera de las cifras eliminadas en el redondeo es un 6, o mayor que seis, la cifra precedente se aumenta en una unidad. Por ejemplo:

los números	se redondea a
4867	4870 ó 4900
5989	5990 ó 6000
3.666	3.67 ó 3.7

Se procede igual si se elimina la cifra 5 con las cifras significativas después de ella. Por ejemplo:

los números	se redondea a
4552	4600
38.1506	38.2

Pero si se elimina sólo la cifra 5, entonces el aumentar una unidad la cifra precedente se condiciona únicamente a cuando ella es impar: una cifra par se deja sin modificación. Por ejemplo:

los números	se redondea a
735	740
8645	8640
37.65	37.6
0.0275	0.028
70.5	70
	(El cero se considera como una cifra par)

En la elaboración de los resultados de las operaciones con números aproximados se observan las mismas reglas de "redondeo".
Volver

4. Cifras Significativas y No Significativas
En el estudio de los cálculos aproximados se entienden por cifras significativas, todas las cifras excepto el cero, y también el cero en caso de que se halle entre otras cifras significativas. Así, en los números 3700 y 0.0062 todos los ceros son cifras no significativas; en los números 105 y 2006 los ceros son significativos. En el número 0.0708 los dos primeros ceros son no significativos, el tercer cero es una cifra significativa.
En ciertos casos, un cero significativo puede hallarse también al final del número: por ejemplo, redondeando el número 2.540002 obtenemos, el número 2.54000, en el que todos los ceros del final son significativos, puesto que indican a ciencia cierta la ausencia de unidades en los correspondientes órdenes. Por esta razón, si en las condiciones de un problema o en una tabla encontramos el número 4.0 ó el 0.80, éstos; se deberán considerar como de dos cifras.
Redondeando el número 289.9 a 290, obtenemos también al final un cero significativo.
Volver

5. Adición y Substracción de Números Aproximados
El resultado de la adición o substracción de los números aproximados no deberá finalizar con cifras significativas si en ciertos órdenes de uno de los números dados, no existen aquellas. Si se obtienen tales cifras, conviene eliminarlas por medio del "redondeo"

$$\begin{array}{r} 3400 \\ +275 \\ \hline 3700 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 28.3 \\ +146.85 \\ \hline 108 \\ \hline 283 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 176.3 \\ -0.46 \\ \hline 175.3 \end{array}$$

(y no 3675) (y no 283.15) (y no 175.84)

No es difícil entender la base de esta regla. Supóngase que se requiere agregar 275 m. a 3400 m. En el número 3400, es evidente que se desprecian las decenas de metros; es claro que añadiendo a este número 2 centenas de metros, 7 decenas de metros y todavía 5 m. más, obtenemos como suma, no 3675 m., sino el resultado total más próximo, con otras cifras en el lugar de las decenas y de las unidades. Por tal razón, en el lugar de las decenas y de las unidades escribimos, en la suma, ceros que, en el caso dado, indican que al calculista le son desconocidas las cifras que ahí deberían hallarse.
Volver

6. Multiplicación, División y Elevación a una Potencia de los Números Aproximados
El resultado de la multiplicación y también de la división de números aproximados, no deberá contener más cifras significativas que las que se tienen en el dato más breve. (De dos números el más "breve o corto" es aquel que contiene menos cifras significativas). Las cifras excedentes se substituyen por ceros.
Ejemplos:

$37 \times 245 = 9100$ (y no 9065)
$57.8 : 3.2 = 18$ (y no 18.06)
$25:3.14 = 8.0$ (y no 7,961).

En el recuento del número de cifras no se pone atención en el punto: así, 4.57 es un número de tres cifras, etc.
El número de cifras significativas de la potencia de un número aproximado, no deberá superar al número de cifras contenidas en la base de la potencia. Las cifras excedentes se substituyen por ceros.

