

ECUACIONES DIFERENCIALES: GUÍA N°3

1.- Resolver las siguientes ecuaciones:

- a) $xy \, dx + (1 + x^2) \, dy = 0$ Variables separables.
- b) $(x^3 + y^3) \, dx - 3xy^2 \, dy = 0$ Homogénea
- c) $(x + y + 1) \, dx + (2x + 2y + 1) \, dy = 0$ Coeficientes lineales
- d) $(x^2 + \ln y) \, dx + x/y \, dy = 0$ Exacta
- e) $(7x^3 + 3x^2y + 4y) \, dx + (4x^3 + x + 5y) \, dy = 0$ Factor integrante

2.- Clasificar y resolver las ecuaciones de primer orden:

- a) $(x^2 + y^2 + x) \, dx + xy \, dy =$
- b) $(4x^3y^3 - 2xy) \, dx + (3x^4y^2 - x^2) \, dy = 0$
- c) $(x \, \text{sen}(y/x) - y \, \cos(y/x)) \, dx + x \, \cos(y/x) \, dy = 0$
- d) $(y^2 e^{xy^2} + 4x^3) \, dx + (2xy \, e^{xy^2} - 3y^2) \, dy = 0$
- e) $(2x^3y^2 + 4x^2y + 2xy^2 + xy^4 + 2y) \, dx + 2(y^3 + x^2y + x) \, dy = 0$
- f) $y(x + y) \, dx = x^2 \, dy$

3.- Resolver las ecuaciones:

- a) $x\sqrt{1-y} \, dx - \sqrt{1-y^2} \, dy = 0$
- b) $(\text{tg} x) \frac{dy}{dx} - 2y = 0$
- c) $x \frac{dy}{dx} + y = y^2$
- d) $e^{x-y} \, dx + e^{y-x} \, dy = 0$
- e) $(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + xy = x(x^2 - 1)$
- f) $(x \, \text{sen} y - 1) \, dy + \cos y \, dx = 0$
- g) $(1 - xy^2 \, dx - 2x^2y \, dy = 0)$
- h) $(1 - x^2y) \frac{dy}{dx} + 2xy^2 = 0$

- i) $2x^3 \frac{dy}{dx} + (y^3 - x^2 y) = 0$
- j) $(x^2 y - xy^2 + y^2) dx + (x^3 + x^2 y + xy^2) dy = 0$
- k) $(\operatorname{sen} x + y) dy + (y \cos x - x^2) dx = 0$
- l) $y y' + y^2 \cot x = \cos x$
- m) $y \sqrt{4x^2 - y^2} dx = 2xy dx - 2x^2 dy = 0$
- n) $x dy = (y + x \sqrt{x^2 + y^2}) dx$
- o) $(x - \operatorname{sen}^3 y) dy = \operatorname{sen} y \cdot \cos y dx$
- p) $(x + ye^x) dx - xe^x dy = 0$
- q) $(2x - y - 4) dx - (x - 2y + 1) dy = 0$
- r) $y' = -\frac{x + y + 1}{x + y}$
- s) $(ye^x + e^y) dx + (e^x + xe^y) dy = 0$
- t) $y(1 + y^3) dx + x(y^3 - 2) dy = 0$
- u) $y(e^{xy} + y) dx + x(e^{xy} + 2y) = 0$
- v) $\operatorname{sen} x(2 + 3y \operatorname{sen}^2 x) dx + \sec x dy = 0$

4.- Resolver la Ecuación diferencial a partir del cambio de variables que se indica:

- a) $(x + y - 2 + 1/x) dx - (2 - x - y) dy = 0$ con $x + y = u$
- b) $x(x + \sqrt{y}) dx + 2\sqrt{y} dy = 0$ con $y = u^2$
- c) $x^2 y dx - (x^3 + y^5) dy = 0$ con $x = u$ y
- d) $e^{-y} (1 + 1/y) dx + x/y dy = 0$ con $x = u e^{-y}, y = v$

5.- Resolver cada ecuación mediante un factor de integración de la forma $u(x, y) = x^n y^m$

- a) $(-3y^4 + x^3 y) dx + (xy^3 - 3x^4) dy = 0$
- b) $y(y^2 + 1) dx + x(y^2 - 1) \ln x dy = 0$
- c) $(\operatorname{sen} x - x \cos x) dx + 2 \left(\frac{x^2}{y^2} - \frac{x \operatorname{sen} x}{y} \right) dy = 0$
- d) $y(4xy + 3) dx + x(3xy + 2) dy = 0$

6.- Hallar la ecuación de las curvas tal que la parte de la tangente en $p(x, y)$ comprendida entre el eje x y el punto de tangencia quede dimidiada por el eje y.

- 7.- La normal en el punto $p(x, y)$ de una curva, corta al eje X en M y al eje Y en Q: Hallar la ecuación de la curva que pasa por $R(2,1)$ y manera que M dimide el trazo PQ.
- 8.- Obtener la ecuación diferencial asociada a la familia de circunferencia de radio fijo y centro en el eje de las X.
- 9.- Hallar la ecuación diferencial de la familia de parábolas cuyo foco origen y directriz paralela al eje Y.
- 10.- Encontrar la familia de curvas tal que el punto de intersección de una tangente cualquiera con el eje X, tenga una abscisa igual a la mitad de la abscisa del punto.
- 11.- En una curva, la distancia desde la proyección del punto de tangencia en el eje X a la recta tangente es constante. Determinar la ecuación diferencial que expresa el hecho y encontrar la familia de curvas.
- 12.- Encontrar la familia de curvas que cumplan que la normal en cada punto de ella, comprendida entre los ejes coordenados quede dimidiada por el punto de contacto.
- 13.- expresar mediante un ecuación diferencial el siguiente hecho : el área del triángulo formado por la recta tangente en P, la recta normal en P y el eje X, sea constante.
- 14.- un cuerpo parte del reposo y se sumerge poco apoco en un líquido venciendo una resistencia proporcional a su velocidad después de transcurridos t segundo del momento de partida.
- 16.- Hallar el tiempo que se necesita para vaciar un estanque cilíndrico de radio 8 dm. Y altura 10 dm. A través de un orificio circular de $\frac{1}{12}$ dm. De radio, situado en el fondo del estanque, sabiendo que por un orificio de ese tipo sale agua a una velocidad aproximada de

$$v = 4,8 \sqrt{h \frac{dm}{seg.}}$$