

GUIA GEOMETRIA ANALITICA

P2.- Determinar si las siguientes ecuaciones representan una circunferencia o no; si lo son determine su centro y radio.

- i) $2x^2 + 2y^2 - 6x + 10y + 7 = 0$.
- ii) $4x^2 + 4y^2 + 28x - 8y + 53 = 0$.
- iii) $16x^2 + 16y^2 - 64x + 8y + 177 = 0$.

P3.- Dadas las ecuaciones anteriores, ¿basta que $A = B$ para que la ecuación represente una circunferencia?. Justifique.

P4.- Hallar la ecuación de la circunferencia de radio 5, cuyo centro se encuentra en la intersección de las rectas $L_1 : 3x - 2y - 24 = 0$; $L_2 : 2x + 7y + 9 = 0$. Determina este punto de intersección graficando en tu calculadora.

P5.- Dada la ecuación de la circunferencia $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 36$. Demostrar que el punto $(2, 5)$ es interior a la circunferencia y el punto $(-4, 1)$ es exterior.

P6.- Una cuerda de la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ está sobre la recta cuya ecuación es $x - 7y + 25 = 0$. Encuentre la longitud de la cuerda.

P7.- Determina gráficamente los puntos de intersección de las rectas $L_1 : 9x + 2y + 13 = 0$; $L_2 : x - y - 1 = 0$ y encuentra analíticamente la ecuación de la circunferencia asociada a ellos.

P8.- Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $M(-3, 6)$ y es concéntrica a la circunferencia $x^2 + y^2 + 3x - 4y - 1 = 0$.

P9.- El espejo de un faro de un automóvil tiene forma parabólica, encuentre la ecuación de esta parábola teniendo en cuenta que el diámetro del faro es de 20 cm y la profundidad de 15 cm. El eje OX es el eje del faro, el origen de las ordenadas está situado en la parte profunda del espejo.

P10.- Se arroja directamente hacia arriba desde el nivel del suelo una pelota con una velocidad inicial de $v_0 = 32 \frac{m}{seg}$. La altura viene dada por: $s = 32t - 16t^2$ con s medido en metros y t en segundos.

- a) Determinar la máxima altura que alcanza la pelota.
- b) Indicar en qué instante la pelota toca el suelo.

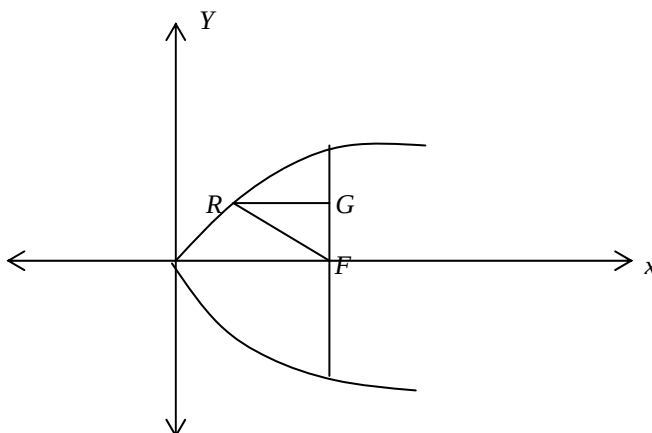
P11.- La trayectoria descrita por un proyectil lanzado horizontalmente desde un punto situado a y metros sobre el nivel del suelo. La rapidez v (m/s) está dada por la ecuación $x^2 = \left(\frac{-2y^2}{g}\right) \cdot y$, donde x es la distancia horizontal desde el lugar de lanzamiento y $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. Se lanza horizontalmente una piedra desde un punto situado a 5 m de altura sobre el suelo con una velocidad inicial de 80 m/seg, calcular la distancia horizontal al punto de caída.

P12.- Hallar la ecuación de la parábola cuyo vértice está sobre la recta de ecuación: $2y - 3x = 0$, que su eje sea paralelo al eje de coordenadas x y que pase por los puntos $(3, 5)$ y $(3, -1)$.

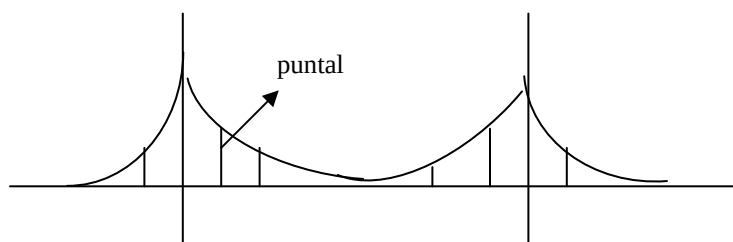
P13.- Demuestre que el vértice es el punto de la parábola que está más cerca del foco.

P14.- Pruebe que la cuerda focal de la parábola $y^2 = 4px$ con puntos finales (x_1, y_1) y (x_2, y_2) tiene longitud $x_1 + x_2 + 2p$.

- P15.- La cuerda focal que es perpendicular al eje de la parábola se llama lado recto. En la parábola $y^2 = 4px$ de la figura, F es el foco, R cualquier punto de la parábola a la izquierda del lado recto y G la intersección del lado recto con la recta que pasa por R paralela al eje x . Encuentre $|FR| + |RG|$ y observe que es una constante.



