

GUIA DE EJERCICIOS

UNIDAD IV: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.

OBJETIVO FUNDAMENTAL

Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de la ecuación de la recta, sistemas de ecuaciones lineales, semejanza de figuras planas y nociones de probabilidad; iniciándose en el reconocimiento y aplicación de modelos matemáticos.

OBJETIVOS ESPERADOS:

1. Conocen métodos para resolver sistemas de ecuaciones y recurren al que estimen más conveniente.
2. Traducen problemas a sistemas de ecuaciones definiendo adecuadamente las incógnitas y los resuelven.
3. Relacionan las expresiones gráfica y algebraica de los sistemas de ecuaciones y sus soluciones
4. Aplican y relacionan los conceptos de ecuación de la recta, distancia entre dos puntos y propiedades de las figuras geométricas básicas, en la resolución de problemas.
5. Conocen algunos antecedentes históricos relativos a los aportes de R. Descartes acerca de la representación gráfica y la relación entre geometría y álgebra.

CONTENIDOS:

- 1) Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas . Gráficos de las rectas correspondientes.
- 2) Planteo y resolución de problemas y desafíos que involucren sistemas de ecuaciones. Análisis y pertinencia de las soluciones.
- 3) Relación entre las expresiones gráficas y algebraicas de los sistemas de ecuaciones lineales y sus soluciones.
- 4) Evolución del pensamiento geométrico durante los siglos XVI y XVII ; aporte de René Descartes al desarrollo de la relación en el álgebra y geometría.

I. Introducción

- 1) Verifica si el punto $s = 2$ y $r = -4$, es solución del sistema
- $$\begin{cases} 2s - 3r = 16 \\ s + 2r = 10 \end{cases}$$

- 2) Completa de manera que $(-3, 5)$ sea solución del siguiente sistema

$$\begin{cases} 2x + ______ y = 9 \\ y - x = ______ \end{cases}$$

- 3) Resolver gráficamente estos sistemas:

a) $\begin{cases} 4x - y = 9 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - 4 = 4y \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = y - 1 \\ 5y - 5 = 5x \end{cases}$

¡Anota tus conclusiones!

- 4) Puede un sistema de ecuaciones tener por solución dos pares de valores?, explique.
- 5) Escribe un sistema que tenga infinitas soluciones y que una de estas sea $(5, 2)$.
- 6) ¿Cómo me avisa el álgebra cuando un sistema tiene infinitas soluciones (rectas coincidentes) o ninguna solución (rectas paralelas)?

Considera la recta de ecuación $y = 2x + 5$ y forma:

- a) un sistema anotando la ecuación de una recta paralela a ella

$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ ______ \end{cases}$$

Resuélvelo, ¿qué sucede?
¡Anota tus conclusiones!

- b) un sistema anotando la ecuación de una recta coincidente a ella

$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ ______ \end{cases}$$

Resuélvelo, ¿qué sucede?
¡Anota tus conclusiones!

- 7) Inventar un sistema que tenga por solución $s = \{(2, 3)\}$. ¿Es el único sistema que tiene esta solución?

II. Resuelve los siguientes sistemas por método de sustitución:

1) $x = 10$ $x + y = 16$	2) $x - y = 6$ $y = 15$	3) $x + y = 11$ $y = 2x + 5$	4) $6y - x = 10$ $x = 3y + 2$	5) $x - 2y = 3$ $4x + 3y = 45$
6) $8x + 3y = 25$ $5x + y = 13$	7) $10x - y = 30$ $7x - 2y = 8$	8) $12x - 8y = 56$ $9x - y = 67$	9) $4x + 6y = 52$ $5x - 2y = 27$	10) $10x - 6y = 30$ $7x - 4y = 24$
11) $3x + y = 2$ $x + 5y = 10$	12) $-4x + 3y = 0$ $2x - y = 0$	13) $5x + 4y = 58$ $3x + 7y = 67$	14) $9x - 5y = -2$ $11x + 6y = 155$	15) $6x + 7y = 95$ $9x - 4y = 70$

III. Resuelve por Método de Reducción:

1) $17x + 9y = 157$ $13x - 9y = -7$	2) $7x + 5y = 26$ $2x + 3y = -2$	3) $5x + 2y = 46$ $7x - 8y = 59$	4) $5x - 3y = 6$ $7x - 4y = 12$	5) $8x + 3y = 30$ $5x - 3y = 9$
6) $9x + 5y = 83$ $4x + 5y = 48$	7) $13x - 9y = 50$ $10x - 9y = 26$	8) $3x + 5y = 28$ $4x - 3y = 18$	9) $8x + 9y = 61$ $6x - 12y = 2$	10) $3x + 12y = 111$ $-8y + 7x = 7$
11) $x + y = 24$ $x - y = 6$	12) $8x + 5y = 146$ $8y + 5x = 140$	13) $17x - 13y = 67$ $11x + 23y = 169$	14) $2x + 3y = -6$ $2x + 3y = -10$	15) $3x + 4y = 27$ $2x - y = 1,5$

