

Integrales múltiples.
MAT 225

I) CALCULAR LAS SIGUIENTES INTEGRALES ITERADAS:

- 1.- $\int_0^2 \int_0^{x^2} y \, dy \, dx$ R. 16/3
- 2.- $\int_0^a \int_{a-x}^{\sqrt{a^2-x^2}} y \, dy \, dx$ R. $\frac{a^3}{6}$
- 3.- $\int_0^a \int_{a-x}^{\sqrt{a^2-x^2}} \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} \, dy \, dx$ R. $\frac{\pi a^3}{6}$
- 4.- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2 \sin \theta} r \cos^2 \theta \, dr \, d\theta$ R. $\frac{\pi}{8}$
- 5.- $\int_0^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\sin \theta} r^2 \, dr \, d\theta \, dz$ R. $\frac{\pi}{8}$
- 6.- $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{\frac{\pi}{2}}^{x+y} \cos(x+y) \, dz \, dx \, dy$ R. $1/2 (2 - \pi)$

II) En cada ejercicio:

- a) Determine la región sobre la cual la integración se lleva a cabo y dibuje la gráfica de la región.
- b) Escriba una integral iterada (o suma de integrales iteradas) invirtiendo el orden de integración.

- 1.- $\int_0^1 \int_{2x}^{2\sqrt{x}} F(x, y) \, dy \, dx$
- 2.- $\int_0^{\sqrt{3}} \int_{\frac{y^2}{3}}^{\sqrt{4-y^2}} F(x, y) \, dx \, dy$
- 3.- $\int_{-2}^2 \int_{\frac{y^2}{4}}^{\frac{8-y^2}{4}} F(x, y) \, dx \, dy$
- 4.- $\int_1^3 \int_{-\sqrt{16-y^2}}^{\sqrt{16-y^2}} F(x, y) \, dx \, dy$
- 5.- $\int_0^2 \int_{\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{25-y^2}} F(x, y) \, dx \, dy + \int_2^5 \int_0^{\sqrt{25-y^2}} F(x, y) \, dx \, dy$

III. CALCULAR, EN CADA CASO, EL VALOR DE $\iint F(x, y) \, dA$

- 1.- $F(x, y) = x + y$; R está limitada por las gráficas de $y = x^2$, $y^2 = x$
Resp. 3 / 10
- 2.- $F(x, y) = 2 - x$; R está limitada por las gráficas de $x^2 + y^2 = 4$
Resp. 8π
- 3.- $F(x, y) = 1$; R está limitada por las gráficas de $x y = 6$, $x+y=5$
Resp. $5/2 + 6 \ln(2/3)$
- 4.- $F(x, y) = x^2 + y^2$; R está limitada por la gráfica $x^2 + y^2 = 25$
Resp. $(625 \pi) / 2$
- 5.- $F(x, y) = 4 - x^2 - y^2$; R está limitada por las gráficas de $y = \sqrt{1-x^2}$, $y = 0$
Resp. $(7 \pi) / 4$

P1.- A partir de la integral doble dada , encuentre la región R , grafíquela e invierta el orden de integración.

$$a) \int_0^4 \int_0^{2x} f(x, y) dy dx$$

$$b) \int_0^{\frac{1}{2}x^2} \int_{x^3} f(x, y) dy dx$$

$$c) \int_0^3 \int_{x^2}^{3x} f(x, y) dy dx$$

$$d) \int_0^4 \int_{x^2-4x+4}^4 f(x, y) dy dx$$

P2.- Calcular las siguientes integrales dobles sobre la región R indicada:

$$a) \iint_R (4x^2 + 4y^3) dx dy \quad R: x = 1, y = 0 ; \quad x = 3, y = 0$$

$$b) \iint_R 3xy^2 dx dy \quad R: x = 2, y = x^2 ; \quad x = 0, y = 0$$

$$c) \iint_R xy dx dy \quad R: y = x^2 ; \quad y = 2 - x$$

$$d) \iint_R (x + y) dx dy \quad R: y = x ; \quad y = 2 - x ; \quad y = 0$$