- P16.- Los cables del tramo central de un puente suspendido tienen la forma de una parábola. Si las torres tienen una separación de 800 metros y los cables están atados a ellas 400 metros arriba del piso del puente, ¿qué longitud debe tener el puntal que está a 100 metros de la torre?. Suponga que el cable toca el piso en el punto medio del puente.



- P17.- En la fábrica de baldosas “La Brillosita”, la producción de ellas (P) se describe funcionalmente mediante $P(t) = -10t^2 + 8000t$, donde t indica la cantidad de días. Determine:
- Al cabo de cuántos días la producción es máxima y cuál es la cantidad de baldosas producidas.
 - Grafique $P(t)$.
 - Determine el conjunto de valores de t que hacen válida la situación planteada.
- P18.- Considere las funciones $R(a) = 7a^2 + 29a + 4$; $C(a) = 11a^2 - 11a + 4$ de ingreso y costo diario en dólares para cierto producto fabricado y vendido por una empresa.
- Haga un gráfico en un mismo plano de ambas curvas destacando cortes con los ejes coordenados e intersección con los ejes.
 - Sabiendo que Utilidad = Ingreso – Costo. Determine la función de utilidad en $a = 6$.
 - Determine el máximo de utilidad que puede tener en el día.
- P19.- Suponga que un rayo de luz que emana del foco de la parábola $y^2 = 4x$ se encuentra con la parábola en $(1, -2)$. ¿Cuál es la ecuación del rayo reflejado?.
- P20.- Un rectángulo tiene de perímetro 100 metros. Expresar su área en función de x .
- P21.- Un lanzador de dardos arroja un dardo a 5 pies sobre la tierra. El dardo se lanza horizontalmente y sigue una trayectoria parabólica; golpea la tierra a $10\sqrt{10}$ pies del lanzador. A una distancia de 10 pies del lanzador, ¿qué tan alto debería ser colocado un blanco (objetivo) para que el dardo lo golpee?.

- P22.- La órbita del planeta Mercurio es una elipse con el sol en un foco. Esta elipse tiene un eje mayor de una longitud de 72 millones de millas y un eje menor de una longitud de 70,4 millones de millas. ¿Cuál es la distancia mínima (perihelio) entre Mercurio y el sol? ¿Cuál es la máxima distancia?.
- P23.- Un satélite de la tierra se mueve en una órbita de trayectoria elíptica con el centro de la tierra en un foco. Tiene una altitud mínima de 200 millas y una máxima de 1.000 millas sobre la superficie de la tierra. Si el radio de la tierra es de 4.000 millas, ¿cuál es la ecuación de su trayectoria?.
- P24.- Determina los elementos principales y la gráfica de las hipérbolas cuyas ecuaciones se dan a continuación:
- a) $x^2 - 9y^2 - 4x + 36y - 41 = 0$ b) $4x^2 - 9y^2 + 32x + 36y + 64 = 0$
- c) $9x^2 - 4y^2 + 54x + 16y + 29 = 0$ d) $3x^2 - y^2 + 30x + 78 = 0$
- P25.- En cada caso encuentra la ecuación de la hipérbola, sus restantes elementos y su gráfica de acuerdo a los siguientes datos:
- a) $e = \sqrt{15}$, centro (0, 6), $a = 2$, focos en el eje y .
b) Vértices (0, 4) y (0, -4), excentricidad $e = 3/2$.
c) Asíntotas las rectas de ecuación $2x + y - 3 = 0$ y $2x - y - 1 = 0$, eje focal paralelo al eje x y pasa por el punto (4, 6).
- P26.- Demostrar que la hipérbola $b^2y^2 - a^2x^2 = a^2b^2$ tiene por asíntotas las rectas $by - ax = 0$ y $by + ax = 0$.
- P27.- Hallar los puntos de intersección de la recta $2x - 9y + 12 = 0$ con las asíntotas de la hipérbola $4x^2 - 9y^2 = 11$.
- P28.- Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto (2, 3), tiene su centro en el origen, su eje real está sobre el eje Y , y una de sus asíntotas es la recta $2x + 3\sqrt{2}y = 0$.
- P29.- Un rayo de luz del foco izquierdo de la hipérbola $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$ da contra la hipérbola en (-6, -5). Encuentre la ecuación del rayo reflejado.
- P30.- El sonido de una explosión de dinamita se oye a diferentes horas en dos puntos A y B. De esto se deduce que la explosión ocurrió 1.000 metros más cerca de A que de B. Si A y B están a 2.600 metros de distancia el uno del otro, muestre que la ubicación de la explosión está en una rama particular de una hipérbola, y encuentre la ecuación de la rama.
- P31.- La ecuación de una recta L es: $x + 3y - 6 = 0$ y las coordenadas de un punto son (4, 7). Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto señalado y es paralela a L . Hallar además, la distancia del punto a la recta L .
- P32.- En la ecuación $kx + 3y + 5 = 0$, hallar el valor de k , de manera que la distancia dirigida de la recta que representa al punto (2, -2) sea igual a -1.
- P33.- La suma de los segmentos que una recta determina sobre los ejes coordenados es igual a 3. Hallar la ecuación de la recta si pasa por el punto (2, 10).
- P34.- Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia al punto A (2, 3) es siempre igual a 5.
- P35.- Un punto se mueve de tal manera que su distancia al punto A (-1, 2) es siempre igual al doble de la distancia al eje x . Determine el lugar geométrico del punto.