IV. Resuelve por método de Crammer

1) $5x + 3y = 21$ $3x + 5y = 19$	2) $7x + 5y = 26$ $5x + 7y = 22$	3) $7x - 5y = 18$ $5x - 7y = 6$	4) $9x - 4y = 78$ $4x - 9y = 13$	5) $8x - 3y = 18$ $8y - 3x = 7$
6) $10x - 6y = 50$ $-6x + 10y = 2$	7) $2x - 3y = 3a + 7b$ $3x - 2y = 7a + 3b$	8) $5x + 3y = 9a - b$ $3x + 5y = 9b - a$	9) $4x - 3y = 3$ $5x + y = 37$	10) $7x + 9y = 66$ $x + 8y = 43$
11) $6x + 5y = 50$ $12x + 10y = 100$	12) $8x + 9y = 61$ $6x - 12y = 2$	13) $10x - 9y = 12$ $25x - 12y = 51$	14) $22x + 15y = 96$ $33x - 10y = 79$	15) $15x + 16y = 76$ $35x - 24y = 116$

V. Elige el método que desees y resuelve los sistemas:

1) $3x - y = 1$ $2x + y = 9$	2) $x + 4y = 5$ $2x - y = 10$	3) $3x + y = 0$ $5x + 2y = 1$	4) $4x - 5y = -8$ $3x + 2y = -17$	5) $x - 3y = 2$ $2y - x = -12$
6) $x + y = -6$ $7x - 6y = -3$	7) $5x - 4y = -7$ $-2x + 3y = 3$	8) $3x - 11y = 5$ $2x + 4y = 1$	9) $2(y + 6) = x - 1$ $x + 6 = 3(1 - 2y)$	10) $4(y - 4x) = 2x + 10$ $10(y - x) = 11y - 12x$
11) $3x - 4y - 2(2x - 7) = 0$ $5(x - 1) = 2y - 1$	12) $15x - (y - 3) = 30$ $21y - (x - 2) = 63$	13) $6x + 2(x - y) - 5 = 0$ $4(x + y) - 8(y - x) - 7 = 0$	14) $7(x + y) = -2(x - y)$ $8x + y - 1 = 2x - 2y - 4$	
15) $y(x + 4) - x(y - 6) = 0$ $5(y - 1) - 11(x - 3) = 0$	16) $(x - 4)(y + 7) = (x - 3)(y + 4)$ $(x + 5)(y - 2) = (x + 2)(y - 1)$	17) $27x - 3(4x + 1) = 9(2y - 5)$ $70y - 10(3y + 2) = 7(x + 18)$		
18) $\frac{x}{5} - \frac{y}{4} = 0$ $\frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 1$	19) $\frac{x}{7} - \frac{3y}{4} = 7$ $8x + 7y = 0$	20) $\frac{x + 1}{10} = \frac{y - 4}{5}$ $4(x - 4) = y - 2$	21) $\frac{3(x + 1)}{2x - 3y} = \frac{9}{2}$ $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$	

$$22) \frac{x-3}{y-4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{x+3}{y+4} = \frac{4}{3}$$

$$23) \frac{2x+3y-2}{5x-2y+9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x+4y-1}{5x+4y-7} = \frac{1}{2}$$