Ejemplos:

$157^2 = 24\,600$ (y no 24 649);
$5.81^3 = 196$ (y no 196.122941).
Volver

7. Aplicación en la Practica
Estas reglas se relacionan solamente con los resultados finales. Si con la realización de una operación, el cálculo aún no finaliza, entonces en el resultado de esta operación intermedia se conserva una cifra significativa más que lo que requiere la regla. Efectuando, por ejemplo, el cálculo

$$36 \times 1.4 = 3.4$$

se procede así:

$$36 \times 1.4 = 50.4$$

(se conserva no dos, sino tres cifras); $50.4 : 3.4 = 15$.
En cálculos técnicos sencillos, las reglas indicadas arriba pueden ser, en casi todos los casos, aplicadas en la siguiente forma simplificada. Antes de calcular se establece, conforme al número de cifras del dato más breve, cuántas cifras certeras puede contener el resultado final. Cuando esto se haya establecido, se procede a efectuar los cálculos y en todos los cálculos intermedios se conserva una cifra más que lo establecido para el resultado final. Si, por ejemplo, en las condiciones de un problema son dados algunos números de tres cifras y uno de dos, el resultado final tendrá dos cifras certeras, y los resultados intermedios será necesario tomarlos de tres cifras.
De suerte que todas las reglas de los cálculos aproximados, en la realización de cálculos, pueden reducirse a las dos siguientes:

1. Se establecen cuántas cifras significativas existen en el, más breve de los datos del problema: las mismas cifras significativas deberán conservarse en el resultado final.
2. en los resultados de todos los cálculos intermedios se conserva una cifra más que lo establecido para el resultado final.

Las otras cifras, en todos los casos, se substituyen por ceros o se eliminan conforme las reglas de "redondeo".

Estas reglas no son aplicables a aquellos problemas (que se encuentran muy rara vez) para cuya solución es necesario efectuar sólo operaciones de adición y substracción. En tales casos se siguen otras reglas:

1. El resultado final no deberá tener cifras significativas en aquellos órdenes que no existan, aunque sólo sea en uno de los datos aproximados.
2. En los resultados intermedios es necesario conservar una cifra significativa más, que lo establecido para el final.

Si, por ejemplo, los datos de un problema, son:

37.5 m. 18.5.64 m, 0.6725 m,

y para la resolución se necesita restar el primer número de la suma de los otros, entonces en la suma

185.69 + 0.6725 = 186.3125,

como resultado intermedio, se elimina la última cifra (es decir, se conserva 186.312), y en la diferencia

186.312 - 37.5 = 148.812

como resultado final, se conserva sólo 148.8.
Volver

8. Ahorro de Trabajo de Calculo
¿ Cómo valorizar cuánto trabajo de cálculo economizamos, empleando los métodos desarrollados? Para esto es necesario que cualquier cálculo complicado se efectúe doble: una vez, conforme a las reglas aritméticas ordinarias; la otra, aproximadamente. Y después, contar pacientemente cuantas veces llegamos, en ambos casos, a sumar, restar y multiplicar las cifras aisladas. Resulta que el cálculo aproximado requiere de tales operaciones elementales 2 1/2 veces menos, que el "exacto". Los perjuicios para la justeza resulta un motivo superfluo para motivar un error.
De suerte que los cálculos aproximados requieren cerca de 2 1/2 veces menos tiempo que los cálculos conforme a las reglas habituales. Pero el ahorro de tiempo no es la única ventaja. Cada operación superflua de cálculo, cada caso superflua de adición, substracción o multiplicación de cifras, resulta un motivo superfluo para motivar un error. La probabilidad de errar en los cálculos aproximados es 2 1/2 veces menor que en los "exactos". Y el precio de que se yerre es, efectuar el cálculo de nuevo sino totalmente por lo menos en parte. En tal caso, el ahorro de trabajo y tiempo en los cálculos aproximados se obtiene, mayor que 2 1/2 veces. El tiempo gastado en el conocimiento de ellos, se retribuye rápida y generosamente.
Volver

9. Curiosidades Aritméticas

$$100 = \begin{cases} 98\frac{3}{6} + 1\frac{27}{54} + \\ + 94\frac{1}{2} + 5\frac{38}{76} \end{cases}$$