ISBN : 978 602 99817 1 1

Mencari Solusi Umum Persamaan Diferensial Biasa dengan Metode Keseimbangan

Wikaria Gazali
Jurusan Matematika, School of Computer Science
Universitas Bina Nusantara
Jakarta, Indonesia
wikaria@binus.edu

Abraham Salusu
Jurusan Matematika, School of Computer Science
Universitas Bina Nusantara
Jakarta, Indonesia
abraham_salusu@yahoo.com

Abstract—**Penelitian ini dilakukan untuk mendapatkan metode baru dalam mencari solusi umum untuk Persamaan Diferensial Biasa. Sampai sekarang, metode dalam mencari solusi umum dari Persamaan Diferensial Biasa tidak berubah secara signifikan dalam literatur. Dalam pembicaraan ini, diusulkan metode baru yang disebut Metode Keseimbangan, di mana jumlah bagian-bagiannya di sebelah kiri harus sama dengan bagian di sebelah kanan.**

Keywords- solusi umum, Persamaan Diferensial Biasa, Metode Keseimbangan

I. PENDAHULUAN

Penelitian ini dilakukan untuk mendapatkan metode baru dalam mencari solusi umum untuk Persamaan Diferensial Biasa. Sampai sekarang, metode dalam mencari solusi umum dari Persamaan Diferensial Biasa tidak berubah secara signifikan dalam literatur. Dalam pembicaraan ini, diusulkan metode baru yang disebut Metode Keseimbangan, di mana jumlah bagian-bagiannya di sebelah kiri harus sama dengan bagian di sebelah kanan.

II. METODE

A. Deret

Pada dasarnya hasil yang diperoleh dari Solusi Partikular (Solusi Khusus) dan Solusi Umum Persamaan Diferensial Biasa yang menggunakan metode Keseimbangan merupakan Deret, yaitu Deret Mac Laurin dan di antaranya Deret Binomial (Gazali, 2007).

Di mana Deret Mac Laurin :

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \ldots$$

Dan Deret Binomial :

$$(1+x)^{\alpha} = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \ldots$$

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mengilustrasikan metode ini, mari diperhatikan contoh berikut dalam menemukan solusi umum dari :

Cari Solusi Umum dari PD :

$$\frac{dy}{dx} + y = x^3$$

Pertama kali cari solusi khusus dari PD :

$$\frac{dy}{dx} + y = x^3$$

$y' = 0$ dan $y = x^3$

y'	y
0	x^3
$3x^2$	$-3x^2$
$-6x$	$6x$
6	-6

Solusi khusus PD : $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 6$

Untuk persamaan komplementer $\frac{dy}{dx} + y = 0$ diubah menjadi :

$$\frac{dy}{dx} = x \;\ldots\ldots\; (1),\ dan \quad y = -x \;\ldots\ldots\ldots\; (2)$$

Kasus (1), $\frac{dy}{dx} = x$		*Kasus* (2), $y = -x$	
(1)	(2)	(1)	(2)
dy/dx	y	dy/dx	y
x	$\frac{1}{2}x^2$	-1	-x
$-\frac{1}{2}x^2$	$-\frac{1}{6}x^3$	0	1
$\frac{1}{6}x^3$	$\frac{1}{24}x^4$		
$-\frac{1}{24}x^4$	$-\frac{1}{120}x^5$		
	dst		

 ISBN : 978-602-99817-1-1

Hitung y pada kolom 2 dan 5 dijumlah diperoleh :

$$y_1 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{120}x^5 \ldots$$

Untuk kasus (2) :

$$y_2 = 1 - x$$

Sehingga penyelesaian dari persamaan : $y = y_1 + y_2$

$$y = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{120}x^5 \ldots$$

Bentuk ini adalah perderetan dari fungsi

$$f(x) = e^{-x} = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{120}x^5 + O(x^6)$$

Solusi Umum PD dari $\frac{dy}{dx} + y = x^3$

$$y = x^3 - 3x^2 + 6x - 6 + Ce^{-x}$$

IV. KESIMPULAN

Dengan Metode Keseimbangan dapat menentukan solusi umum dari Persamaan Diferensial Biasa, yang pada dasarnya merupakan Deret, yaitu Deret Mac Laurin dan di antaranya Deret Binomial.

UCAPAN TERIMA KASIH

Pada kesempatan ini, penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada Direktorat Penelitian dan Pengabdian Masyarakat, Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia, yang telah mendanai Penelitian Fundamental ini.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Gazali, W., 2007, Kalkulus Edisi 2, Penerbit Graha Ilmu, Yogjakarta

[2] Gazali, W., 2007, Kalkulus Lanjut Edisi 2, Penerbit Graha Ilmu, Yogjakarta

[3] Salusu, A., 2008, Metode Numerik, Penerbit Graha Ilmu, Yogjakarta.

[4] Sellappa,S and S. Chatterjee. Cache-Efficient Multigrid Algorithms. International Journal of High Performance Computing Applications, 18(1):115-133.