$$24) \frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

$$bx + ay = 2a^2b + 2ab^2$$

$$25) \begin{matrix} x+y = m+n \\ nx+my = 2mn \end{matrix}$$

VI. Resolver los siguientes problemas:

- Encuentra dos números cuya suma sea igual a 30, y el doble del primero, más el segundo sea igual al doble de este último.
- La edad de Carla es el doble que la edad de Macarena. Hace diez años la suma de las edades era igual a la edad que tiene hoy Carla. ¿Cuál es la edad de cada una en la actualidad?
- Si se divide un ángulo recto en dos ángulos agudos, de modo que uno sea el doble del otro más 3° , ¿cuál es la medida de cada uno?
- Un padre reparte \$10.000 entre sus dos hijos. Al mayor le da \$2.000 más que al menor. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?
- Encuentra dos números tales que si a cada uno le agregamos siete unidades, los resultados están en la razón $3 : 2$, pero si les restamos cinco unidades, la razón es $5 : 2$.
- El perímetro de un rectángulo es 30 cm. El doble de la base tiene 6 cm más que la altura. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?
- Dos estantes contienen en total 40 libros. Al traspasar 5 libros de un estante a otro, resulta que uno queda con el triple del otro. ¿Cuántos libros había originalmente en cada estante?
- Para pagar una cuenta de \$3.900, un extranjero entrega 9 libras esterlinas y 15 dólares, recibiendo \$75 de vuelto. Otro extranjero paga su cuenta de \$4.330, con 15 libras esterlinas y 9 dólares, recibiendo \$25 de vuelto. ¿A qué cambio, en pesos, se han cotizado las libras esterlinas y los dólares?
- Encuentra las edades de dos hermanos sabiendo que al mayor le faltan dos años para tener cinco veces la edad actual del menor y que si el mayor tuviera seis años menos tendrían la misma edad.
- La suma de dos números es 45. Si al primero se le suma 5 y al segundo se le resta 5, se obtienen dos números tales que el primero es el doble que el segundo. ¿Cuáles son los números?
- El valor de una fracción es 1. Si se disminuye el numerador en 3 unidades y se aumenta el denominador en 5 unidades, el nuevo valor es igual a $\frac{3}{5}$. ¿Cuál es la fracción?
- Encuentra dos números tales que su suma sea 42 y su diferencia 6.
- Una persona tiene \$8.000 en 200 monedas de \$10 y de \$50. ¿Cuántas monedas de \$10 y de \$50 tiene?
- Las ciudades A y B están separadas por 180 km. Simultáneamente sale un auto de cada ciudad en el mismo sentido. El que sale de B lo hace con una velocidad de 60 km/h y el que sale de A, a 90 km/h. ¿Al cabo de cuánto tiempo el auto que sale de A alcanza al que sale de B, y cuántos kilómetros ha recorrido cada uno?

COMPLEMENTARIOS

$$1) \frac{3}{x-4} + \frac{4}{y-1} = 3$$

$$\frac{9}{x-4} - \frac{2}{y-2} = 8$$

$$2) \frac{3}{2x-3y} + \frac{5}{y-2} = 8$$

$$\frac{7}{2x-3y} + \frac{3}{y-2} = 10$$

$$3) \frac{5}{\sqrt{x-y}} - \frac{6}{\sqrt{x+y}} = 3$$

$$\frac{2}{\sqrt{x-y}} - \frac{3}{\sqrt{x+y}} = 1$$

$$4) \frac{6}{x-5} + \frac{\sqrt{y-3}}{5} = 3$$

$$(x-5)\sqrt{y-3} = 15$$

$$5) \begin{matrix} 2x+3y = xy \\ 10x-9y = xy \end{matrix}$$

$$6) \begin{matrix} 10x-3y = 2xy \\ 7y-6x = 4xy \end{matrix}$$

$$7) \begin{matrix} 3\sqrt{x+2} - \sqrt{x-y} = 10 \\ 2\sqrt{x+2} - \sqrt{x-y} = 3 \end{matrix}$$

$$8) \begin{matrix} a^{2x-3} \cdot a^{3y-2} = a^8 \\ 3x+2y = 17 \end{matrix}$$

$$9) \begin{matrix} ab(ax+by) = a^2+b^2 \\ ab(x-y) = a-b \end{matrix}$$

- Encuentra un número entre 10 y 99 sabiendo que la cifra de las unidades es el doble que la cifra de las decenas y que si se invierten, el número aumenta en 36.
- En un número la cifra de las decenas es el doble de la cifra de las unidades. Si a ese número le restamos 27 se obtiene otro número que resulta de invertir el orden de sus dos cifras. ¿Cuál es el número?
- Descomponer 895 en dos partes, de modo que al dividir la mayor por la menor se obtenga 6 de cociente y 6 de resto.
- La suma de las dos cifras de un número es 9 y la diferencia entre él y el que resulta de invertir el orden de sus cifras es 45. ¿Cuál es el número primitivo?
- La solución del sistema de ecuaciones $ax+y=5$ y $ax+by=7$ es $(-1, 2)$ ¿Cuáles son los valores de a y b ?
- En el sistema

$$2x + 3y = 8$$

$$4x + ky = s$$

- i) ¿Qué condiciones deben satisfacer k y s para que el sistema no tenga solución?
- ii) ¿Qué condiciones para k y s , para que el sistema tenga infinitas soluciones?
- iii) ¿Qué condiciones para k y s para que el sistema tenga una solución?
- iv) En cada uno de los casos anteriores ¿qué caracteriza los gráficos de ambas rectas?